

道路施設の巡回頻度と障害物発生リスク

貝戸 清之¹・小林 潔司²・加藤 俊昌³・生田 紀子⁴

¹正会員 株式会社BMC (〒261-7125 千葉県美浜区中瀬2-6 WBG マリブウエスト25階)

E-mail:kaito@psa.mbox.media.kyoto-u.ac.jp

²フェロー会員 京都大学経営管理大学院 経営管理講座 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

E-mail:kkoba@psa.mbox.media.kyoto-u.ac.jp

³国土交通省 近畿地方整備局 (〒540-8586 大阪市中央区大手町1-5-44)

E-mail:katou-t86ne@kkr.mlit.go.jp

⁴財団法人道路保全技術センター 近畿支部 (〒540-0012 大阪市中央区谷町2丁目1-22)

E-mail:ikuta-n@hozen.or.jp

本研究では、路上落下物、路面の変状や損壊、道路付帯施設の破損・損壊等の路上障害物の発生過程を数え上げ過程としてモデル化する。その際、まず路上障害物の発生過程をポワソン過程としてモデル化する。さらに、障害物発生リスクの異質性を考慮するために、路上障害物の到着率の確率分布を考慮した混合ポワソン過程をモデル化する。具体的には、到着率の異質性をガンマ分布で表現したポワソンガンマ発生モデルを定式化し、路上障害物の発生リスクの管理指標を定式化する。その上で、巡回費用の削減を達成するような望ましい道路巡回政策を検討する障害物発生リスク管理モデルを提案する。さらに、一般国道を対象とした適用事例を通じて、本研究で提案した方法論の有用性を実証的に検証する。

Key Words : road patrol interval, counting process, Poisson Gamma model, hazard generation risks

1. はじめに

道路管理者は、道路を常時良好な状態を保つように努めなければならない(道路法第42条第1項)。特に、路上落下物や路面の変状や損壊は、交通事故、車両破損事故につながるリスクを有している。このために、道路管理者は定期的に道路を巡回し、路上落下物の撤去、路面の変状を修繕することが求められる。一方で、少子高齢化社会の到来による財政縮減の中で、道路施設の維持補修においても管理業務の効率化が喫緊の課題となってきた。道路管理業務コストの中で、道路巡回業務が占める割合は少なくなく、安全性の確保を前提としながらも、同時に効率性にも配慮した道路巡回方法を検討することが必要である。

通常、道路巡回は一定の時間間隔ごとに実施される。このため、道路管理者にとって、道路巡回費用は路上落下物や路面損壊の有無に関わらず、固定的に発生する。一方、道路区間により、単位期間中の路上落下物や路面損壊の発見確率は多様に変動する。道路の巡回頻度を増やすほど、道路の安全性や交通流の確保に支障をきたす事象(以下、路上障害物という)の発生に迅速に対応することができ、路上障害物を長時間放置するリスクは小さくなる。一方で、高頻度の道路巡回は巡回費用の増加を招き、結果的に社会的費用が増加してしまう可能性がある。このように、障害物発生リスクと道路の巡回費用の間にはトレードオフの関係があり、

管理者は障害物発生リスクの管理目標を設定した上で、巡回費用を可能な限り削減するような巡回方策を検討する必要がある。

路上障害物の発生過程は、各事象がランダムに発生するような数え上げ過程としてモデル化できる。本研究では、まず落下物や路面の変状および損壊の発生をポワソン過程としてモデル化する。しかし、ポワソン過程は、ある期間中における事象の平均発生件数と、その分散が同一になるという限界を有している。現実の路上障害物の発生過程が、このような特性を有しているという保証はなく、より柔軟な発生過程のモデル化が必要となる。そこで、本研究では、路上障害物の到着率の異質性を考慮することが可能な混合ポワソン過程を提案する。その際、到着率をポワソンモデルで表現するとともに、その異質性をガンマ分布で表現したポワソンガンマ発生モデルを用いて路上障害物の発生リスクを表現する。

以上の問題意識の下に、本研究では路上障害物の発生現象をポワソンガンマ発生モデルで表現する。さらに、道路巡回費用を削減するような望ましい巡回政策を検討する障害物発生リスク管理モデルを提案する。以下、2. で本研究の基本的な考え方を説明する。3. では、ポワソン発生モデルを、4. でポワソンガンマ発生モデルを定式化する。5. で障害物発生リスク管理モデルを提案し、6. で一般国道の道路巡回を対象とした適用事例を示す。

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 従来の研究概要

土木施設のアセットマネジメントにおいては、土木施設の劣化予測が重要な課題となる。土木施設の力学的劣化予測モデルに関しては、すでに多くの研究の蓄積がある^{1),2)}。さらに、土木施設のマクロなレベルでの統計的劣化予測を行うことを目的とした統計的劣化予測モデルも提案されている³⁾⁻⁸⁾。統計的劣化予測モデルにおいて、ハザードモデル^{9),10)}を用いた研究事例が蓄積されている。例えば、Shin and Madanat⁴⁾は、道路舗装のひび割れ開始時刻を予測するためのワイブル型劣化ハザードモデルを提案している。また、青木等はトンネル照明ランプの劣化状態が故障の有無という2値状態で表現されることに着目し、ワイブルハザードモデルを用いた劣化予測モデルを提案している⁵⁾。さらに、劣化状態を複数のレーティングで表し、レーティング間の推移確率を表現する多段階指数劣化ハザードモデル⁶⁾、多段階ワイブル劣化ハザードモデル⁷⁾を開発している。これに対して、本研究で対象とする路上障害物の発生予測は、既往の劣化予測モデルとは異なる特性を有している。ハザードモデルが対象とする故障現象では、対象とする土木施設が正常なサービスを提供している期間長を予測することを目的とする。サービスの提供が不可能になった時点で、施設状態は「故障」となるか、よりサービス状態が劣化したレーティングに移行していく。これに対して、路上障害物の場合、障害物が発生した時点以降にも、施設サービスが持続的に提供されるため、つぎの巡回時点までに発生する路上障害物数を求めることが課題となる。

本研究では、このような路上障害物の発生過程を、まずポワソン過程としてモデル化する。しかし、伝統的なポワソン過程では、事象の到着率が確定的であり、多様な内容を有する路上障害物の発生過程を十分に表現できない。このため、本研究では路上障害物の発生過程を、到着率の異質性を考慮した混合ポワソン過程としてモデル化することを試みる。混合ポワソン過程に関する研究は、Fisher¹¹⁾が先鞭をつけ、その後、各種の拡張が試みられた¹²⁾⁻¹⁴⁾。また、適用事例として、オペレーショナルリスクの評価¹⁵⁾や事故リスクの評価¹⁶⁾⁻¹⁹⁾に用いられてきた実績がある。一般に、混合ポワソン過程モデルは、発生確率分布と発生間隔の確率分布を合成するために、モデル構造が非常に複雑になるという問題がある。しかし、本研究で採用するポワソンガンマ発生モデル^{20),21)}は、混合ポワソン過程モデルの中で、もっとも簡単なモデル構造を有しており、モデルを解析的に表現できるという利点がある。さらに、路上障害物のリスク管理指標を容易に導出できるという利点

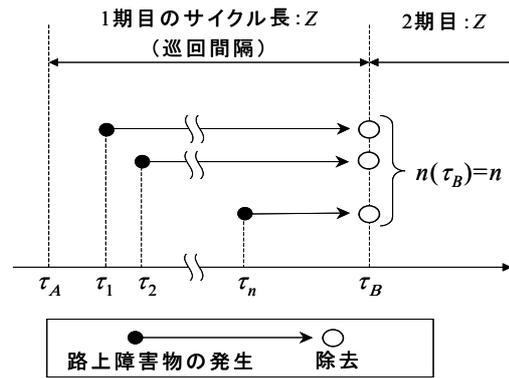


図-1 路上障害物の発生過程

も有している。以上の理由により、本研究ではポワソンガンマ発生モデルを用いて、路上障害物の発生過程を表現する。

道路巡回頻度は、障害物発生リスクと密接な関係がある。道路巡回頻度を減少すれば、巡回費用を低減することが可能である。一方で、路上障害物が長時間放置されることになり、交通事故の発生等の障害物発生リスクを増加させることになる。このように巡回費用と障害物発生リスクとの間には、巡回頻度を介してトレードオフの関係が存在する。そこで、本研究では、路上障害物の発生過程を混合ポワソン過程としてモデル化し、巡回費用の効果的な削減を目的とした道路巡回方策を検討するための方法論を提案する。筆者等の知る限り、路上障害物の実証的な計測結果に基づいて、道路巡回政策を検討した研究事例は本研究以外に見あたらない。また、本研究で用いるポワソンガンマ発生モデルは、適用上の若干の工夫を試みているものの、すでに既往研究で提案されているモデル^{20),21)}と同一である。しかし、本研究で提案するリスク管理指標に関しては、筆者らが知る限り、類似の研究事例はない。

(2) 道路巡回スキーム

路上障害物の発生過程をモデル化しよう。いま、対象とする路線を複数の道路区間に分割する。さらに、各道路区間における路上障害物の発生回数に関する時系列データが利用可能であると考えよう。図-1に示すように、各道路区間で時間軸に沿って同一の時間間隔を経て道路巡回が実施される。時刻 τ はカレンダー上の実時刻を表す。以下、実時刻のことを「時刻」と呼ぶ。同図の時刻 τ_A, τ_B, \dots において、道路巡回が実施されている。ある巡回時刻から次の巡回時刻までの期間をサイクルと呼ぶ。隣接する巡回時刻の間の時間間隔をサイクル長と呼ぶ。同図の例では、サイクル長は z である。

道路巡回が実施され、路上障害物が発見されれば、直ちに障害物が除去される。一方、時刻 τ_1, τ_2, \dots に路上障害物が発生している。しかし、道路管理者は、路上障害物が発生した時刻を観測することができない。時刻 τ_B で道路巡回することにより、図-1に示すように、サイクル期間 $[\tau_A, \tau_B)$ の間に発生した路上障害物の個数のみを観測することができる。

ここで、路上障害物が一定の到着率 λ でポワソン到着する場合を考えよう。3.(1)でポワソン過程の特性を記述するが、ポワソン過程は以下のように優れた性質を有している。いま、図-1には、時刻 τ_A を初期時刻とし、それ以降の時刻 $t \in [\tau_A, \tau_B)$ までに、ある道路区間で発生した路上障害物の累積個数を数え上げ過程 $n(t)$ として表記している。当然のことながら、初期時刻 τ_A において $n(\tau_A) = 0$ が成立する。時刻 τ_B までに n 個の路上障害物が発生しているが、 $n+1$ 個目の障害物は発生していない。時刻 τ_B から、 τ_B を初期時刻とする2期目のサイクルが開始する。路上障害物がポワソン到着する場合、2期目のサイクルにおいて最初の路上障害物の発生時刻は、1期目のサイクルで最後の障害物が発生した時刻に依存しない。すなわち、路上障害物の発生現象は、過去の発生履歴に依存しない。

ポワソン過程では、時間を通じて到着率が常に一定であると仮定している。しかし、路上障害物には、さまざまな内容が含まれており、そのすべてが同一の到着率に従って発生するとは限らない。また、複数の道路区間が同一の特性を有していても、分析者に観測できない要因により到着率が変動する可能性もある。このため、現実の路上障害物の発生が、ポワソン過程に従う保証はない。さらに、4.(1)で言及するように、ポワソン過程では、あるサイクル期間に路上障害物が発生する個数の期待値と分散が一致するという制約が存在する。本研究で採用する適用事例でも明らかのように、路上障害物の発生数の分散は、期待値よりもかなり大きいというover-dispersionの問題¹⁹⁾が発生する。このようなover-dispersionの問題を解決するためには、路上障害物の到着率の異質性を認めた混合ポワソン過程を用いることが必要である。

