

階層型指数劣化ハザードモデルによる 舗装ひび割れ過程のモデル化

貝戸 清之¹・熊田 一彦²・林 秀和³・小林 潔司⁴

¹正会員 大阪大学大学院 工学研究科 グローバル若手研究者フロンティア研究拠点 (〒565-0871 吹田市山田丘2-1)
E-mail:kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp

²正会員 株式会社高速道路総合技術研究所 道路研究部 舗装研究室 (〒194-8508 東京都町田市忠生1-4-1)
E-mail:k.kumada.aa@ri-nexco.co.jp

³学生会員 京都大学大学院 工学研究科 都市社会工学専攻 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂)
E-mail:hhide@psa.mbox.media.kyoto-u.ac.jp

⁴フェロー会員 京都大学経営管理大学院教授 経営管理講座 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)
E-mail:kkoba@psa.mbox.media.kyoto-u.ac.jp

道路舗装のひび割れには、縦ひび割れ、横ひび割れ、面ひび割れ等という多様なひび割れのタイプが存在する。本研究では、道路舗装のひび割れによる劣化状態を、ひび割れの損傷度（ランク）とひび割れのタイプという2種類の離散的な状態変数を用いて表現する。その上で、2種類の状態変数で表されるひび割れ進行過程を、階層型指数劣化ハザードモデルを用いて記述するとともに、ひび割れに関する劣化状態間の推移過程をマルコフ推移行列を用いて表現する方法を提案する。さらに、道路舗装のひび割れに関する実測データを用いて、階層型指数劣化ハザードモデルを推計し、道路の構造特性、舗装特性、および交通条件等が、道路舗装のひび割れ過程に及ぼす影響について分析する。

Key Words : pavement, crack progression, hierarchical exponential hazard model, Markov process

1. はじめに

従来より、道路舗装の劣化過程に関して、数多くの研究が蓄積されている。その中で、阿部・飯野は、道路舗装の供用年数とわだち掘れ深さに関する統計的関係を分析している¹⁾。清野らは、舗装の供用性曲線としてロジスティック曲線を採用し、測定データを用いて舗装劣化予測モデルを推計している²⁾。さらに、劣化過程の不確実性を考慮した道路舗装の破損評価や劣化特性に関する研究がある^{3),4)}。しかしながら、これらの研究の多くは、舗装の劣化過程を確定的な供用性曲線で表現しており、舗装の劣化過程に介在する不確実性を考慮できていない⁵⁾。

近年、ハザードモデルを用いた劣化予測モデルに関する研究が発展している。その中で、Shin and Madanatは、道路舗装のひび割れ開始時刻を予測するためのワイブル劣化ハザードモデルを提案している⁶⁾。また、津田らは、多段階指数劣化ハザードモデルを用いて、マルコフ推移確率行列を推計する方法を提案している⁷⁾。さらに、青木らは多段階ワイブル劣化ハザードモデルを用いて、直近の更新（修繕）時刻からの経過時間により、推移確率が変化するような非斉次マルコフ過程のモデル化を試みており、実際のデータベースに基づいて、これらの推移確率を推計している⁸⁾。

道路舗装の劣化現象は、わだち掘れ、ひび割れ、平坦性があげられる。それらの中でも、ひび割れは発生頻度が高いだけでなく、劣化の進行過程は複雑であり、劣化メカニズムが十分に解明されていない。一般に、ひび割れは、道路舗装の劣化メカニズムの相違により、縦ひび割れ、横ひび割れ、面ひび割れ、ポットホール等に代表されるように、多様な形態で発生する。さらに、ひび割れ形態により、道路舗装の劣化メカニズムが異なる場合が多い。道路舗装の維持補修計画を検討する上で、ひび割れの発生形態に着目した道路舗装の劣化過程の時間管理を行うことが重要である。しかし、著者らの知る限り、このようなひび割れ発生形態の多様性に着目して、ひび割れ進行過程を分析した研究事例は見当たらない。

本研究では、道路舗装に発生するひび割れの状態を損傷度とひび割れ形態という2種類の離散的な状態変数を用いて表現する。さらに、舗装のひび割れ進行過程を記述するための階層型指数劣化ハザードモデルを定式化し、ひび割れ進行過程をマルコフ推移確率で表現する方法を提案する。その上で、道路の構造特性、舗装特性や交通条件等がひび割れの進行過程に及ぼす影響を分析する。以下、2. で本研究の基本的な考え方を説明する。3. では、階層型指数劣化ハザードモデルを定式化する。4. で、階層型指数劣化ハザードモ

デルとマルコフ推移確率の推計方法を提案する。さらに、5. で、実測データを用いた実証分析を通して提案手法の有効性を検証する。

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 従来の研究概要

統計的な劣化予測モデルは、多くの劣化サンプルから、劣化過程の背後に存在する規則性をモデル化することを目的とする。ハザードモデルを用いた統計的劣化予測モデルがいくつか提案されている⁶⁾⁻¹²⁾。ハザードモデルは、着目するサンプルがある時点 T まで故障していなかったという条件の下で、次の微小時間 Δt の間に故障する確率密度であるハザード関数を用いて定義される。ハザードモデルは非集計的にモデルを推定することが可能である点、またハザード関数が時間に依存する部分と共変量(劣化現象を表現する説明変数)に依存する部分に分離して記述できる点に特徴がある。もともと、ハザードモデルは、主に信頼性解析の分野において施設や機械の寿命を予測するモデルとして開発されたが、現在では信頼性解析のみならず多くの分野で適用事例が報告されている。また、ハザードモデルの推計方法に関しても研究成果が蓄積されており、その結果はいくつかの成書^{13),14)}に詳しい。

アセットマネジメントの分野でも、例えばShin and Madanat⁶⁾は、道路舗装のひび割れ開始時刻を予測するためのワイブル劣化ハザードモデルを提案している。また、青木ら⁹⁾はトンネル照明を対象として、ワイブル劣化ハザードモデルの有効性について実証的に検証している。しかしながら、伝統的なハザードモデルでは、劣化状態が故障の有無という2値状態で表されるような施設や機器を対象としており、最終的な供用停止に至るまでの健全度が多段階で評価される土木施設の劣化予測には適用できない。このような観点から、津田らは劣化過程による健全度間の垂直的な推移関係を多段階指数劣化ハザードモデルにより記述し、橋梁部材の劣化過程を記述するマルコフ推移確率を推計する方法を提案している⁷⁾。マルコフ連鎖モデルは多段階の離散的なデータを扱う場合には操作性に優れたモデルであることから、土木施設のマネジメント分野での適用実績が多い。とりわけ、津田ら⁷⁾の提案手法は、論理的整合性を維持しつつマルコフ推移確率をハザードモデルで表現し、さらにマルコフ推移確率に施設個々の使用条件や環境条件の影響を取り込むことを可能にした点に特徴がある。また、マルコフ性を満たさないような場合、すなわち劣化過程が使用時間という過去の履歴に依存するような場合に対しては、多段階ワイブル劣化ハザードモデルが開発されている⁸⁾。しかし、この