いま、対象とする道路区間のそれぞれに対して、複数個の巡回サイクルに関するデータが入手可能であると考えよう。また、各道路区間における路上障害物の到着率 λ が、ある確率分布 $F(\lambda)$ に従って分布すると考えよう。さらに、各巡回サイクルごとに、確率分布の中からある到着率が実現する。すなわち、各サイクル期間中は、選択された到着率に従って、路上障害物がランダム発生すると考える。このように到着率の確率分布を導入した混合ポワソン過程を想定することにより、路上障害物の発生が過去の履歴に依存しないというポ

ワソン過程の特性を残しながら、over-dispersionの問題を解決することが可能となる。なお、厳密に言えば、巡回頻度（サイクル長）を変更すれば、到着率の確率分布も変化すると考えることができる。この問題に対しては、到着率の確率分布として単一の確率分布を想定するのではなく、到着率の確率分布がサイクル長や道路特性に依存するような混合ポワソン過程を考慮することにより対処できる。しかし、この問題は混合ポワソンモデルを複雑化することが必要であり、今後の研究課題に残したい。

(3) リスクマネジメント

道路区間を基本単位として路上障害物の発生リスクを管理する場合、1) 路上障害物の発生頻度と、2) 路上障害物の社会・経済的重要性という2つの視点が必要となる。路上障害物の発生頻度が多い道路区間ほど、路上障害物を頻繁に除去することが必要となる。一方、交通量の多い道路区間では、わずかな路上障害物でも、それと遭遇する交通量が多い。このため、路上障害物の到着率が同一でも、交通量が多い道路区間ほど頻繁に路上障害物を除去することが必要となる。一般に、巡回頻度（サイクル長）と、路上に放置される障害物の発生リスクの間には密接な関係が存在する。最適な巡回頻度を決定するためには、所与の巡回頻度の下で発生する障害物発生リスクを評価することが重要な課題となる。路上障害物の放置による経済的損失を明確に定義できる場合には、例えば経済的損失と巡回費用の総和で表される社会的費用を最小にするように信頼水準を決定することができる。しかし、路上障害物の放置と経済的損失との直接的な因果関係に関しては不確実な要素が多分に含まれる。現在のところ、ミクロな道路区間レベルにおいて、路上障害物による経済的損失に関する評価を正確に実施することは不可能である。このため、社会的費用の評価は不正確にならざるを得ない。のちに、5.において、障害物発生リスクの管理指標を検討するが、ここでは各道路区間に対する信頼水準を直接設定する方法を採用する。本研究では、路上障害物の発生過程の管理指標として、1) 巡回時刻における路上障害物の発生数と、2) 路上障害物の累積放置時間長（あるいは、路上障害物と遭遇する総交通量）という指標を提案することとする。通常、道路管理者は、個別の道路区間ごとに障害物発生リスクを管理するのではなく、路線もしくはいくつかの連続する道路区間を対象として道路巡回を行い、路上障害物の除去に務めている。本研究では、1回の道路巡回により一括してリスク管理を行う道路区間の集合を管理基本区間と呼ぶこととする。このような道路巡回の実態を考慮すれば、路上障害物の発生リスクを管理する視

点として、1) 道路区間を基本単位とするミクロな視点、2) 管理基本区間全体を対象とするマクロな視点、3) 局所的な問題箇所を検討する視点、という3つの視点が重要となる。のちに、6.(4)では、各道路区間を対象としたミクロなリスク評価結果に基づいて、基本管理区間を対象とした信頼水準、および最適巡回頻度を検討するための基本的な考え方について考察する。なお、道路管理者は、複数の路線を同時に管理しており、ネットワーク全体としての巡回政策を検討することが必要となる。このようなネットワークレベルでは、巡回経路の設定と巡回頻度等を同時に考慮したような巡回方策を検討することが必要となる。このようなネットワークレベルの巡回問題に関しては、本研究の域を越えるので取り上げないこととする。

3. ポワソン発生モデル

(1) ポワソン過程

ポワソン過程に関しては、多くの文献^{22),23)}に詳しいが、読者の便宜を図るために簡単に紹介しておく。管理対象とする路線を、それを構成する I 個の単位道路区間に分割しよう。さらに、初期時刻から無限に続く時間軸を考えよう。時間軸上の時間区間 $[0, t]$ ($t \geq 0$) において対象区間 i ($i = 1, \dots, I$) に発生した路上障害物の累積個数を $n_i(t)$ で表す。ここで、記述の簡便化のために、当面の間、区間を表す下付き添え字 i を無視しよう。路上障害物の発生過程は、路上障害物の発生時刻にジャンプが発生する数え上げ過程 (counting process) $n(t)$ ($t \geq 0$) として記述できる。すなわち、路上障害物が発生する時刻を τ_k ($k = 1, 2, \dots$) と表せば、数え上げ過程は、

$$n(t) = \sum_{k=1}^{\infty} I_{\tau_k \leq t} \quad (1)$$

と定義できる。ただし、 I_A は条件 A が成立する時に 1、そうでない時に 0 となる指示関数であり、 $I_{\tau_k \leq t}$ は、

$$I_{\tau_k \leq t} = \begin{cases} 1 & \tau_k \leq t \text{ が成立する時} \\ 0 & \text{そうでない時} \end{cases} \quad (2)$$

を意味する。この時、数え上げ過程は、路上障害物が発生する時刻においてジャンプする右連続な過程となる。さらに、数え上げ過程 $n(t)$ が、

- 1) ほとんど確実に $n(0) = 0$ である
 - 2) n はかつ独立な増分を有する
 - 3) 任意の t に対して $n(t)$ がポワソン分布 $Po(\lambda t)$ に従う
- という条件を満足する時、 $n(t)$ は同質ポワソン過程と呼ばれる。路上障害物の発生過程が同質ポワソン過程に従う時、任意の $0 < u < v < t$ に対して、

$$P(n(v) - n(u) = n) = P(n(v - u) = n)$$

$$= \frac{\{\lambda(v - u)\}^n}{n!} \exp\{-\lambda(v - u)\} \quad (3)$$

が成立する。ここに、 $n(v) - n(u)$ は期間 $[u, v]$ に発生した路上障害物の数を表す。さらに、微小期間 $[t, t+h]$ を考えよう。この時、微小期間 $[t, t+h]$ の間に路上落下物が 1 個以上発生する確率は、微小な h に対して、

$$\begin{aligned} P(n(t+h) - n(t) = 1) &= \exp(-\lambda h) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\lambda h)^n}{n!} \\ &\approx \lambda h + o(h) \end{aligned} \quad (4)$$

と近似できる。ただし、2 個以上発生する確率は無視しうる。すなわち、ポワソン分布のパラメータ λ は、微小期間当たりの路上障害物の到着率を表す。

(2) モデルの定式化

いま、道路区間 i ($i = 1, \dots, I$) の使用環境を表す特性ベクトルを環境条件 x_i^m ($m = 1, \dots, M$) を要素とする行ベクトル $\mathbf{x}_i = (x_i^1, \dots, x_i^M)$ と表す。ただし、 x_i^m ($m = 1, \dots, M$) は道路区間 i の m 番目の説明変数の観測値を表す。道路区間 i における路上障害物の到着率 λ_i が道路区間特性ベクトル \mathbf{x}_i に依存すると考え、

$$\lambda_i = \lambda(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}) = \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}') \quad (5)$$

と表そう。ただし、 $\boldsymbol{\beta} = (\beta^1, \dots, \beta^M)$ は未知パラメータ β^m ($m = 1, \dots, M$) による行ベクトルである。記号 $'$ は転置操作を表す。式(5)では、指数関数を用いており、到着率は非負の値をとる。以下、式(5)をポワソン発生モデルと呼ぶこととする。いま、図-1に示したように、道路区間 i に対して時刻 $t = \tau_A$ と $t = \tau_B$ ($\tau_B > \tau_A$) という2つの時刻に道路巡回したと考えよう。道路巡回間隔は $z_i = \tau_B - \tau_A$ である。時刻 $t = \tau_A$ に巡回したときに、路上障害物が存在している場合、同時刻に直ちに路上障害物が撤去されると考えよう。したがって、時刻 $t = \tau_A$ の巡回直後の時刻では、路上障害物は 0 となる。すなわち、時刻 $t = \tau_B$ に道路巡回を実施した時に、道路区間 i に n_i 個の路上障害物が発見される確率はポワソン分布

$$\begin{aligned} Po(n(z_i) = n_i | \lambda_i) &= \frac{(\lambda_i z_i)^{n_i}}{n_i!} \exp(-\lambda_i z_i) \end{aligned} \quad (6)$$

で表される。以下、式(6)をポワソン発生モデルと呼ぶこととする。ただし、 $\lambda_i = \lambda(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})$ である。この時、巡回間隔 z_i の後に、道路区間 i で観測される路上障害物の平均値 $E[n_i | z_i]$ と分散 $V[n_i | z_i]$ は、

$$E[n_i | z_i] = \lambda(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}) z_i \quad (7a)$$

$$V[n_i | z_i] = \lambda(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta}) z_i \quad (7b)$$

と表される。すなわち、ポワソン発生モデルを用いた場合、路上障害物の平均値と分散が一致する。しかし、

交通事故や、本研究で対象とする路上障害物のように生起する確率が極めて小さい事象においては、その事象の発生数の分散が期待値よりもかなり大きくなるという over-dispersion の問題が発生することが指摘されている¹⁹⁾。したがって、現実に今回の道路巡回で観測される路上障害物の数に対しても、期待値と分散が一致する保証はなく、ポワソン発生モデルは、ランダム発生現象に厳しい制約条件を設けていると言えよう。そこで、4. では、ポワソン発生モデルが有する制約を緩め、平均と分散が一致する必要がないような混合ポワソン発生モデルを定式化する。

(3) ポワソン発生モデルの推計

道路巡回により、路上障害物に関する情報を獲得することができる。道路巡回の結果、合計 K 個の巡回サンプル情報が得られたとしよう。巡回サンプル j ($j = 1, \dots, K$) の情報 e^j を、

$$e^j = (n^j, z^j, \mathbf{x}_{i(j)}) \quad (8)$$

と表そう。ここに、 $i(j)$ は、巡回サンプル j のデータが対象とする道路区間のコード番号を表す。また、 n^j は観測された路上障害物の個数、 z^j は道路巡回の間隔、 $\mathbf{x}_{i(j)}$ は道路区間 $i(j)$ の特性ベクトルを表す。この時、巡回サンプル j の実測値 e^j が生起する条件付き確率（尤度） $\ell(\boldsymbol{\beta} : e^j)$ は、

$$\begin{aligned} \ell(\boldsymbol{\beta} : e^j) &= \frac{(\lambda(\bar{\mathbf{x}}_{i(j)}, \boldsymbol{\beta}) \bar{z}^j)^{\bar{n}^j}}{\bar{n}^j!} \exp\{-\lambda(\bar{\mathbf{x}}_{i(j)}, \boldsymbol{\beta}) \bar{z}^j\} \quad (9) \end{aligned}$$

と表せる。記号 $\bar{\cdot}$ は、実測値であることを意味する。また、尤度 ℓ は推定パラメータの関数として定義されるが、同時に与件データ（実測値など）を用いて定義される。このことを明示的に示すために、尤度関数の中に記号「:」を用いている。この点は、通常の場合の条件付確率の表記と異なるので留意されたい。1 個の道路区間における路上障害物の発生が、互いに独立に分布すると仮定すれば、 K 個の巡回サンプルデータが生じる同時生起確率密度を表す対数尤度関数は、

$$\begin{aligned} \ln\{\mathcal{L}(\boldsymbol{\beta} : \bar{\mathbf{e}})\} &= \ln \prod_{j=1}^K \ell(\boldsymbol{\beta} : e^j) \\ &= \kappa + \sum_{j=1}^K \bar{n}^j \ln\{\lambda(\bar{\mathbf{x}}_{i(j)}, \boldsymbol{\beta})\} \\ &\quad - \sum_{j=1}^K \lambda(\bar{\mathbf{x}}_{i(j)}, \boldsymbol{\beta}) \bar{z}^j \quad (10) \end{aligned}$$

と表せる。ただし、 $\bar{\mathbf{e}} = \{e^j (j = 1, \dots, K)\}$ である。また、 $\kappa = \sum_{j=1}^K (\bar{n}^j \ln z^j - \ln \bar{n}^j!)$ は定数項であり無視しよう。対数尤度関数、式(10)を最大にするようなパ

ラメータ値 $\boldsymbol{\beta}$ の最尤推定量は、

$$\frac{\partial \ln\{\mathcal{L}(\hat{\boldsymbol{\beta}} : \bar{\mathbf{e}})\}}{\partial \beta_m} = 0, \quad (m = 1, \dots, M) \quad (11)$$

を同時に満足するようなパラメータ $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_M)$ として与えられる。最適化条件は M 次の連立非線形方程式であり、たとえば、Newton 法を基本とする逐次反復法²⁴⁾を用いて解くことができる。さらに、パラメータの漸近的な共分散行列の推定量 $\hat{\Sigma}(\hat{\boldsymbol{\beta}})$ は、

$$\hat{\Sigma}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \left[\frac{\partial^2 \ln\{\mathcal{L}(\hat{\boldsymbol{\beta}} : \bar{\mathbf{e}})\}}{\partial \beta \partial \beta'} \right]^{-1} \quad (12)$$

と表すことができる。ただし、上式(12)の右辺は $\partial^2 \ln\{\mathcal{L}(\hat{\boldsymbol{\beta}} : \bar{\mathbf{e}})\} / \partial \beta_l \partial \beta_m$ を (l, m) 要素とする $M \times M$ 次の Fisher 情報行列の逆行列である²⁵⁾。

4. ポワソンガンマ発生モデル

(1) 混合ポワソン過程

ポワソン過程は、1 種類の事象が同一の到着率で繰り返し生起することを前提としている。しかし、路上障害物には、多様な種類の路上落下物、路面の変状、道路付帯施設の破損・損壊等が含まれ、これらの障害物がすべて同一の到着率で生起するとは考えにくい。むしろ、数多くのタイプの路上障害物がランダムに発生する現象と考える方が妥当であろう。以下では、数多くのタイプの路上障害物が異なる到着率で生起し、ある期間における到着率が確率分布に従って分布すると考えよう。すなわち、対象道路区間ごとに、路上障害物の到着率が確率分布すると考える。それと同時に、各道路区間ごとに、路上障害物がポワソン過程に従って発生すると考える。このように到着率が確率分布するようなポワソン過程は、混合ポワソン過程と呼ばれる。混合ポワソン過程を用いることにより、ポワソン過程において成立する平均（式(7a)参照）と分散（式(7b)参照）が等しくなるという制約条件を取り除くことが可能であり、より柔軟性の高い数え上げ過程をモデル化することが可能となる。このような混合ポワソン過程として、本研究では、到着率の異質性をガンマ分布で表現し、事象の発生現象をポワソン過程モデルで表現する。ポワソンガンマ発生モデルは、混合ポワソン過程モデルの中で、もっとも簡単なモデル構造を有しており、モデルを解析的に表現できるという利点を持っている。さらに、のちに議論するように、ある観測期間中に発生する路上障害物の累積個数を負の 2 項分布で表現できるという特性を持っている。このため、路上障害物のリスク管理指標を容易に導出できるという利点を有している。ポワソンガンマモデルの詳細に関しては、参考文献^{22), 23)}を参照して欲しい。

なお、ポワソンガンマ発生モデルでは、ある単位期間中に観測される路上障害物の累積発生数を確率分布として表現する。しかし、道路巡回の結果として得られるデータは、道路区間ごとに観測期間長が異なっている。さらに、道路巡回頻度を議論するためには、巡回間隔の変化が障害物発生リスクに及ぼす影響をモデル化することが必要となる。そこで、本研究では、巡回間隔（観測期間長） z_i を明示的に考慮したポワソンガンマ発生モデルを提案することとする。また、リスク管理指標の操作性を確保するために、到着率分布を平均1とするガンマ分布で表現する。

(2) モデルの定式化

道路区間 i ($i = 1, \dots, I$)における路上障害物の到着率が、確率分布関数 $F(\varepsilon_i)$ に従うと考えよう。いま、到着率 $\lambda_i > 0$ を、到着率に関する1つの実現値と考えよう。到着率 λ_i を、

$$\begin{aligned} \lambda_i &= \mu_i \varepsilon_i \\ &= \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}') \varepsilon_i \end{aligned} \quad (13)$$

とモデル化する。 $\mu_i = \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}')$ は、道路区間 i における路上障害物の平均的到着率であり、道路区間 i の特性 \mathbf{x}_i を用いて表現される。また、 ε_i は、平均1、分散 ϕ^{-1} のガンマ分布に従う確率誤差項である。ガンマ分布が区間 $[0, \infty)$ で定義されており、かつ式(13)の右辺で説明変数の加重和に関する指数関数を採用していることより、任意の説明変数と確率誤差項に関して式(13)の右辺が正の値をとることが保証される。確率誤差項 ε_i の平均が1であることより、期待到着率 $E[\lambda_i]$ は、

$$E[\lambda_i] = \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}') \quad (14)$$

と表される。一般に、ガンマ分布 $G(\alpha, \beta)$ の確率密度関数 $f(\varepsilon_i : \alpha, \beta)$ は、

$$f(\varepsilon_i : \alpha, \beta) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \varepsilon_i^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{\varepsilon_i}{\beta}\right) \quad (15)$$

と定義できる。ガンマ分布 $G(\alpha, \beta)$ の平均は $\mu = \alpha\beta$ で、分散は $\sigma^2 = \alpha\beta^2$ である。したがって、平均1、分散 $1/\phi$ のガンマ分布の確率密度関数 $f(\varepsilon_i : \phi, \phi^{-1})$ は、

$$f(\varepsilon_i : \phi, \phi^{-1}) = \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)} \varepsilon_i^{\phi-1} \exp(-\phi\varepsilon_i) \quad (16)$$

と表される。ここで、路上障害物が到着率 λ_i で発生すると仮定しよう。このとき、時間間隔 z_i で道路巡回を実施した際に、道路区間 i に n_i 個の路上障害物が発見される条件付き確率は、式(6)に示すようなポワソン分布 $Po(n(z_i) = n_i | \lambda_i)$ で表現される。さらに、到着率 λ_i が、ガンマ分布、式(16)に従って分布する場合、時間間隔 z_i の下で道路区間 i に n_i 個の路上障害物が発見される無条件確率は、

$$P(n(z_i) = n_i)$$

$$\begin{aligned} &= \int_0^\infty Po(n(z_i) = n_i | \lambda_i) f(\varepsilon_i : \phi, \phi^{-1}) d\varepsilon_i \\ &= \int_0^\infty \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)} \frac{(\lambda_i z_i)^{n_i}}{n_i!} \exp(-\lambda_i z_i) \varepsilon_i^{\phi-1} \\ &\quad \exp(-\phi\varepsilon_i) d\varepsilon_i \\ &= \frac{\phi^\phi}{n_i! \Gamma(\phi)} \int_0^\infty (\mu_i z_i)^{n_i} \varepsilon_i^{n_i+\phi-1} \\ &\quad \exp\{-(\mu_i z_i + \phi)\varepsilon_i\} d\varepsilon_i \end{aligned} \quad (17)$$

と表される。ここで、 $u_i = (\mu_i z_i + \phi)\varepsilon_i$ と置き、確率密度関数の変数変換を行えば、

$$\begin{aligned} &\int_0^\infty (\mu_i z_i)^{n_i} \varepsilon_i^{n_i+\phi-1} \exp\{-(\mu_i z_i + \phi)\varepsilon_i\} d\varepsilon_i \\ &= \int_0^\infty \frac{(\mu_i z_i)^{n_i}}{(\mu_i z_i + \phi)^{n_i+\phi}} u_i^{\phi+n_i-1} \exp(-u_i) du_i \\ &= \frac{\Gamma(\phi + n_i) (\mu_i z_i)^{n_i}}{(\mu_i z_i + \phi)^{n_i+\phi}} \end{aligned} \quad (18)$$

が成立する。したがって、時間間隔 z_i の下で道路区間 i に n_i ($n_i = 0, 1, 2, \dots$) 個の路上障害物が発見される無条件確率は、

$$\begin{aligned} P(n_i(z_i) = n_i) \\ &= \left(\frac{\phi}{\mu_i z_i + \phi}\right)^\phi \left(\frac{\mu_i z_i}{\mu_i z_i + \phi}\right)^{n_i} \frac{\Gamma(\phi + n_i)}{n_i! \Gamma(\phi)} \end{aligned} \quad (19)$$

と表される。以下、確率分布モデル、式(19)をポワソンガンマ発生モデルと呼ぶこととする。さらに、 $p_i = \phi/(\mu_i z_i + \phi)$ と置けば、式(19)は、

$$\begin{aligned} P(n_i(z_i) = n_i) \\ &= p_i^\phi (1 - p_i)^{n_i} \frac{\Gamma(\phi + n_i)}{n_i! \Gamma(\phi)} \\ &= \binom{\phi + n_i - 1}{n_i} p_i^\phi (1 - p_i)^{n_i} \end{aligned} \quad (20)$$

と書き換えることができる。ただし、 $\Gamma(\phi + n_i) = (\phi + n_i - 1) \cdots \phi \Gamma(\phi)$ であり、

$$\binom{\phi + n_i - 1}{n_i} = \frac{(\phi + n_i - 1)(\phi + n_i - 2) \cdots \phi}{n_i!}$$

と表せる。また、

$$P(n_i(z_i) = 0) = p_i^\phi \quad (21)$$

である。すなわち、ポワソンガンマ発生モデル、式(20)は、確率 p_i を持つ負の2項分布²⁶⁾として表すことができる。また、時間間隔 z_i を与件とした路上障害物の平均発生数 $E[n_i | z_i]$ と、分散 $V[n_i | z_i]$ は、

$$E[n_i | z_i] = \mu_i z_i \quad (22a)$$

$$V[n_i | z_i] = \frac{\mu_i z_i (\mu_i z_i + \phi)}{\phi} \quad (22b)$$

と表される^{20), 27)}。読者の便宜を図るため、平均と分散の導出過程を付録Aに示している。

(3) モデルの推計方法

ポワソンガンマ発生モデル, 式(20)において, 未知パラメータは β と分散パラメータ ϕ である. 3.(3)と同様に, 巡回サンプル j ($j = 1, \dots, K$)の実測値情報 $\bar{e} = \{\bar{e}^j (j = 1, \dots, K)\}$ が得られた場合を考える. ポワソンガンマ発生モデルの対数尤度関数は,

$$\begin{aligned} \ln\{\mathcal{L}(\beta, \phi : \bar{e})\} &= \sum_{j=1}^K \left\{ \ln \left[\frac{\Gamma(\phi + \bar{n}^j)}{\Gamma(\phi)} \right] + \bar{n}^j \ln(\mu_{i(j)} \bar{z}^j) \right. \\ &\quad \left. - (\bar{n}^j + \phi) \ln(\mu_{i(j)} \bar{z}^j + \phi) + \phi \ln \phi - \ln \bar{n}^j! \right\} \end{aligned} \quad (23)$$

と表される. ここで, ガンマ関数に関して,

$$\ln \left\{ \frac{\Gamma(\phi + \bar{n}^j)}{\Gamma(\phi)} \right\} = \sum_{k=0}^{\bar{n}^j-1} \ln(\phi + k) \quad (24)$$

が成立する(28), (29). したがって, 対数尤度関数は,

$$\begin{aligned} \ln\{\mathcal{L}(\beta, \phi : \bar{e})\} &= \sum_{j=1}^K \left\{ \sum_{k=0}^{\bar{n}^j-1} \ln(\phi + k) + \bar{n}^j \ln(\mu_{i(j)} \bar{z}^j) \right. \\ &\quad \left. - (\bar{n}^j + \phi) \ln(\mu_{i(j)} \bar{z}^j + \phi) + \phi \ln \phi - \ln \bar{n}^j! \right\} \end{aligned} \quad (25)$$

と書き換えることができる. ただし,

$$\mu_{i(j)} = \exp(\bar{x}_{i(j)} \beta') \quad (26)$$

が成立する. 対数尤度関数, 式(25)を用いれば, ポワソン発生モデルの場合と同様に, 最尤法によりポワソンガンマ発生モデルのパラメータ β , ϕ の最尤推定量を求めることができる.