拡張モデルの推計には多大な困難を伴うために、実用性との兼ね合いから本研究では津田らの手法に基づくこととした。なお、マルコフ性に関しては、ハザードモデルの推計結果を用いた仮説検定により判断することは可能である。さらに、点検データの蓄積に応じて、劣化ハザードモデルをベイズ更新する方法論も提案されている^{11),12)}。ただし、これらのモデルはいずれも単一の健全度指標を用いて劣化過程を記述することを目的としており、複数の状態変数で記述されるような劣化過程を対象としていない。

ひび割れ過程は、ひび割れの損傷度とひび割れのタイプという2つの異なる状態変数を用いて記述できる。路線を構成する道路区間には、1箇所、もしくは複数箇所ひび割れが発生する。東・中・西日本高速道路株式会社が管理する高速道路(以下、高速道路)では、路面性状測定により、ひび割れを観測した場合、もっとも損傷度の進展したひび割れに関する情報(ひび割れのタイプと損傷度)が記録される。あるひび割れに着目した場合、時間の経過とともにひび割れの損傷度が進行するという垂直的な推移関係が成立する。しかし、時間の経過とともに、別のひび割れの損傷度が進行したため、つぎの測定時点において、その区間を代表するひび割れのタイプが変化することも起こりえる。したがって、ひび割れの形態に関しては、複数のひび割れタイプの中で、どのタイプのひび割れの損傷がもっとも大きくなるかという水平的な推移関係が問題になる。このように、ひび割れ進行過程は、垂直的・水平的な推移関係を同時に有する確率過程としてモデル化できる。津田らが開発した多段階劣化ハザードモデル⁷⁾は、健全度間の垂直的な推移関係をモデル化することを目的としている。一方、水平的な推移関係に関しては、推移後の状態が複数個存在するようなmulti-destination型のハザードモデル¹³⁾を用いて記述することができる。したがって、ひび割れ進行過程は、2.(3)で説明するように、複数のひび割れタイプにわたり多段階に損傷度が進行していくような階層的ネットワーク型劣化過程として記述することができる。本研究では、このような問題意識に基づいて、多段階指数劣化ハザードモデルに、multi-destination型ハザードモデルを組み込んだような階層型指数劣化ハザードモデルを提案する点に新規性がある。

(2) ひび割れタイプとマネジメント課題

ひび割れが発生するメカニズムに関しては、種々の研究報告がなされているものの、そのメカニズムに関しては依然として不明な点が少なくない。また、ひび割れのタイプにより、その発生メカニズムの違いが存在することが指摘されている。既往の研究報告を整理す

ると、一般的にひび割れにはアスファルトコンクリート層底面から発生するものと、表面から発生するものが存在する^{15),16)}。底面から発生するひび割れの原因は、1) 路床も含めた舗装の構造的な強度不足、2) 切盛境などの支持層の不連続、3) リフレクションクラック、4) 温度応力、5) 材料の品質および施工不良とされている¹⁶⁾。また、表面から発生するひび割れでは、特に車輪走行位置付近で縦方向に発生する「わだちわれ」に関する研究が多く、その原因は、表面温度が高くなることで低スティッフネス状態となったアスファルト舗装に対して、タイヤ端部に生ずる引張りひずみが作用するためであると考えられている¹⁷⁾⁻²⁰⁾。いずれにしても、ひび割れは以上の原因が複合的に生じた結果であるケースも多く、メカニズムの解明が困難な現象であると言える。一方、舗装のアセットマネジメントの視点に立てば、ひび割れのタイプにより補修方法や補修費用が異なることが課題となる。中でも、縦ひび割れは、発生範囲が広範に及ぶために、大規模補修が必要となる場合が多い。一方、面ひび割れが発生した場合、ポットホールが発生等、管理瑕疵につながる可能性も想定されることから、早期に補修が実施される。しかし、面ひび割れの補修は、局所的な工事に対処可能な場合が少なくない。高速道路の舗装アセットマネジメントにおけるライフサイクル費用を管理する上で、タイプ別のひび割れ発生頻度、ひび割れの進行速度に関する管理情報を獲得することが重要な課題となる。

高速道路における路面性状測定では、ある一定区間(例えば、100メートル区間)ごとに、区間中に存在するひび割れの中で、もっとも劣化が進行した(損傷度の大きい)ひび割れの状態が報告される。当該区間の中に存在するすべてのひび割れに関する情報が報告されるわけではない。特に、道路舗装のアセットマネジメントを実施する場合、わだち掘れ、平坦性、段差等の程度と併せて、道路区間の中でもっとも損傷度が大きいひび割れの状況に基づいて、道路舗装の補修を行うかどうかを検討することになる。このため、ひび割れに関する路面性状測定において、もっとも損傷度の大きい代表的なひび割れの状態に着目することは、一定の合理性を有している。その結果、ある定期測定において、仮に「縦ひび割れ」とその損傷度が報告されたとしても、次の定期測定において、同一箇所のひび割れが選択される保証はない。その時点において、もっとも損傷が激しいひび割れが選択され、その損傷度が報告されることになる。このように路面性状測定では、同一のひび割れの進行過程が追跡されるわけではなく、あくまでも区間を代表するひび割れのタイプとその損傷度が報告されることになる。マクロレベルにおける道路舗装のひび割れ進行過程を記述するためには、路

表-1 ひび割れ状態の表現方法

損傷度	ひび割れタイプ		
	縦ひび割れ	横ひび割れ	面ひび割れ
$i = 0$		(0, 0)	
$i = 1$	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)
$i = 2$	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)
$i = 3$	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)