5. 障害物発生リスク管理モデル

(1) リスク管理の目的

リスク管理指標として, 2.(3)で議論したように, 1) 路上障害物数, 2) 累積放置時間長 (遭遇交通量) という2つの指標を提案する. リスク管理指標は, 道路区間単位, および路線単位で定義できる. ここでは, 道路区間 i ($i = 1, \dots, I$)ごとにリスク管理指標を定義しよう. 5.(2)では, 巡回時刻で発見される路上障害物数の分布を定義する. その際, 路上障害物の発見個数の期待値とVaR指標を定義する. 路上障害物の発生が確率過程に従う場合, 巡回時刻で発見される路上障害物数は確率分布する. ある信頼水準の下で, 路上障害物の発見個数に関するリスク管理を行う場合, 路上障害物の発見個数の分散を考慮するVaR指標が必要となる. ついで, 5.(3)では, 累積放置時間長, と遭遇交通量という2つの指標を提案する. 道路障害物が長期間路上に放置されると交通事故リスクが増加する. さらに, 自動車交通量が多い道路では, 累積放置時間が長くなるほど, 交通事故リスクも大きくなる. そこ

で, 本研究では, 個々の路上障害物が道路上に放置される時間長の総和を累積放置時間長と呼ぶこととする. さらに, 当該自動車区間を利用する交通量の情報を用いて, 2つの巡回の間に「路上障害物と遭遇した延べ交通量」を遭遇交通量と呼ぶこととする. 遭遇交通量に関しても, 道路区間および路線のそれぞれのレベルにおいて, 遭遇交通上の期待値およびVaR指標を定式化することができる. 以上の議論は, 混合ポワソン過程モデルを用いて統計的な方法で検討できる. しかし, 道路区間の中には, 局所的な道路条件や環境条件により, 統計的なリスク水準より路上障害物の到達リスクが突出する区間が存在する. このような道路区間に対しては, 例えば監視カメラを設置する等, 重点的なリスク管理が必要となる. このような重点的なリスク管理が必要となる道路区間を抽出することも, 障害物発生リスク管理において重要な課題となる. この問題に関しては, 5.(4)で議論する.

なお, 道路巡回費用を削減するためには, 単独の道路区間のみを対象とするのではなく, 連続する複数の道路区間に対して同時に巡回を実施することが必要となる. したがって, 路線全体を対象とする管理レベルでは, 巡回業務の連続性を考慮して, 路線を構成する道路区間を複数のグループに集約し, 各グループごとに巡回頻度を設定することが現実的である. その上で, 各グループの巡回頻度と巡回費用の関係を検討することになる. このような路線別の巡回政策に関しても, 以下で定式化するリスク管理指標を用いて検討することができる. この問題は, 6.(4)で取り上げる.

(2) 路上障害物発生数

道路区間 i ($i = 1, \dots, I$)に対して, 時間間隔 z_i ごとに巡回する場合を考える. この時, n_i ($n_i = 0, 1, \dots$)個の路上障害物が発見される確率は, 式(20)より, 負の2項分布

$$NB(n_i : z_i) = \binom{\phi + n_i - 1}{n_i} p_i^\phi (1 - p_i)^{n_i} \quad (27a)$$

$$NB(0 : z_i) = p_i^\phi \quad (27b)$$

と書き換えることができる. 路上障害物の期待発生数 $E[n_i | z_i]$ は,

$$E[n_i | z_i] = \mu_i z_i \quad (28)$$

と表される. 期待発生数 $E[n_i | z_i]$ は直観的に分かりやすい指標である. しかし, 期待発生数は, 数多く繰り返される巡回において観測される路上障害物の発生数の期待値を定義したものであり, 現実に各巡回時刻において観測される路上障害物の発生数を表したものはない. 各巡回時刻において観測される路上障害物の発生数が $E[n_i | z_i]$ より多くなることは当然起こりうる.

障害物発生リスクの管理のためには、発生数の確率分布を明示的に考慮できる管理指標が望ましい。そこで、路上障害物の発生リスクの管理指標として VaR (Value at Risk) 指標を定式化しよう。いま、巡回間隔を z_i とした時に、巡回時刻において観測される路上障害物の発生数 n_i が、ある許容水準（以下、リスク管理限界と呼ぶ） \bar{U}_i 以上となる確率は、

$$P(n_i \geq \bar{U}_i | z_i) = \sum_{n_i=\bar{U}_i}^{\infty} NB(n_i : z_i) \quad (29)$$

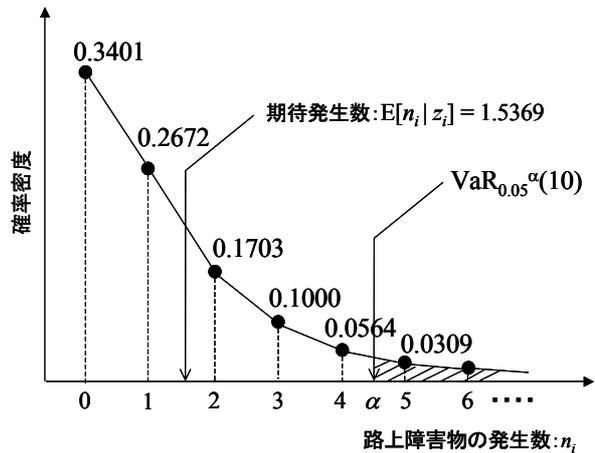
と表される。ただし、 \bar{U}_i は \bar{U}_i を越える整数の中で最小の整数を表す。図-2 に、路上障害物の発生数の確率分布と、路上障害物の期待発生数、リスク管理限界を示している。この場合の確率変数である障害物の発生数は離散値を取るため、図中の $n_i \geq \alpha$ の領域（斜線部分）に描かれている線分長（確率）の総和 ω は、巡回時刻で観測される路上障害物の発生数がリスク管理限界として設定した $\bar{U}_i = \alpha$ より大きくなる確率を表している。路上障害物の発生過程に不確実性があるために、巡回時刻で観察される路上障害物の発生数が、所与の管理限界を常に満足するとは限らない。確率 ω は、障害物発生リスクを表す指標であり、障害物発生信頼水準と呼ぶこととする。ここで、障害物発生信頼水準 ω と巡回間隔 z_i を所与とした路上障害物発生数に関する VaR 指標 $VaR_{\omega}^{\alpha}(z_i)$ を、

$$VaR_{\omega}^{\alpha}(z_i) = \arg \max_{U_i} \left\{ P(n_i \geq U_i | z_i) \leq \omega \right\} \quad (30)$$

と定義しよう。ただし、 \arg は、式(30)の右辺を最大にする U_i を指定する記号である。また、上付き添え字 α は、路上障害物の発生数に関する VaR 指標であることを表している。ここで、集合 $\Omega_{\omega}(\bar{U}_i)$ を、

$$\Omega_{\omega}(\bar{U}_i) = \left\{ z_i \mid VaR_{\omega}^{\alpha}(z_i) \leq \bar{U}_i \right\} \quad (31)$$

と定義しよう。集合 $\Omega_{\omega}(\bar{U}_i)$ は、「障害物発生信頼水準 ω の下で、路上障害物の発生数をリスク管理限界 \bar{U}_i 以下に抑えることが可能な巡回間隔の集合」を表している。このように、路上障害物の発生リスクは、信頼水準 ω とリスク管理限界 \bar{U}_i という2つのパラメータを用いて表現できる。信頼水準は統計学の有意水準に相当し、通常は $\omega = 0.05, 0.01$ が採用される。リスク管理限界は許容することができない具体的な物理量（この場合には障害発生数）を設定する。当然のことながら、信頼水準、リスク管理限界を小さくすればするほど、厳しい道路巡回政策を採用することを意味する。実際に道路管理者は、信頼水準とリスク管理限界を設定することで、最適な巡回間隔を上式のように決定することができる。なお、期待発生数 $E[n_i | z_i]$ は信頼水準として 0.5 を採用した VaR 値 ($VaR_{0.5}^{\alpha}(z_i)$) に他ならない。VaR 指標の



注) 本図は実証分析事例(巡回間隔 z_i を 10 日と設定した場合)に、巡回時刻で観測される路上障害物の確率分布を表したものである。図中の点 α は、VaR 値 $VaR_{0.05}^{\alpha}(10)$ を示す。なお、期待発生数 $E[n_i | z_i]$ は 1.5369 個である。

図-2 路上障害物の発生分布

定義より、 $\omega < 0.5$ の場合、 $E[n_i | z_i] < VaR_{\omega}^{\alpha}(z_i)$ が成立する。

(3) 累積放置時間分布

本節では、路上障害物が路上に放置される累積時間長に関するリスク管理指標を提案する。いま、ある巡回時刻を起点とする時間軸を考える。この時間軸上の時刻を時点と呼ぶ。道路区間 i ($i = 1, \dots, I$) の路上障害物の発生過程に着目する。当該の巡回時点 $t = 0$ から、次の巡回時点 $t = z_i$ までの期間の中で $n(z_i) = n_i$ 個の路上障害物が時点 $0 \leq t_1^i \leq \dots \leq t_{n_i}^i < z_i$ に発生したとしよう。この時、 n_i 個の障害物が路上に放置される期間長は、それぞれ $z_i - t_m^i$ ($m = 1, \dots, n_i$) と表される。ここで、単位区間 $[0, 1]$ において互いに独立な一様分布に従って分布する確率変数 u_m ($m = 1, \dots, n_i$) を定義しよう。 n_i 個の路上障害物の累積放置時間 $S_n(z_i) = \sum_{m=1}^{n_i} z_i - t_m^i$ に関する条件付確率分布関数は、

$$\begin{aligned} F(y_i | n(z_i) = n_i) &= P(S_n(z_i) \leq y_i | n(z_i) = n_i) \\ &= P\left(\sum_{m=1}^{n(z_i)} z_i - t_m^i \leq y_i \mid n(z_i) = n_i\right) \\ &= P\left(\sum_{m=1}^{n(z_i)} z_i(1 - u_m) \leq y_i \mid n(z_i) = n_i\right) \quad (32) \end{aligned}$$

と表現できる（導出過程は付録 B 参照）。巡回間隔 z_i の下で、巡回時点で観測される路上障害物の累積放置時間を $S(z_i) = \sum_{m=1}^{n(z_i)} S_m(z_i)$ と表そう。ただし、路上障害物の発生数 $n(z_i)$ は確率変数であり、 $S(z_i)$ も確率変数である。この時、路上障害物の累積放置時間の分

布関数は,

$$\begin{aligned}
 & P(S_i(z_i) \leq y_i) \\
 &= \sum_{n_i=0}^{\infty} P(n(z_i) = n_i) P(S_n(z_i) \leq y_i | n(z_i) = n_i) \\
 &= \sum_{n_i=0}^{\infty} P(n(z_i) = n_i) \\
 &\quad P\left(\sum_{m=1}^{n(z_i)} z_i(1 - u_m) \leq y_i \mid n(z_i) = n_i\right) \\
 &= P\left(\sum_{m=1}^{n(z_i)} z_i(1 - u_m) \leq y_i\right) \quad (33)
 \end{aligned}$$

と定義される. 区間 $[0, 1]$ で定義される確率変数 u_m が一様分布に従うとき, $1 - u_m$ も同一の一様分布に従う. したがって, 累積放置時間 $S(z_i)$ の分布関数 $P(S(z_i) \leq y_i)$ は, 次式で表せる²²⁾.

$$P(S(z_i) \leq y_i) = P\left(\sum_{m=1}^{n(z_i)} z_i u_m \leq y_i\right) \quad (34)$$

路上障害物の発生数が $n(z_i) = n_i$ の時, 累積放置時間 $S_n(z_i) = \sum_{m=1}^{n_i} z_i u_m$ の条件付き期待値は,

$$E[S_n(z_i) | n(z_i) = n_i] = \frac{n_i z_i}{2} \quad (35)$$

となる. したがって, 累積放置時間の期待値 (期待累積放置時間) $E[S(z_i)]$ は,

$$\begin{aligned}
 E[S(z_i)] &= \sum_{n_i=0}^{\infty} P(n(z_i) = n_i) E[S_n(z_i) | n(z_i) = n_i] \\
 &= \sum_{n_i=0}^{\infty} \frac{z_i}{2} n_i NB(n_i : z_i) = \frac{\mu_i z_i^2}{2} \quad (36)
 \end{aligned}$$

と表される. ここで, 累積放置時間長の確率分布を求めるために, 区間 $[0, \infty)$ を自然数 l_i ($l_i = 1, 2, \dots$) を用いて, 互いに排他的な可算無限個の区間 $(0, z_i], (z_i, 2z_i], \dots, ((l_i - 1)z_i, l_i z_i], \dots$ のクラスに分割しよう. その中で, まず区間 $[0, z_i)$ に着目する. 区間 $y_i \in (0, z_i)$ において, 一様分布の和 $S(z_i)$ は, 確率密度

$$\lambda(1) = \sum_{n_i=1}^{\infty} \frac{1}{n_i z_i} P(n(z_i) = n_i) \quad (37)$$

の一様分布に従う. つぎに, 区間 $y_i \in (z_i, 2z_i]$ では, $S(z_i)$ は確率密度

$$\begin{aligned}
 \lambda(2) &= \sum_{n_i=2}^{\infty} \frac{1}{n_i z_i} P(n(z_i) = n_i) \\
 &= \lambda(1) - \frac{1}{z_i} P(n(z_i) = 1) \quad (38)
 \end{aligned}$$

の一様分布に従う. 以下, 同様の議論を繰り返すことにより, 区間 $((l_i - 1)z_i, l_i z_i]$ では, 確率密度

$$\lambda(l_i) = \lambda(1) - \sum_{m_i=1}^{l_i-1} \frac{1}{m_i z_i} p(n(z_i) = m_i) \quad (39)$$

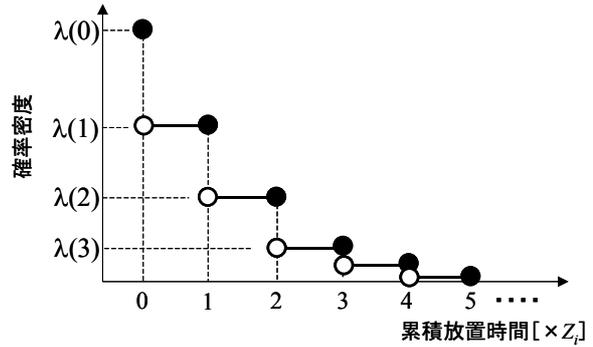


図-3 累積放置時間分布

の一様分布に従う. すなわち, 累積放置時間の確率密度関数 $h(y_i)$ は, 段階的な一様関数

$$h(y_i) = \begin{cases} \lambda(0) & y_i = 0 \\ \lambda(1) & y_i \in (0, z_i] \\ \lambda(2) & y_i \in (z_i, 2z_i] \\ \vdots & \vdots \\ \lambda(l_i) & y_i \in ((l_i - 1)z_i, l_i z_i] \\ \vdots & \vdots \end{cases} \quad (40)$$

で表される. ただし, $y_i = 0$ の時,

$$\lambda(0) = P(n(z_i) = 0) = \left(\frac{\phi}{\mu_i z_i + \phi}\right)^\phi \quad (41)$$

が成立する. したがって, 累積放置時間の分布関数は, 図-3に示すように区分連続的な確率分布で表現される. 5.(2)の議論と同様に, 信頼水準 ω と巡回間隔 z_i を所与とした累積放置時間に関する VaR 指標 $\text{VaR}_\omega^\beta(z_i)$ を,

$$\text{VaR}_\omega^\beta(z_i) = \arg \max_{V_i} \left\{ V_i \mid P(S(z_i) \geq V_i) \leq \omega \right\} \quad (42)$$

と定義する. さらに, 集合 $\Omega_\omega(\bar{V}_i)$ を

$$\Omega_\omega(\bar{V}_i) = \left\{ z_i \mid \text{VaR}_\omega^\beta(z_i) \leq \bar{V}_i \right\} \quad (43)$$

と定義しよう. 集合 $\Omega_\omega(\bar{V}_i)$ は, 「信頼水準 ω の下で, 累積放置時間をリスク管理限界 \bar{V}_i 以下に抑えることが可能な巡回間隔の集合」を表している.

つぎに, 期待遭遇交通量を, 路上障害物に遭遇する自動車の期待台数により定義しよう. 簡単のために, 交通量の到着率が一定値 g_i をとると仮定しよう. 現実には, 時間帯ごとに交通量は変動する. しかし, 巡回区間ごとの時間交通量の変動に関する詳細なデータは入手不可能であり, 以下では交通量の到着率が一定値であると仮定する. この時, 期待累積放置時間 $E[S(z_i)]$ を用いて, 期待遭遇交通量 $E[W(z_i)]$ は,

$$E[W(z_i)] = g_i E[S(z_i)] \quad (44)$$

と表せる. また, VaR 指標 $\text{VaR}_\omega^\beta(z_i)$ より, 期待遭遇交通量の VaR 指標 $\text{VaR}_\omega^\gamma(z_i)$ は,

$$\text{VaR}_\omega^\gamma(z_i) = \arg \max_{W_i} \left\{ W_i \left| P(g_i S(z_i) \geq W_i) \leq \omega \right. \right\} \quad (45)$$

となる. また, 「信頼水準 ω の下で, 遭遇交通量をリスク管理限界 \bar{W}_i 以下に抑えることが可能な巡回間隔の集合」 $\Omega_\omega(\bar{W}_i)$ は

$$\Omega_\omega(\bar{W}_i) = \left\{ z_i \left| \text{VaR}_\omega^\gamma(z_i) \leq \bar{W}_i \right. \right\} \quad (46)$$

と定義できる.

(4) 重点管理区間の抽出

道路区間 i ($i = 1, \dots, I$) に対して, 時間間隔 z_i ごとに合計 L_i 回の道路巡回を実施した場合を考えよう. さらに, 第 l_i ($l_i = 1, \dots, L_i$) 回目の道路巡回で発見した路上障害物数を $n_i^{l_i}$ と表そう. また, 合計 L_i 回の巡回によって得られた路上障害物数に関する観測サンプルベクトルを $\mathbf{n}_i = (n_i^1, \dots, n_i^{L_i})$ と表そう. この時, 観測される路上障害物数が, ポワソンガンマ発生モデルで推定する平均的な路上障害物数と比較して, 過大な路上障害物数が発見される可能性がある. このような異常値が見いだせる道路区間は, 当該区間に特有な道路環境条件が, 障害物発生リスクに影響を及ぼしている可能性がある. このような道路区間に関しては, 標準的な道路巡回だけでなく, 重点的な路上障害物管理が必要である. 本研究では, 道路障害物の到着率が異常に高い道路区間を, 重点管理区間と呼ぶこととする. 重点管理区間を抽出するためには, 分析対象とする道路区間の母集団における路上障害物の到着率と, 抽出する道路区間における到着率が有意な差異を有しているかどうかを検討することが必要となる. このような特定のサンプルの確率特性と, 参照となる母集団における確率特性との間における差異に関する検討は, 損害保険理論の分野で古くから信憑性理論 (credibility theory)^{30),31)} として1つの確立した分野となっている. 本研究では, 信憑性理論に基づく統計的手法により, 道路区間の重点管理の必要性を評価しよう.

前述したように, 巡回間隔 z_i の下で特性 \mathbf{x}_i の道路区間において, 期待路上障害物の期待発生数 $E[n_i|z_i]$ は, 式(28)より,

$$E[n_i|z_i] = \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}') z_i \quad (47)$$

と表せる. 一方, 検討対象とする道路区間 i^* における L_{i^*} 回の巡回で実測した路上障害物の個数 $n_{i^*}^{l_{i^*}}$ ($l_{i^*} = 1, \dots, L_{i^*}$) を用いて標本平均 \bar{X}_{i^*} を,

$$\bar{X}_{i^*} = \frac{\sum_{l_{i^*}=1}^{L_{i^*}} n_{i^*}^{l_{i^*}}}{L_{i^*}} \quad (48)$$

と定義しよう. このとき, 標本平均 \bar{X}_{i^*} については,

$$E[\bar{X}_{i^*}] = L_{i^*}^{-1} \sum_{l_{i^*}=1}^{L_{i^*}} E[n_{i^*}^{l_{i^*}} | z_{i^*}] = E[n_{i^*} | z_{i^*}] \quad (49)$$

が成立するため, 標本平均 \bar{X}_{i^*} は $E[n_{i^*} | z_{i^*}]$ の不偏推定量であることがわかる. また, 標本分散についても同様に負の二項分布の分散を用いて,

$$\begin{aligned} \text{Var}[\bar{X}_{i^*}] &= L_{i^*}^{-2} \sum_{l_{i^*}=1}^{L_{i^*}} \text{Var}[n_{i^*}^{l_{i^*}} | z_{i^*}] \\ &= L_{i^*}^{-1} \text{Var}[n_{i^*} | z_{i^*}] \end{aligned} \quad (50)$$

と表現することができる. これら2式は, 巡回回数 L_{i^*} がある程度の大きな数になったとき, 標本平均 \bar{X}_{i^*} の分散は0に近づき, \bar{X}_{i^*} は $E[n_{i^*} | z_{i^*}]$ に集中し, 確率収束していくことを意味している. したがって, 路上障害物がポアソンガンマ発生モデルで発生しているか否か, すなわち路上障害物が標準的に発生しているか否かを統計的に判断するためには, 標本平均の確率分布を定義した上で, 予め設定したリスク水準 p (例えば, $p = 0.9$) に対して,

$$\Pr\left(\left| \bar{X}_{i^*} - E[n_{i^*} | z_{i^*}] \right| \leq y(i^*)\right) \geq p \quad (51)$$

を満足するかを評価すれば良い. ここで, 標本平均 \bar{X}_{i^*} の確率分布は, 巡回回数 L_{i^*} が大きいときには大略正規分布となることが中心極限定理により保証される. さらに, 標準化定数 Z を,

$$Z = \frac{\bar{X}_{i^*} - E[n_{i^*} | z_{i^*}]}{(\sqrt{L_{i^*}})^{-1} \text{Var}[n_{i^*} | z_{i^*}]} \quad (52)$$

と定めると, 標準化定数は標準正規分布 $N(0, 1)$ に従うことになる. したがって, 式(51)は,

$$\begin{aligned} &\Pr\left(|Z| \leq \frac{y(i^*)}{(\sqrt{L_{i^*}})^{-1} \text{Var}[n_{i^*} | z_{i^*}]}\right) \\ &= \Pr\left(|Z| \leq y_p(i^*)\right) \geq p \end{aligned} \quad (53)$$

と表すことができる. 標準正規分布に関しては, その累積分布関数が数多くの成書に数値表として与えられているので, 上式の $y_p(i^*)$ を一意に定めることが可能である. これより, リスク水準 p を与件として, 条件

$$|Z| \leq y_p(i^*) \quad (54)$$

を満足しない場合, 当該の道路区間は他の区間より路上障害物の発生特性が著しく顕著であると判断することができる.