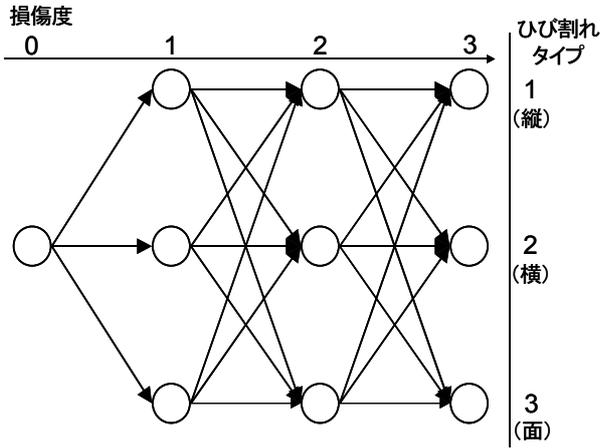
面性状測定で獲得できる各区間ごとの代表的なひび割れのタイプと損傷に関するデータを用いて、時間の進行に伴って発生する水平的・垂直的なひび割れの推移状態をモデル化することが必要となる。

前述したように、ひび割れのタイプと損傷度によって、道路補修の工法や計画が異なる。ライフサイクル費用を推計し、最適な道路補修計画を決定するためには、各道路区間ごとに各タイプのひび割れ発生頻度と、その進行速度を予測し、ライフサイクル費用評価を行うことが必要となる。以上の問題意識の下に、本研究では、路面性状測定で獲得できる各区間ごとの代表的なひび割れのタイプと、その損傷度に関する推移状態をマルコフ推移確率として表現する方法論を開発する。マルコフ推移行列を用いることにより、将来時点におけるタイプ別のひび割れ発生頻度や、道路補修によるライフサイクル費用を予測することが可能となる。

(3) ひび割れ進行過程

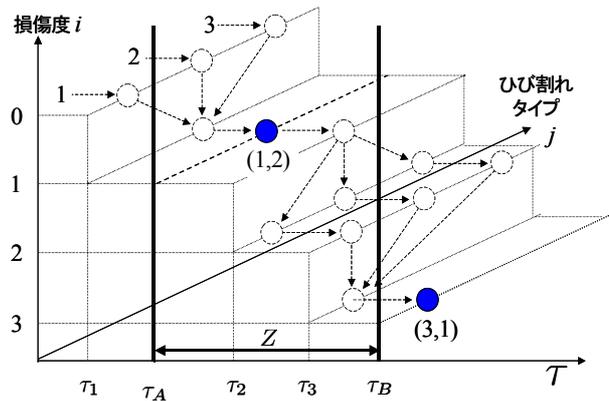
いま、道路舗装のひび割れ状態を、ひび割れの程度の大きさを表す損傷度と、舗装のひび割れ形態を表すひび割れタイプという2種類の離散変数を用いて表現しよう。状態変数 i ($i = 0, 1, \dots, L$) を用いて損傷度を表現しよう。 $i = 0$ はひび割れが発生していない状況を、 $i = L$ はひび割れがもっとも進行した状態を表す。損傷度が $i = L$ に到達した場合には、直ちに道路舗装の補修が実施される。一方、ひび割れのタイプを状態変数 j ($j = 1, \dots, R$) で表現する。たとえば、本研究の適用事例では、ひび割れタイプとして、縦ひび割れ、横ひび割れ、面ひび割れという3つのタイプを取り上げている。以上の2種類の状態変数を用いて、舗装のひび割れ状態を、損傷度 i ($i = 1, \dots, L$) と、ひび割れタイプ j ($j = 1, \dots, R$) のペア (i, j) で表そう。以下、状態変数のペア (i, j) を劣化状態と呼ぶ。表-1には、本研究の適用事例で用いる劣化状態をリストアップしている。本適用事例では、状態変数 i, j の上限値は、それぞれ $L = 3, R = 3$ に設定されている。

舗装が補修された直後には、舗装にひび割れが発生しておらず、劣化状態は $(0, 0)$ で表される。補修時刻から時間が経過し、舗装に初期のひび割れが発生する。ひび割れ状態が軽微であれば、損傷度 $i = 1$ の状態に推移する。そのとき、ひび割れの形態が、縦ひび割れ、横ひび割



注) 図中の○は劣化状態を表している。劣化状態は損傷度 i ($i = 0, 1, 2, 3$) とひび割れタイプ j ($j = 1, 2, 3$) の組 (i, j) として表現される。ひび割れ過程は劣化状態 $(0, 0)$ から、右方向へ移動するパターンで進行する。

図-1 ひび割れ進行過程



注) 時刻 τ_A と τ_B にひび割れ測定が実施され、そのときの劣化状態 $(1, 2)$, $(3, 2)$ を●で示す。一方、○は測定不可能な劣化状態を表している。この例では、 $h(\tau_A) = (1, 2)$ から $h(\tau_B) = (3, 2)$ に至るまでにひび割れの進行は3つ経路のうちいずれかを迎える。しかし、測定者は進行過程に関する情報を取得することができない。さらに、損傷度が $1 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 3$ へ変化する時刻 τ_2 , τ_3 についても知ることはできない。

図-2 劣化状態の時間的推移

れ、面ひび割れかにより、劣化状態は $(1, 1)$, $(1, 2)$, $(1, 3)$ のいずれか1つに推移する。舗装表面を一定の区画に分割するとともに、各区画ごとに、ひび割れの損傷度とひび割れタイプを定義する。その場合、1つの区画の中に複数のひび割れが存在する可能性も少なくない。その際、最も損傷度の大きいひび割れに着目し、その区画の劣化状態を定義する。ここで、たとえば損傷度 $i = 1$ 、横ひび割れ $j = 2$ (すなわち、劣化状態 $(1, 2)$) と判定されたある道路区画に着目しよう。この道路区画において、新たに縦ひび割れや面ひび割れが発生しても、損傷度が1に留まる限り、その区画の劣化状態の判定結果は $(1, 2)$ の状態に留まると考える。すなわち、損傷度が最初に判定されたひび割れを対象として、ひび割れタイプが定義され、損傷度が進行しない限りひび割れタイプは変更されないと考える。したがって、劣化状態 $(1, 2)$ と判定された区間でも、時間の経過とともに縦ひび割れ、面ひび割れが発生し、その中で縦ひび割れ ($i = 1$) が他のひび割れタイプより進行すれば、損傷度 $i = 2$ の状態に到達して劣化状態が $(2, 1)$ に推移することも起こりえる。すなわち、劣化状態の推移は、常に損傷度が増加する方向で、ひび割れタイプの中の1つの状態に推移することになる。図-1には、劣化状態の進行過程を表現している。同図に示すように、同一損傷度を有する劣化状態間の推移は考えない。同図において、道路舗装が劣化状態 $(3, 1)$, $(3, 2)$, $(3, 3)$ に到達した場合、舗装の補修が直ちに実施される。したがって、これら3つの劣化状態は、ひび割れ進行過程における終局状態(吸収状態)と位置づけることができる。この時、ひび割れ過程は、図-1に示すような階層的