6. 適用事例

(1) 適用事例の概要

本研究で提案したモデルを, 国土交通省近畿地方整備局が管理する一般国道の道路巡回履歴データに適用しよう. 同整備局では, 「道路巡回実施要領 (案)」³³⁾ により, 巡回の体制, 種類, 頻度, 実施方法などが設

表-1 路線データ

路線	対象区間延長	対象区間数	落下物	路面異常	平日24時間自動車交通量(大型車)
国道A号	5.0km	38(19×2)	18件	16件	2,731台
国道B号	6.2km	42(21×2)	37件	51件	3,787台
国道C号	3.7km	14	7件	5件	2,375台
合計	14.9km	94	62件	72件	

表-2 ポワソン発生モデルおよびポワソンガンマ発生モデルの推計結果

		ポワソン発生モデル			ポワソンガンマ発生モデル			
		β_1	β_2	β_3	β_1	β_2	β_3	ϕ
ケース1: 落下物+路面異常	最尤推定値 (t値)	-15.2917 (-20.2406)	4.6934 (5.1436)	0.0003 (3.1242)	-15.2530 (-19.0892)	4.6164 (4.7517)	0.0003 (2.9824)	0.0855 (2.1374)
	対数尤度 尤度比	-836.1172 0.9265			-826.1124 0.9274			
ケース2: 落下物	最尤推定値 (t値)	-15.4853 (-14.0698)	3.8409 (2.7866)	0.0002 (1.5673)	-15.4446 (-13.3831)	3.7634 (2.6049)	0.0002 (1.4932)	0.0430 (1.2938)
	対数尤度 尤度比	-440.1809 0.9610			-435.8150 0.9614			
ケース3: 路面異常	最尤推定値 (t値)	-16.3907 (-17.0505)	5.3252 (4.3570)	0.0004 (2.7733)	-16.3547 (-15.9948)	5.2524 (3.9755)	0.0004 (2.6451)	0.0429 (1.7990)
	対数尤度 尤度比	-487.1562 0.9569			-477.8373 0.9578			

定されている。現行の道路巡回体制においては、道路巡回のタイプは、通常巡回、夜間巡回、定期巡回、異常時巡回の4種類に分類されている。通常巡回は、通常の状態における道路および道路利用状況を把握することを目的として1日1回の頻度で実施される。夜間巡回は夜間における道路および道路利用状況の把握を目的として1ヶ月に1回以上、定期巡回は主要構造物の状況把握を目的として1年に1回以上の頻度で実施される。異常時巡回は台風、豪雨、地震などにより交通障害、災害が発生した場合や、発生する恐れがある場合に実施される。これらの巡回のうち、定期巡回は対象となる構造物ごとに巡回頻度が設定され、また異常時巡回は必要に応じて実施される。したがって、定期巡回と異常時巡回に関しては、それらの巡回頻度は路上障害物の発生とは別の要因で決定されていることから、以降の議論では、通常巡回と夜間巡回に着目し、巡回頻度と障害物発生リスクの関係を分析する。

本研究では、国道A号線(対象区間延長5.0km)、B号線(同6.2km)、C号線(同3.7km)の道路巡回履歴データベースを分析対象として取り上げる。同データベースでは、通常巡回、夜間巡回の履歴データ(2004年4月1日~2005年3月31日)が蓄積されている。道路巡回日誌には、路上障害物の種類や個数だけでなく、路上障害物が発見された路線、区間および区間通過時刻が記入されている。実証分析の対象とする3路線は、表-1に示すように、それぞれ38、42、14区間の単位区間により構成されている。なお、1区間当りの延長

は100m~600mである。また、具体的な路上障害物としては、落下物と路面異常を取り上げた。分析対象とする期間中(1年間)に、これら3路線の一般国道で発生した路上障害物は、路上落下物が62件、路面異常が73件であった。

(2) 推計結果

路上障害物の発生過程をモデル化するために、ポワソン発生モデルおよびポワソンガンマ発生モデルの推計を行った。今回の推計には、サンプルとして28,294個の通常巡回の履歴データを利用することが可能であった。説明変数としては、数回の試行の結果を踏まえて、最終的に区間延長と平日24時間自動車交通量(大型車)を採用した。すなわち、推計式は、

$$\lambda_i = \exp(\beta_1 + \beta_2 x_i^2 + \beta_3 x_i^3) \varepsilon_i \quad (55)$$

と表される。ただし、 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ はパラメータ、 x_i^2 は区間*i*の延長、 x_i^3 は平日24時間自動車交通量(大型車)を表す。 β_1 は定数項である。今回のケースでは、路上障害物発生の到着率 λ_i は、全道路区間で共通の特性 β_1 、同一環境条件区間で共通の特性 $\beta_2 x_i^2 + \beta_3 x_i^3$ 、個々の道路区間の異質特性 ε_i で構成されている。ポワソン発生モデルに関する式(11)の1階の最適化条件は、連立非線形方程式として与えられ、未知パラメータの最尤推定量をニュートンラフソン法により算出した(ポワソンガンマについても未知パラメータ ϕ が1つ増えるが、解法は同様である)。推計結果を*t*値とともに表-2に示す。同表には、落下物と路面異常の種別を区分せずに路上

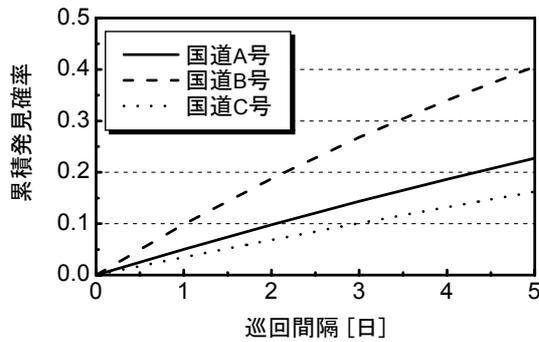


図-4 ポワソン発生モデルの累積発見確率

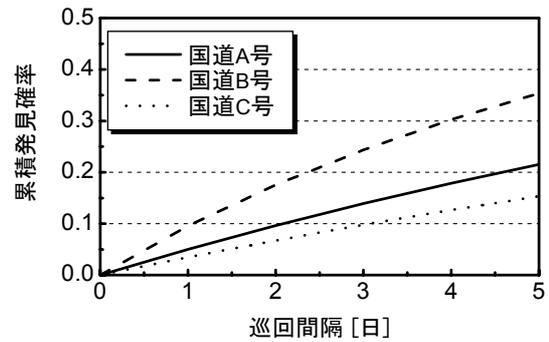


図-5 ポワソンガンマ発生モデルの累積発見確率

障害物として一括して推計したケース1，それぞれの障害事象を個別に取り上げて推計したケース2と3の合計3ケースの推計結果を示している．いずれのケースで両モデルを比較しても推計結果に大きな差異を確認することができないが，ポワソンガンマ発生モデルの方が説明変数が1つ多いために，尤度比が若干高くなっている．一方，同じモデルでケース間の比較を行うと， β_2 や ϕ の推計値が変化していることがわかる．

以上で推計したポワソン発生モデルとポワソンガンマ発生モデルを用いて，国道A号，B号，C号線の対象区間における路上障害物の累積発見確率を求めてみよう．累積発見確率と巡回間隔の関係を分析することにより，当該路線，あるいは区間で路上障害物が発見される確率が巡回間隔によりどのように変化するかを分析することができる．累積発見確率は，巡回間隔を与件として，路上障害物が1個以上発生する確率を算出することにより求めることができるが，これは全確率1から路上障害物が発生しない(0個発生する)確率を減算することと等価である．すなわち，路上障害物が発見される累積確率は，

$$P(n_i(z_i) \geq 1) = 1 - \prod_{i=1}^I P(n_i(z_i) = 0) \quad (56)$$

と定義される．ポワソン発生モデル，およびポワソンガンマ発生モデルを用いた路上障害物の発生個数分布は，それぞれ式(6)と式(19)で表される．したがって，ポワソン発生モデルとポワソンガンマ発生モデルの路上障害物の累積発生確率は，具体的に，

$$Po(n(z_i) \geq 1) = 1 - \prod_{i=1}^I \exp(-\lambda_i z_i) \quad (57a)$$

$$PNB(n_i(z_i) \geq 1) = 1 - \prod_{i=1}^I \left(\frac{\phi}{\mu_i z_i + \phi} \right)^\phi \quad (57b)$$

と表される．図-4と図-5は，それぞれ推計したポワソン発生モデル，ポワソンガンマ発生モデルを用いて，巡回間隔(日)と路上障害物の累積発見確率の関係

を分析した結果を示している．巡回間隔が同じであれば，ポワソン発生モデルとポワソンガンマ発生モデルのいずれであっても累積発見確率に大差がなく，国道B号がA号とC号よりも累積発見確率が高いことがわかる．式(13)において，ガンマ分布の平均を1としていることより，ポワソン発生モデル，ポワソンガンマ発生モデルで推計した到着率の期待値の間に大きな変化がないことは当然予想されることである．しかし，両発生モデルで求めた累積発見確率の間に若干の差異が生じている．このことは，式(13)の誤差項の定義域が $[0, \infty)$ であり，誤差項の分布関数として非対称分布を用いざるを得ないことに起因する．本研究で採用したガンマ分布も，非対称分布であることを断っておく．ポワソンガンマ発生モデルを採用することの利点は，到着率の分散を考慮することにより，路上障害物の発生リスクを明示的に分散パラメータ ϕ を用いて推計できる点にある．以下では，5.で提案したリスク管理指標を用いて，路上障害物の発生リスクに関して分析する．

(3) 分析結果

道路巡回の対象路線の最適な巡回間隔を決定するために，5.で述べた巡回間隔に対するリスク管理指標と，リスク管理限界に対する最適巡回間隔を全道路区間で算出する．リスク管理指標は，路上障害物数，累積放置時間長，遭遇交通量に関する3指標であり，以下で順に分析結果を示す．

まず，ポワソン発生モデルとポワソンガンマ発生モデルを用いて，路上障害物発生数に関するVaR指標 $VaR_{\omega}^{\alpha}(z_i)$ (式(30)参照)を求めた．VaR指標は，すべての道路区間に関して算定できるが，その結果は膨大な量となるため，ここでは路上障害物の発生数が比較的多い，ある1つの区間を事例対象として取り上げよう．分析対象として取り上げた道路区間(該当道路区間を，便宜的に i^0 と表そう)は，区間延長が200mで24時間自動車交通量(大型車)は2,757台である．図-6

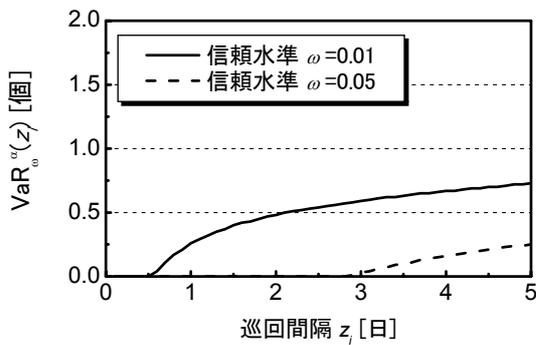


図-6 路上障害物数に関する $VaR_{\omega}^{\alpha}(z_i)$ (ポワソン発生モデル)

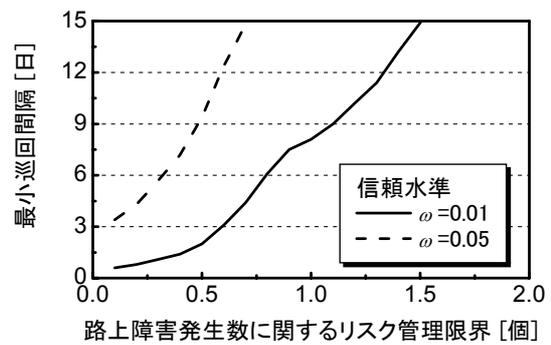


図-8 リスク管理限界 (路上障害発生数) と最小巡回間隔 (ポワソン発生モデル)

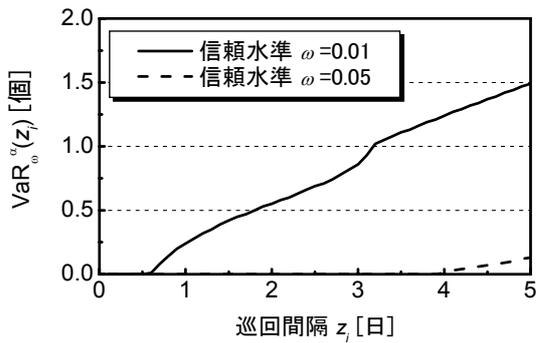


図-7 路上障害物数に関する $VaR_{\omega}^{\alpha}(z_i)$ (ポワソンガンマ発生モデル)

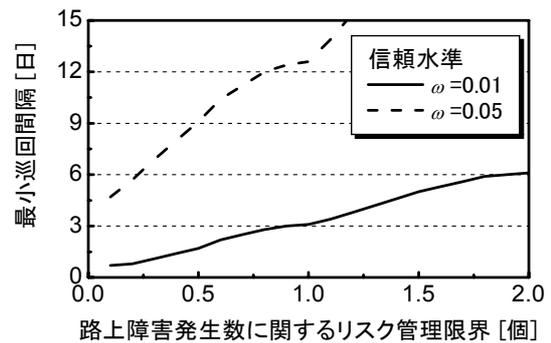


図-9 リスク管理限界 (路上障害発生数) と最小巡回間隔 (ポワソンガンマ発生モデル)

と図-7は、巡回間隔 z_{i0} と2つのモデルを用いて求めた VaR 指標 $VaR_{0.01}^{\alpha}(z_{i0})$ と $VaR_{0.05}^{\alpha}(z_{i0})$ の関係を分析した結果を示している。巡回間隔の基本単位として日を採用している。すなわち、巡回間隔が1の場合は、毎日道路巡回を実施することを意味する。両モデルを比較すると、同じ巡回間隔の下では、 $\omega = 0.01$ のとき、ポワソンガンマ発生モデルの方が、大きな VaR 指標値を示している (なお、巡回間隔を長くすれば、 $\omega = 0.05$ のときも同様の傾向が確認できたことを付記しておく)。このことより、ポワソン発生モデルを用いて VaR 指標を計算した場合、障害物発生リスクを過小評価する危険性が存在することが理解できる。また、図-8と図-9は、路上障害物の発生数に関するリスク管理限界 \bar{U}_{i0} と、集合 $\Omega_{\omega}(\bar{U}_{i0})$ (式(31)参照) の最小値で定義される最小巡回間隔の関係を示している。両図を比較すると、この道路区間においては、例えば信頼水準を $\omega = 0.01$ 、リスク管理限界を1個と定めると、ポワソン発生モデルでは最小巡回間隔は8.1日、ポワソンガンマ発生モデルでは3.1日となり、前者のモデルを採用した際には巡回間隔を2倍以上過大に評価 (リスクを過小に評価) することになる。

つぎに、累積放置時間長に関する VaR 指標 $VaR_{\omega}^{\beta}(z_{i0})$

を算出し、累積放置時間長に関するリスク管理限界から最小巡回間隔を評価しよう。これまでの議論と同様に、道路区間 i_0 を分析対象として取り上げる。なお、ポワソン発生モデルは、路上障害物数のときと同様にリスクを過小評価する傾向が確認されたので、以降の分析ではポワソンガンマ発生モデルにのみ焦点を当てることとする。図-10は、累積放置時間長をリスク管理指標とした場合を対象として、累積放置時間長に関するリスク管理限界のそれぞれに対して最小巡回間隔を求めた結果を示している。信頼水準 $\omega = 0.05$ であれば、リスク管理限界を27時間と30時間のいずれに設定しても最小巡回間隔は5日と変わらないことが理解できる。なお、この場合も含めて、リスク管理限界よりも最小巡回間隔の方が長くなるケースが多々存在する。これは、障害物の発生確率が極めて小さいことに起因する。例えば、巡回間隔が1日で路上障害物が1個発生した場合を考えると、障害物の放置時間は0時間から24時間の範囲を取りうる。しかしながら、そもそも障害物の発生確率が極めて小さければ、式(40)の定義から、累積放置時間の確率密度関数は0が突出した値を取ることになり、累積放置時間に関するリスク管理指標 $VaR_{\omega}^{\beta}(z_i)$ は巡回間隔よりも小さい値となる。また、リ

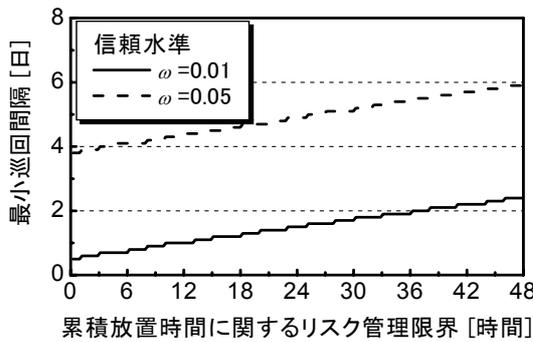


図-10 リスク管理限界（累積放置時間長）と最小巡回間隔

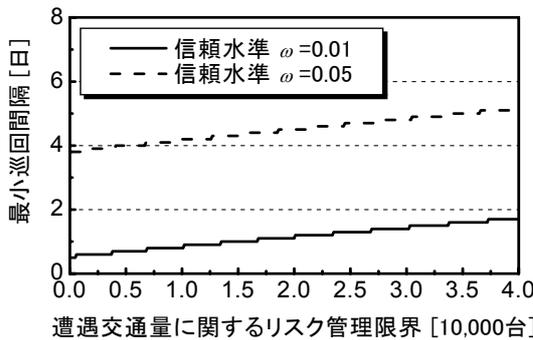


図-11 リスク管理限界（遭遇交通量）と最小巡回間隔

リスク管理指標として遭遇交通量を採用した場合においても、リスク管理限界と最小巡回間隔の関係を求めることができる。分析結果を図-11に示している。道路区間 i では、24時間普通自動車交通量は32,062台であるので、32,062台が累積放置時間長が24時間に対応することになる。

以上、本研究で提案した3つのリスク管理指標のそれぞれに対して、各道路区間に対するリスク管理限界を満足するような最小巡回間隔を求めた。リスク管理指標としていずれを採用するかは道路管理者が管理する道路事情により異なると推察できるが、提案した3指標は路上障害物に対するリスク管理限界を計量化する上で実用的な指標であると考えられる。また、この他の指標を採用する場合であっても5.で示した同様の考え方を適用することにより、リスク管理限界を定義することが可能である。

(4) 最適巡回政策

a) 最適巡回間隔

前節では各道路区間のリスク管理限界に対する最小巡回間隔を評価した。2.(3)で言及したように、通

常、道路巡回はある路線における連続する道路区間で構成される基本管理区間を対象として実施される。このため、同一の基本管理区間に含まれる道路区間においては、すべて同一の時間間隔を経て道路巡回が実施されることになる。このような道路巡回の実態を踏まえれば、望ましい道路巡回政策を検討するためには、1)基本管理区間の設定方法、2)各基本管理区間ごとのリスク管理限界の設定、および3)各基本管理区間における道路巡回頻度について検討することが必要となる。

個々の道路区間に対して定義したリスク管理限界は、当該道路区間に対して許容できるリスクの最大水準を規定したものである。したがって、基本管理区間における道路巡回頻度を検討する場合、基本管理区間を構成するすべての道路区間に対して一様にリスク管理限界を達成することが必要となる。道路巡回の効率性を達成するためには、可能な限り障害物発生リスクが似通った道路区間により基本管理区間を構成することが望ましい。一方、道路点検車両を用いて道路巡回を実施する場合、道路区間の連続性やネットワークの構成状態を考慮して、巡回ルートを検討することが必要となる。したがって、最適な道路巡回頻度を検討するためには、所与の信頼水準の下で、巡回費用を最小にするような基本管理区間を設定するような最適計画モデルを定式化することが必要となる。しかし、本研究は、巡回頻度と障害物発生リスクの関係を分析するためのポワソンガンマ発生モデルを提案することに主眼を置いている。したがって、望ましい道路巡回政策に関する議論は本研究の域を越えており、詳細な検討に関しては別の機会に譲りたい。以下では、あくまでも5.で提案した障害物発生リスク管理モデルの適用事例を示すことを目的として、道路巡回頻度を検討する方法について考察する。

一般に、道路巡回頻度は、1)基本管理区間の代替案の作成(ステップ1)、2)基本管理区間のリスク管理限界の設定(ステップ2)、3)基本管理区間ごとの最小巡回間隔の検討という手順により求めることができる。本研究で分析対象とする国道A号、B号、C号の道路区間は、いずれも現行の道路巡回において同一の道路巡回コース上に位置している。以下では、基本管理区間の代替案として、すべての道路区間を一括して巡回するような代替案をベンチマークケースとして設定する。それと同時に、国道A号、B号、C号、それぞれを別の巡回ルートとして設定する場合を代替的基本区間案として設定する。

まず、すべての道路区間を一括して巡回するようなベンチマークケースを取り上げよう。本ケースの場合、分析対象とする94個の道路区間に対して、所与のリスク限界を満足するような最大巡回間隔を求める。その

表-3 重点管理区間を除外したポワソンガンマ発生モデルの推計結果

	ポワソンガンマ発生モデル			
	β_1	β_2	β_3	ϕ
最尤推定値	-15.9760	6.6962	0.0002	0.1245
t値	(-16.3419)	(5.1996)	(1.8855)	(1.2221)
対数尤度	-553.2844			
尤度比	0.9479			

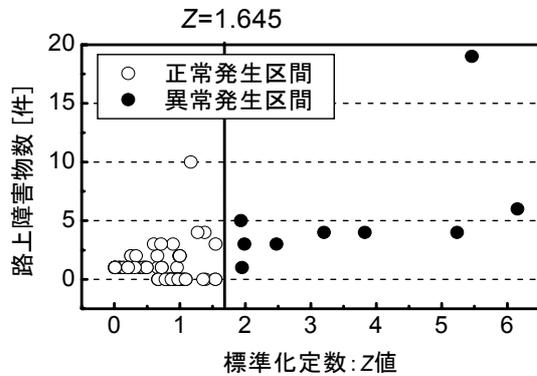


図-13 重点管理区間の抽出

い路線では巡回間隔を現在の1日から延伸する代わりに、一方で路上障害物の発生数が多い路線の巡回頻度を1日数回とする等も可能であり、路上障害物の発生状況に応じた柔軟な道路巡回政策にもつながる。

b) 重点管理区間

5.(4)で述べた方法により、路上障害物が他の道路区間と比較して過大に発生する道路区間を抽出しよう。リスク水準 p を $p = 0.9$ に設定し、道路区間1~94の中で、条件式(54)を満足しないような道路区間を重点管理区間とする。ここで、標準正規分布の累積分布関数を $\Phi(y)$ とすると、リスク水準 p は、

$$\begin{aligned}
 p &= \Pr(|Z| \leq y_p) = \Pr(-y_p \leq Z \leq y_p) \\
 &= \Phi(y_p) - \Phi(-y_p) = \Phi(y_p) - 1 + \Phi(y_p) \\
 &= 2\Phi(y_p) - 1 \tag{58}
 \end{aligned}$$