なツリー状ネットワークとして表現することができる。本研究では、このようにツリー状ネットワークで表現されるひび割れ進行過程を、階層型指数劣化ハザードモデルを用いて表現することとする。

(4) 定期測定とひび割れ進行過程

ひび割れ進行過程は、予防補修が実施されない限り、初期劣化状態 $(0, 0)$ から、図-1で表されるネットワーク中の1つの経路をたどり、最終的に吸収状態 $(L, 1)$, $(L, 2)$, $(L, 3)$ の中の1つに到達する。しかし、時間軸上の限られた時刻においてのみ道路舗装の劣化状態を測定する場合、測定できるのはその時刻における劣化状態 (i, j) のみである。いま、時間軸上の2つの時刻 τ_A と τ_B ($\tau_A < \tau_B$) においてひび割れ測定が実施され、ひび割れの劣化状態がそれぞれ $h(\tau_A) = (i, j)$, $h(\tau_B) = (l, r)$ であることが判明したとしよう。たとえば、図-2の例に示すように、 $h(\tau_A) = (1, 2)$, $h(\tau_B) = (3, 1)$ であると考えよう。この場合、劣化状態 $(1, 2)$ から $(3, 1)$ に推移する経路として、図に示すように3つの経路が存在する。しかし、定期測定の結果からは、実際のひび割れ進行過程がどのような経路を辿ったのかを知ることとはできない。また、ひび割れの損傷度も時刻 τ_A と τ_B の間で、 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ と2回推移しているが、損傷度が推移した時刻に関する情報 (τ_2 と τ_3) を獲得することができない^{21), 22)}。このように、定期測定では、2つの定期測定時刻における劣化状態を測定できるが、劣化状態が変化した時刻とひび割れが進行した経路に関する

情報を獲得することは不可能である。したがって、階層型指数劣化ハザードモデルを推計するためには、損傷度の推移時刻とひび割れ進行経路に関する情報が入手できないことを前提とした推計方法を開発することが必要となる。

3. 階層型指数ハザードモデル

(1) マルコフ推移確率

舗装の劣化過程をマルコフ推移確率を用いて表現しよう。2つの時刻間における舗装状態の不確実な推移状態をマルコフ推移確率で表現する。時刻 τ_A で測定したひび割れ状態を状態変数 $h(\tau_A) = (i, j)$ を用いて表そう。マルコフ推移確率は、時刻 τ_A で測定された劣化状態 $h(\tau_A) = (i, j)$ を与件とし、将来時刻(たとえば τ_B)において劣化状態 $h(\tau_B) = (l, r)$ が生起する条件付推移確率として定義される。すなわち、

$$\text{Prob}[h(\tau_B) = (l, r) | h(\tau_A) = (i, j)] = \pi_{ij,lr} \quad (1)$$

と表せる。このような推移確率を劣化状態ペア (ij, lr) に対して求めれば、マルコフ推移確率行列

$$\Pi = \begin{pmatrix} \pi_{00} & \cdots & \pi_{0L} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{o} & \cdots & \pi_{LL} \end{pmatrix} \quad (2)$$

を定義できる。ただし、 \mathbf{o} は0要素行列、 π_{il} ($i, l = 1, \dots, L$)はブロック行列であり、

$$\begin{aligned} \pi_{00} &= \pi_{00,00} \\ \pi_{0l} &= (\pi_{00,l1} \quad \cdots \quad \pi_{00,lR}) \\ \pi_{il} &= \begin{pmatrix} \pi_{i1,l1} & \cdots & \pi_{i1,lR} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \pi_{iR,l1} & \cdots & \pi_{iR,lR} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

と表される。マルコフ推移確率(2)は所与の2つの時刻 τ_A, τ_B の間において生じる劣化状態間の推移確率を示したものである。当然のことながら、対象とする測定間隔が異なれば、推移確率の値は異なる。補修がない限り常に劣化が進行するので、 $\pi_{ij,lr} = 0$ ($i > l$)が成立する。また、推移確率の定義より $\sum_{l=i}^L \sum_{r=1}^R \pi_{ij,lr} = 1$ が成立する。すなわち、マルコフ推移確率に関して、

$$\left. \begin{aligned} \pi_{ij,lr} &\geq 0 \\ \pi_{ij,lr} &= 0 \quad (i > l \text{の時}) \\ \sum_{l=i}^L \sum_{r=1}^R \pi_{ij,lr} &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

が成立しなければならない。状態 (L, r) ($r = 1, \dots, R$)は、補修のない限りマルコフ連鎖における吸収状態であり、 $\pi_{Lr,Lr} = 1$ が成立すると考える。なお、マルコフ推移確率は過去の劣化履歴とは独立して定義される。マルコフ推移確率モデルでは、劣化状態が (i, j) に到達した時刻に関わらず、測定時刻 τ_A から測定時刻 τ_B の間

に推移する確率は時刻 τ_A における劣化状態のみに依存するという性質(マルコフ性)を満足する。

(2) 指数ハザードモデル

いま、劣化状態 (i, j) から、劣化状態 $(i+1, r)$ に推移する推移強度を ρ_{ijr} と表そう。この時、劣化状態 (i, j) から劣化状態 $(i+1, r)$ ($r = 1, \dots, R$)のいずれか1つに推移することにより、劣化状態 (i, j) は終了する。したがって、劣化状態 (i, j) が終了する推移強度は、

$$\theta_{ij} = \sum_{r=1}^R \rho_{ijr} \quad (4)$$

と表せる。いま、劣化状態 (i, j) ($i = 0, \dots, L; j = 0, \dots, R$)の寿命を確率変数 ζ_{ij} で表す。劣化状態 (i, j) の寿命 ζ_{ij} が、確率密度関数 $f_{ij}(\zeta_{ij})$ 、分布関数 $F_{ij}(\zeta_{ij})$ に従うと仮定する。時刻 τ_A における劣化状態が (i, j) であり、そこから時間 z_{ij} が経過した時刻で劣化状態 (i, j) が終了する確率密度をハザード関数 $\lambda_{ij}(z_{ij})$ を用いて表現する。この時、ハザード関数は、供用時間 z_{ij} まで劣化状態が (i, j) のまま継続する生存確率 $\tilde{F}_{ij}(z_{ij})$ を用いて、

$$\lambda_{ij}(z_{ij})\Delta z_{ij} = \frac{f_{ij}(z_{ij})\Delta z_{ij}}{\tilde{F}_{ij}(z_{ij})} \quad (5)$$