と定義できる。したがって、 $\Phi(y_p) = (1+p)/2$ が成立し、 y_p は標準正規分布の $(1+p)/2\%$ 点となり、 $y_{0.9} = 1.645$ と表される。最終的に、条件(54)は、

$$|Z| = \frac{\bar{X}_{i^*} - E[n_{i^*}|z_{i^*}]}{(\sqrt{L_{i^*}})^{-1}Var[n_{i^*}|z_{i^*}]} \leq 1.645 \tag{59}$$

と表せる。全道路区間に対して標準化定数 Z を算出し、重点管理区間を抽出した結果を図-13に示す。図中に実線で示した $Z=1.645$ を境界として、重点管理区間を●、標準区間を○で表している。全94個の道路区間の中から、9区間が重点管理区間として抽出された。また、同図からは各道路区間の標準化定数値と実測され

た路上障害物数の関係も読み取れるが、路上障害物の発生数の多い区間が必ずしも重点管理区間として抽出されているわけではない。これは、同じ道路特性を有する他の道路区間においても路上障害物の発生数が多ければ、条件式(59)を満足する一方で、逆に路上障害物の発生数が比較的少ない区間であっても同じ道路特性区間の路上障害物の発生数が極めて少ないときには条件式(59)を満足しないことがあるからである。

つぎに、重点管理区間を除外した残りの道路区間における巡回履歴データを用いて、再度ポアソンガンマ発生モデルを推計した。推計結果を表-3に記載する。推計されたポアソンガンマ発生モデルに基づき、リスク管理限界に対する全道路区間の最小巡回間隔を算出した。3つのリスク管理指標のいずれに関しても同様の結果が得られた。ここでは、路上障害物発生数に関するリスク管理指標を用いた場合に着目し、最小巡回間隔を求めた。その結果を、図-14に示している。同図には、比較のため、重点管理区間の除外前の最小巡回間隔を併せて示している。同図で重点管理区間は網掛けで示しているが、重点管理区間の影響を除外してモデル推計を行ったために、巡回間隔が全体的に改善(延伸)されている。しかしながら、全道路区間中の最小巡回間隔には変化がないために、最適巡回間隔は5日間となる。ただし最小巡回間隔が7日間と5日間を与える道路区間63と64を除けば、最小巡回間隔は15日以上となる。このことより、路上障害物が過大に発生すると判定された、重点管理区間に加えて、道路区間63と64に対しても、センサーによる常時監視や路上障害物の発生原因の究明を実施した場合の総費用が、最小巡回間隔を延伸することによる総削減費用を下回るのであれば、巡回間隔の延伸は有効であると考えられる。

7. おわりに

本研究では路上落下物、路面の変状、道路付帯施設の破損、損壊等の路上障害物の発生リスクの評価方法を提案するとともに、巡回費用を効果的に削減することを目的とした道路巡回方法を求める方法論を提案した。その際、路上障害物の発生リスクをポワソン過程モデル、混合ポワソン過程モデルで表現する方法を提案した。さらに、混合ポワソン過程を、具体的にポワソ

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \frac{\phi(1-p)}{np} p^{\phi+1} (1-p)^{n-1} \frac{(\phi+n-1)!}{(n-1)! \phi!} \\
 &= \frac{\phi(1-p)}{p} \sum_{n=1}^{\infty} p^{\phi+1} (1-p)^{n-1} \frac{\Gamma(\phi+n)}{(n-1)! \Gamma(\phi+1)} \\
 &= \frac{\phi(1-p)}{p} \sum_{n=0}^{\infty} p^{\phi+1} (1-p)^n \frac{\Gamma(\phi+n+1)}{n! \Gamma(\phi+1)} \\
 &= \frac{\phi(1-p)}{p} \tag{付2}
 \end{aligned}$$

と定義できる. 一方, 分散に関しては, $V[n] = E[n^2] - E[n]^2$ の関係を利用する. はじめに, $E[n^2]$ については, 平均値の導出過程と同様の方法で次式を得る.

$$\begin{aligned}
 E[n^2] &= \sum_{n=0}^{\infty} n^2 P(n) \\
 &= \sum_{n=0}^{\infty} \{n(n-1) + n\} \cdot p^{\phi} (1-p)^n \frac{(\phi+n-1)!}{n! (\phi-1)!} \\
 &= \frac{\phi(\phi+1)(1-p)^2}{p^2} + \frac{\phi(1-p)}{p} \\
 &= \frac{\phi(1-p)}{p} \left\{ \frac{(\phi+1)(1-p)}{p} + 1 \right\} \tag{付3}
 \end{aligned}$$

これより, 分散 $V[n]$ を定義することができる.

$$V[n] = E[n^2] - E[n]^2 = \frac{\phi(1-p)}{p^2} \tag{付4}$$

付録 B 累積放置時間分布の導出

n_i 個の発生時間 t_i^m ($m = 1, \dots, n_i$) を, 発生順に $t_i^{(1)} \leq t_i^{(2)} \leq \dots \leq t_i^{(n_i)}$ と並べよう. 上付添字 (i) は発生順に並べ替えた添字を表している. この時, u_m ($m = 1, \dots, n_i$) を用いれば,

$$\begin{aligned}
 F(y_i | n(z_i) = n_i) &= P \left(\sum_{m=1}^{n(t)} z_i - t_i^m \leq y_i \mid n(t) = n_i \right) \\
 &= P \left(\sum_{m=1}^{n_i} z_i (1 - u_{(m)}) \leq y_i \right) \\
 &= E \left[P \left(\sum_{m=1}^{n_i} z_i (1 - u_{(m)}) \leq y_i \mid u_1, \dots, u_{n_i} \right) \right] \tag{付5}
 \end{aligned}$$

が成立する. 任意の添字置換操作を $\pi(i)$ とすれば,

$$\begin{aligned}
 F(y_i | n(z_i) = n_i) &= E \left[P \left(\sum_{m=1}^{n_i} z_i (1 - u_{\pi(m)}) \leq y_i \mid u_1, \dots, u_{n_i} \right) \right] \\
 &= E \left[P \left(\sum_{m=1}^{n_i} z_i (1 - u_m) \leq y_i \mid u_1, \dots, u_{n_i} \right) \right] \\
 &= P \left(\sum_{m=1}^{n_i} z_i (1 - u_m) \leq y_i \right) \\
 &= P \left(\sum_{m=1}^{n(z_i)} z_i (1 - u_m) \leq y_i \mid n(t) = n_i \right) \tag{付6}
 \end{aligned}$$

を得る.

参考文献

- 1) 小林孝一, 宮川豊章: 分極抵抗法を用いた鉄筋の腐食速度評価に関する研究, 土木学会論文集, No.669/V-50, pp.173-186, 2001.
- 2) 大野俊夫, 魚本健人: コンクリートの収縮ひび割れ発生予測に関する基礎的研究, 土木学会論文集, No.662/V-49, pp.29-44, 2000.
- 3) 貝戸清之, 阿部允, 藤野陽三: 実測データに基づく構造物の劣化予測, 土木学会論文集, No.744/IV-61, pp.29-38, 2003.
- 4) Shin, H.C. and Madanat, S.M.: Development of stochastic model of pavement distress initiation, 土木学会論文集, No.744/IV-61, pp.61-67, 2003.
- 5) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: 劣化予測のためのハザードモデルの推計, 土木学会論文集, No.791/VI-67, pp.111-124, 2005.
- 6) 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
- 7) 青木一也, 山本浩司, 津田尚胤, 小林潔司: 多段階ワイブル劣化ハザードモデル, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2005.
- 8) 津田尚胤, 貝戸清之, 山本浩司, 小林潔司: ワイブル劣化ハザードモデルのベイズ推計法, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2006.
- 9) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.
- 10) Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.
- 11) Fisher, R.A.: The negative binomial distribution, *Annals of Eugenics*, Vol.11, pp.182-187, 1941.
- 12) Anscombe, F.J.: Sampling theory of the negative binomial and logarithmic series distribution, *Biometrika*, Vol.36, pp.358-382, 1950.
- 13) Shenton, L.R. and Wallington, P.A.: The bias of moment estimators with an application to the negative binomial, *Biometrika*, pp.193-204, 1962.
- 14) Gourieroux, C. and Visser, M.: A count data model with unobserved heterogeneity, *Journal of Econometrics*, Vol.79, pp.247-268, 1986.
- 15) Cruz, M.G.: *Modelling, Measuring and Hedging Operational Risk*, Wiley, 2002.
- 16) Lord, D. and Persaud, B.N.: Accident prediction models with and without trend: Application of the generalized estimating equations procedure, *Transportation Research Record*, Vol.1717, pp.102-108, 2000.
- 17) Miaou, S.-P. and Lord, D.: Modeling traffic crash-flow relationships of intersections: Dispersion parameter, functional form, and Bayes versus empirical Bayes, *Transportation Research Record*, Vol.1840, pp.31-40, 2003.
- 18) Qin, X., Ivan, J.N. and Ravishankar, N.: Selecting exposure measures in crash rate prediction for two-lane highway segments, *Accident Analysis & Prevention*, Vol.36, pp.183-191, 2005.
- 19) Lord, D.: Modeling motor vehicle crashes using Poisson-gamma models: Examining the effects of low sample mean values and small sample size on the estimation of the fixed dispersion parameter, *Accident Analysis & Prevention*, in press, 2006.
- 20) Cameron, A.C. and Trivedi, P.K.: Regression-based

- tests for overdispersion in the Poisson model, *Journal of Econometrics*, Vol.46, pp.347-34, 1990.
- 21) Cameron, A.C. and Trivedi, P.K.: *Regression Analysis of Count Data*, Cambridge University Press, 1998.
 - 22) Mikosch, T.: *Non-Life Insurance Mathematics*, Springer, 2000.
 - 23) McNeil, J.A., Frey, R. and Embrechts, P.: *Quantitative Risk Management*, Princeton University Press, 2005.
 - 24) 磯田和男, 大野豊: 数値計算ハンドブック, オーム社, 1990.
 - 25) 森棟公夫: 計量経済学, 東洋経済新報社, 1999.
 - 26) 東京大学教養学部統計学教室編: 統計学入門, 東京大学出版会, 1991.
 - 27) Maher, M.J. and Summersgill, I.: A comparative methodology for the fitting predictive accident models, *Accident Analysis & Prevention*, Vol.28, pp.281-296, 1996.
 - 28) Lawless, J.F.: Negative binomial and mixed Poisson regression, *Canadian Journal of Statistics*, Vol.15, pp.209-225, 1987.
 - 29) Piegorsch, W.W.: Maximum likelihood estimation for the negative binomial dispersion parameter, *Biometrika*, Vol.46, pp.863-867, 1990.
 - 30) Mowbray, A.H.: How extensive a payroll exposure is necessary to give a dependable pure premium?, *Proceedings of the Casualty Actuarial Society*, Vol.I, pp.24-30, 1914.
 - 31) Whitney, A.W.: The theory of experience rating, *Proceedings of the Casualty Actuarial Society*, Vol.LVII, pp.27-61, 1917.
 - 32) Klugman, S.A., Ranjer, H.H. and Willmot, G.E.: *Loss Models: From Data to Decisions*, Wiley, 1998.
 - 33) 国土交通省近畿地方建設局: 道路巡回実施要領(案), 1981.

(2006.8.14 受付)

ROAD PATROL FREQUENCY AND HAZARDS GENERATION RISKS

Kiyoyuki KAITO, Kiyoshi KOBAYASHI, Toshiaki KATOH and Noriko IKUTA

In this paper, the road hazards generation processes are modeled as numerical counting processes. The counting processes are first formulated as Poisson processes, and extended to the mixed Poisson processes by incorporating the heterogeneity of the arrival rates of hazardous events. Assuming the arrival rates are subject to the Poisson Gamma distributions, a couple of evaluation indices are presented to measure the road hazard risks. The methodology to find out the patrol frequencies is presented to reduce the patrol costs given the management targets on the road hazard risks. The applicability of the methodology presented in this paper is investigated by the empirical data observed on the national highways.