と表せる。すなわち、ハザード関数 $\lambda_{ij}(z_{ij})$ は、初期時刻から時間 z_{ij} が経過するまで劣化状態 (i, j) の状態が継続したという条件の下で、期間 $[z_{ij}, z_{ij} + \Delta z_{ij}]$ 中に劣化状態 (i, j) が終了する条件付確率である。ハザード関数が経過時間 z_{ij} に依存せず、常に一定値 $\theta_{ij} > 0$ をとる場合、指数ハザード関数

$$\lambda_{ij}(z_{ij}) = \theta_{ij} \quad (6)$$

が成立する。指数ハザード関数(6)を用いることにより、舗装の劣化過程が過去の履歴に依存しないというマルコフ性を表現することが可能となる。式(5)より、

$$\begin{aligned} \lambda_{ij}(z_{ij}) &= \frac{f_{ij}(z_{ij})}{\tilde{F}_{ij}(z_{ij})} = -\frac{d\tilde{F}_{ij}(z_{ij})}{dz_{ij}} \\ &= \frac{d}{dz_{ij}} \left\{ -\log \tilde{F}_{ij}(z_{ij}) \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

と変形できる。ここで、 $\tilde{F}_{ij}(0) = 1 - F_{ij}(0) = 1$ を考慮し、式(7)を積分すれば、

$$\begin{aligned} \int_0^{z_{ij}} \lambda_{ij}(u) du &= [-\log \tilde{F}_{ij}(u)]_0^{z_{ij}} \\ &= -\log \tilde{F}_{ij}(z_{ij}) \end{aligned} \quad (8)$$

を得る。ハザード関数 $\lambda_{ij}(z_{ij}) = \theta_{ij}$ を用いれば、劣化状態 (i, j) の寿命が z_{ij} 以上となる確率 $\tilde{F}_{ij}(z_{ij})$ は、

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{ij}(z_{ij}) &= \exp \left\{ -\int_0^{z_{ij}} \lambda_{ij}(u) du \right\} \\ &= \exp(-\theta_{ij} z_{ij}) \end{aligned} \quad (9)$$

と表される。すなわち、指数ハザードモデルが得られる。また、式(9)より、劣化状態 (i, j) の寿命分布を表

す確率密度関数 $f_{ij}(z_{ij})$ は次式で示される.

$$f_{ij}(z_{ij}) = \theta_{ij} \exp(-\theta_{ij} z_{ij}) \quad (10)$$

いま, 時刻 τ_1 に劣化状態 (i, j) に推移し, 測定時刻 τ_A まで劣化状態 (i, j) が継続した場合を考えよう. すなわち, 時刻 τ_A における測定の結果, 劣化状態が (i, j) であるという測定結果が得られたとする. この時, 時刻 τ_A で, 劣化状態が (i, j) であったという条件の下で, さらに時刻 τ_A から追加的に $z_{ij} (\geq 0)$ 以上にわたって劣化状態 (i, j) が継続する確率 $\tilde{F}_{ij}(\tau_A + z_{ij} | \zeta_{ij} \geq \tau_A)$ は,

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{ij}(\tau_A + z_{ij} | \zeta_{ij} \geq \tau_A) \\ = \text{Prob}\{\zeta_{ij} \geq \tau_A + z_{ij} | \zeta_{ij} \geq \tau_A\} \end{aligned} \quad (11)$$

と定義できる. 確率 $\tilde{F}_{ij}(z_{ij})$ の定義より,

$$\frac{\text{Prob}\{\zeta_{ij} \geq \tau_A + z_{ij}\}}{\text{Prob}\{\zeta_{ij} \geq \tau_A\}} = \frac{\tilde{F}_{ij}(\tau_A + z_{ij})}{\tilde{F}_{ij}(\tau_A)} \quad (12)$$

が成立する. 式(9)より, 上式の右辺は,

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{F}_{ij}(\tau_A + z_{ij})}{\tilde{F}_{ij}(\tau_A)} &= \frac{\exp\{-\theta_{ij}(\tau_A + z_{ij})\}}{\exp(-\theta_{ij}\tau_A)} \\ &= \exp(-\theta_{ij}z_{ij}) \end{aligned} \quad (13)$$

と変形できる. すなわち, 測定時刻 τ_A において劣化状態が (i, j) に判定され, 次の測定時刻 $\tau_B = \tau_A + Z$ においても劣化状態が (i, j) に判定される確率は,

$$\begin{aligned} \text{Prob}[h(\tau_B) = (i, j) | h(\tau_A) = (i, j)] \\ = \exp(-\theta_{ij}Z) \end{aligned} \quad (14)$$

と表される. ただし, Z は 2 つの測定時刻の間隔を表す. 確率 $\text{Prob}[h(\tau_B) = (i, j) | h(\tau_A) = (i, j)]$ はマルコフ推移確率 $\pi_{ij,ij}$ に他ならない. すなわち, 指数ハザード関数を用いた場合, 推移確率 $\pi_{ij,ij}$ は推移強度 θ_{ij} と測定間隔 Z のみに依存し, 時刻 τ_A, τ_B に関する情報を用いなくても推移確率を推計することが可能となる.

(3) 階層型ハザードモデル

時刻 $t = \tau_A$ で測定された道路の劣化状態を $h(\tau_A) = (i, j)$, $t = \tau_B$ で測定された道路の劣化状態を $h(\tau_B) = (l, r)$ とする. 測定間隔 $Z = \tau_B - \tau_A$ の間に劣化状態が (i, j) から (l, r) に推移する確率 $\pi_{ij,lr}(Z)$ を, 以下のように定式化できる.

a) $(i, j) = (l, r)$ のとき

本ケースでは, 期間長 Z にわたり, 劣化状態 (i, j) が継続する. すなわち, 推移確率は, 式(14)より,

$$\pi_{ij,ij}(Z) = \exp(-\theta_{ij}Z) \quad (15)$$

と表せる. ただし, $i = L$ の時は吸収状態であり, $\pi_{Lj,Lj}(Z) = 1$ が成立する.

b) $l = i + 1 \leq L - 1$ のとき

測定時刻 τ_A と τ_B の間に損傷度が i から $i + 1$ に推移する確率を求めよう. この時, 推移回数 は 1 回のみである. ひび割れ形態として R 個のタイプが考えられる. 劣化状態 (i, j) の寿命が ζ_{ij} となる確率密度関数を

$$\begin{aligned} f_{ij}(\zeta_{ij}) &= \theta_{ij} \exp(-\theta_{ij}\zeta_{ij}) \\ &= \sum_{r=1}^R \rho_{ijr} \exp(-\theta_{ij}\zeta_{ij}) \end{aligned} \quad (16)$$

と表そう. ここに, ρ_{ijr} は, 劣化状態 (i, j) から, 微小時間において劣化状態 $(i + 1, r)$ に推移する強度 (以下, 推移強度と呼ぶ) を表す. 2 つの測定時刻に挟まれた期間 $[\tau_A, \tau_B)$ の間に, 劣化状態が (i, j) から $(i + 1, r)$ に移行するためには, 1) 時刻 τ_A から時刻 $s_{i+1} = \tau_A + z_{ij}$, ($z_{ij} \in [0, Z)$) まで劣化状態が (i, j) のまま推移し, 2) 時刻 $s_{i+1} = \tau_A + z_{ij}$ において劣化状態が (i, j) から $(i + 1, r)$ に推移し, 3) 時刻 s_{i+1} から時刻 τ_B まで, 劣化状態 $(i + 1, r)$ が継続しなければならない. 定期測定では劣化状態が (i, j) から $(i + 1, r)$ に推移した正確な時刻を把握できない. しかし, ここでは仮に, 劣化状態の推移が時刻 $(\tau_A + \bar{z}_{ij}) \in [\tau_A, \tau_B)$ に生じたと考えよう. この時, 測定時刻 τ_A において劣化状態が (i, j) であるという条件の下で, 時刻 τ_A から時刻 $\tau_A + \bar{z}_{ij}$ まで劣化状態が (i, j) に留まり, 時刻 $\tau_A + \bar{z}_{ij}$ で劣化状態が (i, j) から $(i + 1, r)$ に推移する条件付確率密度 $g_{ijr}(\bar{z}_{ij})$ は,

$$\begin{aligned} g_{ijr}(\bar{z}_{ij}) &= \frac{\rho_{ijr} f_{ij}(\bar{z}_{ij} + \tau_A)}{\theta_{ij} \tilde{F}_{ij}(\tau_A)} \\ &= \frac{\rho_{ijr} \exp\{-\theta_{ij}(\bar{z}_{ij} + \tau_A)\}}{\exp(-\theta_{ij}\tau_A)} \\ &= \rho_{ijr} \exp(-\theta_{ij}\bar{z}_{ij}) \end{aligned} \quad (17)$$

と表せる. さらに, 測定時刻 τ_A で劣化状態が (i, j) であり, かつ時刻 $\tau_A + \bar{z}_{ij}$ において劣化状態が (i, j) から $(i + 1, r)$ に変化し, かつ測定時刻 τ_B において劣化状態が $(i + 1, r)$ と判定される条件付確率密度 $q_{ijr}(\bar{z}_{ij})$ は,

$$\begin{aligned} q_{ijr}(\bar{z}_{ij}) \\ &= g_{ijr}(\bar{z}_{ij}) \cdot \tilde{F}_{i+1r}(\tau_B - \bar{z}_{ij} - \tau_A) \\ &= \rho_{ijr} \exp(-\theta_{ij}\bar{z}_{ij}) \exp\{-\theta_{i+1r}(Z - \bar{z}_{ij})\} \\ &= \rho_{ijr} \exp(-\theta_{i+1r}Z) \exp\{-(\theta_{ij} - \theta_{i+1r})\bar{z}_{ij}\} \end{aligned} \quad (18)$$

と表せる. 以上の議論では, 劣化状態が (i, j) から $(i + 1, r)$ に推移する時刻 $s_{i+1} = \tau_A + \bar{z}_{ij}$ を固定していた. しかし, 劣化状態 (i, j) の寿命 z_{ij} は確率変数であり, z_{ij} は範囲 $[0, Z)$ の中で変化し得る. 2 つの測定時刻 τ_A と τ_B の間で劣化状態が (i, j) から $(i + 1, r)$ に推移するマルコフ推移確率 $\pi_{ij,i+1r}$ は,

$$\pi_{ij,i+1r}(Z) = \text{Prob}[h(\tau_B) = (i + 1, r) | h(\tau_A) = (i, j)]$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^Z q_{ijr}(z_{ij}) dz_{ij} \\
 &= \int_0^Z \rho_{ijr} \exp(-\theta_{i+1r} Z) \\
 &\quad \exp\{-(\theta_{ij} - \theta_{i+1r})z_{ij}\} dz_{ij} \\
 &= \frac{\rho_{ijr}}{\theta_{ij} - \theta_{i+1r}} \{-\exp(-\theta_{ij} Z) + \exp(-\theta_{i+1r} Z)\}
 \end{aligned} \tag{19}$$

と表せる。ただし、上式において、 θ_{ij} と θ_{i+1r} の大小関係に関わらず $\pi_{ij,i+1r} > 0$ が成立する。

c) $i + 2 \leq l \leq L$ のとき

ひび割れの損傷度が i から l まで $l-i$ 回変化する場合を考える。すなわち、時刻 \bar{s}_n ($n = i + 1, \dots, l$) に、損傷度が $n-1$ から n に推移すると考える。ただし、推移時刻 \bar{s}_n ($n = i + 1, \dots, l$) は与件と考える。さらに、損傷度 $i, i + 1, \dots, l$ のそれぞれに対して、対応するひび割れのタイプが $r(i), r(i + 1), \dots, r(l)$ と推移したと考えよう。このとき、1) 時刻 τ_A に劣化状態が (i, j) であり、時刻 \bar{s}_{i+1} で劣化状態 $(i + 1, r(i + 1))$ に推移し、2) 以下、同様の推移が発生し、3) 時刻 \bar{s}_l に、劣化状態 $(l - 1, r(l - 1))$ から、劣化状態 $(l, r(l))$ に推移し、4) 時刻 τ_B で劣化状態 $(l, r(l))$ が測定されるような推移経路を考えよう。このような推移経路 \mathcal{R} を

$$\mathcal{R} = \{(i, j), (i + 1, r(i + 1)), \dots, (l, r(l))\} \tag{20}$$

と定義する。さらに、劣化状態 (i, j) から劣化状態 (l, r) に推移する経路の集合を $\Omega_{ij,lr}$ と表記しよう。ここで、時刻 τ_A と時刻 τ_B の間で、劣化状態 $(i, j), (i + 1, r(i + 1)), \dots, (l, r(l))$ が継続する期間長 $z_{ir(i)}, \dots, z_{lr(l)}$ を、 z_i, \dots, z_l と簡略化して表す。推移経路 $\mathcal{R} \in \Omega_{ij,lr}$ が実現する条件付確率 $g_{\mathcal{R}}(\bar{\mathbf{z}})$ は、

$$\begin{aligned}
 g_{\mathcal{R}}(\bar{\mathbf{z}}) &= g_{ijr}(\bar{z}_i) g_{i+1r(i+1)r(i+2)}(\bar{z}_{i+1}) \\
 &\quad \cdots g_{l-1r(l-1)r}(\bar{z}_{l-1}) \tilde{F} \left(Z - \sum_{n=i}^{l-1} \bar{z}_n \right) \\
 &= \left(\prod_{n=i}^{l-1} \rho_{nr(n)r(n+1)} \right) \exp \left(- \sum_{n=i}^{l-1} \theta_{nr(n)} \bar{z}_n \right) \\
 &\quad \exp \left\{ -\theta_{lr} \left(Z - \sum_{n=i}^{l-1} \bar{z}_n \right) \right\} \\
 &= \left(\prod_{n=i}^{l-1} \rho_{nr(n)r(n+1)} \right) \exp \left(-\theta_{lr} Z \right. \\
 &\quad \left. - \sum_{n=i}^{l-1} \eta_{nr(n),lr} \bar{z}_n \right)
 \end{aligned} \tag{21}$$

と表せる。ただし、 $\eta_{nr(n),lr} = \theta_{nr(n)} - \theta_{lr}$ であり、 θ_{Lr} は定義されないので $\eta_{nr(n),Lr} = \theta_{nr(n)}$ として定義する。式(21)では \bar{z}_n ($n = i, \dots, l-1$) を固定していたが、実際には z_n は $0 \leq \sum_{n=i}^{l-1} z_n \leq Z$ を満たす範囲で自由な値を取る。したがって、推移経路 $\mathcal{R} \in \Omega_{ij,lr}$ が実現する条

件付確率は、

$$\begin{aligned}
 \pi_{ij,lr}^{\mathcal{R}}(Z) &= \int_0^Z \int_0^{Z-z_i} \cdots \int_0^{Z-\sum_{n=i}^{l-1} z_n} g_{\mathcal{R}}(\mathbf{z}) dz_i \cdots dz_{l-1} \\
 &= \int_0^Z \int_0^{Z-z_i} \cdots \int_0^{Z-\sum_{n=i}^{l-1} z_n} \left(\prod_{n=i}^{l-1} \rho_{nr(n)r(n+1)} \right) \\
 &\quad \exp \left(-\theta_{lr} Z - \sum_{n=i}^{l-1} \eta_{nr(n),lr} z_n \right) dz_i \cdots dz_{l-1}
 \end{aligned} \tag{22}$$

と表せる。ただし、 $r(l) = r$ 、 $\mathbf{z} = (z_i, \dots, z_{l-1})$ である。推移経路 \mathcal{R} を構成する途中段階の損傷度 $(i + 1, \dots, l - 1)$ では、異なるひび割れタイプを経由するような経路が存在する。したがって、時間間隔 Z の間に、劣化状態 (i, j) から (l, r) へ推移する確率は、

$$\begin{aligned}
 \pi_{ij,lr} &= \sum_{\mathcal{R} \in \Omega_{ij,lr}} \pi_{ij,lr}^{\mathcal{R}}(Z) \\
 &= \sum_{r(i+1)=1}^R \cdots \sum_{r(l-1)=1}^R \int_0^Z \int_0^{Z-z_i} \cdots \int_0^{Z-\sum_{n=i}^{l-1} z_n} \\
 &\quad \left(\prod_{n=i}^{l-1} \rho_{nr(n)r(n+1)} \right) \exp \left(-\theta_{lr} Z \right. \\
 &\quad \left. - \sum_{n=i}^{l-1} \eta_{nr(n),lr} \bar{z}_n \right) dz_i \cdots dz_{l-1} \\
 &= - \sum_{k=i+1}^{l-1} \left[\sum_{r(k)=1}^R \left(\prod_{n=k}^{l-1} \frac{\rho_{nr(n)r(n+1)}}{\eta_{nr(n),lr}} \right) \pi_{ij,kr(k)} \right] \\
 &\quad + \sum_{r(i+1)=1}^R \left(\prod_{n=i}^{l-1} \frac{\rho_{nr(n)r(n+1)}}{\eta_{nr(n),lr}} \right) \\
 &\quad \left\{ \exp(-\theta_{lr(l)} Z) - \exp(-\theta_{ij} Z) \right\}
 \end{aligned} \tag{23}$$

と表せる。ただし、 $r(l) = r$ である (付録式(付1)参照)。式(23)において、 $\pi_{ij,lr}$ ($i = 0, \dots, L - 1, l = i + 2, \dots, L; j, r = 1, \dots, R$) は $\pi_{ij,i+11}, \dots, \pi_{ij,i+1R}, \dots, \pi_{ij,l-1R}$ の線形結合になっており、上式は、

$$\boldsymbol{\pi}_{ij} = -\boldsymbol{\pi}_{ij} \mathbf{A}(ij) + \mathbf{C}(ij) \tag{24}$$

と表せる。ただし、 $\boldsymbol{\pi}_{ij} = (\pi_{ij,i+11}, \dots, \pi_{ij,LR})$ であり、行列 $\mathbf{A}(ij)$ は、

$$\begin{pmatrix}
 \mathbf{0} & \boldsymbol{\alpha}_{i+1,i+2}(ij) & \cdots & \boldsymbol{\alpha}_{i+1,L}(ij) \\
 \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \boldsymbol{\alpha}_{i+2,L}(ij) \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \boldsymbol{\alpha}_{L-1,L}(ij) \\
 \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0}
 \end{pmatrix}$$

と表せる。0は0要素行列，ブロック行列 $\alpha_{pq}(ij)$ ($p = i + 1, \dots, L - 1; q = p + 1, \dots, L$)は，

$$\begin{pmatrix} \alpha_{pq}^{11}(ij) & \alpha_{pq}^{12}(ij) & \cdots & \alpha_{pq}^{1R}(ij) \\ \alpha_{pq}^{21}(ij) & \alpha_{pq}^{22}(ij) & \cdots & \alpha_{pq}^{2R}(ij) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{pq}^{R1}(ij) & \alpha_{pq}^{R2}(ij) & \cdots & \alpha_{pq}^{RR}(ij) \end{pmatrix}$$

と定義でき，その (m, r) ($m, r = 1 \dots, R$)成分は，

$$\alpha_{pq}^{m,r}(ij) = \sum_{k=p+1}^{q-1} \sum_{r(k)=1}^R \left(\prod_{n=p}^{q-1} \frac{\rho_{nr(n)r(n+1)}}{\eta_{nr(n),lr}} \right)$$

と表せる。ただし， $r(p) = m, r(q) = r$ である。行ベクトル $C(ij) = \{C_l(ij) : l = i + 1, \dots, L\}$ を構成する $L - i - 1$ 個の要素 $C_l(ij)$ の内， $l = i + 2, \dots, L$ に関しては， $C_l(ij) = \{C_l^r(ij) : r = 1, \dots, R\}$ であり，

$$C_l^r(ij) = \sum_{k=i+1}^{l-1} \sum_{r(k)=1}^R \left(\prod_{n=i}^{l-1} \frac{\rho_{nr(n)r(n+1)}}{\eta_{nr(n),lr}} \right) \{ \exp(-\theta_{lr}(l)Z) - \exp(-\theta_{ij}Z) \}$$

と表せる。ただし， $r(l) = r$ である。また， $l = i + 1$ の場合， $C_{i+1}(ij) = \{C_{i+1}^r(ij) : r = 1, \dots, R\}$ の構成要素は，式(19)で表される。

4. マルコフ推移確率の推計方法

(1) 指数ハザード関数

道路舗装のひび割れ状況に関する合計 K 個の定期測定データが得られたとしよう。測定サンプル k ($k = 1, \dots, K$)には，2個の連続する定期測定が実施されたカレンダー時刻 τ_A^k と τ_B^k と，各測定で計測された道路区間の劣化状態 $h(\tau_A^k), h(\tau_B^k)$ に関する情報が記述されている。測定サンプルにより，測定間隔が異なっても差し支えない。測定サンプル k の測定間隔を $Z^k = \tau_B^k - \tau_A^k$ と定義する。さらに，2つの測定時刻における劣化状態の推移パターンに基づいて，ダミー変数 $\delta_{ij,lr}^k$ ($i, l = 0, \dots, L; j, r = 0, \dots, R; k = 1, \dots, K$)を

$$\delta_{ij,lr}^k = \begin{cases} 1 & h(\tau_A^k) = (i, j) \\ & h(\tau_B^k) = (l, r) \text{の時} \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \quad (25)$$

と定義する。さらに，道路のひび割れ劣化速度に影響を及ぼす，道路の構造特性や環境特性を表す特性ベクトルを $\mathbf{x}^k = (x_1^k, \dots, x_M^k)$ と表す。ただし， x_m^k ($m = 1, \dots, M$)は道路区間サンプル k の m 番目の特性変数の測定値を表す。定期測定スキームの下で得られる測定サンプル k が有する情報は $\xi^k = (\delta^k, Z^k, \mathbf{x}^k)$ として整理できる。ただし， $\delta^k = \{\delta_{ij,lr}^k : i, l = 0, \dots, L - 1; j, r = 0, \dots, R\}$ はダミー変数ベクトルである。

一方，道路区間サンプル $k = (k = 1, \dots, K)$ の劣化状態の推移強度を指数ハザード関数

$$\lambda_{ij}^k(z_{ij}^k) = \theta_{ij}^k = \sum_{r=1}^R \rho_{ijr}^k \quad (26)$$

$$(i = 0, \dots, L - 1; j = 0, \dots, R)$$

を用いて表現しよう。道路ひび割れの劣化過程を特徴づける推移強度 ρ_{ijr}^k ($i = 0, \dots, L - 1; j, r = 0, \dots, R, k = 1, \dots, K$)は道路区間の特性ベクトルに依存して変化すると考え，推移強度 ρ_{ijr}^k を特性ベクトル \mathbf{x}^k を用いて，

$$\rho_{ijr}^k = \mathbf{x}^k \beta'_{ijr} \quad (27)$$

と表そう。以下，式(27)を推移強度モデルと呼ぶ。ただし， $\beta_{ijr} = (\beta_{ijr}^1, \dots, \beta_{ijr}^M)$ は未知パラメータ β_{ijr}^m ($m = 1, \dots, M$)による行ベクトルである。記号 $'$ は転置操作を表す。測定サンプル情報 ξ^k ($k = 1, \dots, K$)に基づいて指数ハザード関数(27)を推計することになる。4.(2)では，指数ハザード関数を推計する方法について述べる。階層型指数ハザード関数の場合，推移確率を解析的に導出することが困難であるため，尤度関数の偏微分係数を直接求めることが困難である。そのため，4.(3)では，直接探索法を用いて指数ハザード関数のパラメータの最尤推計量を求める方法を説明する。指数ハザード関数を推計できれば，階層型ハザードモデルを用いて，3.(3)で言及した方法によりマルコフ推移確率を算定できる。本研究で提案する方法論では，各道路区間ごとにマルコフ推移確率を算定することが可能である。しかし，現実の道路マネジメントにおいて，個別の道路区間ごとに最適補修計画を求めると問題が過度に煩雑になる。このため，類似の道路区間を対象にして平均的なマルコフ推移確率を推計した方が便利な場合が少なくない。そこで，4.(4)では指数ハザードモデルを用いて平均的なマルコフ推移確率を推計する方法について説明する。

(2) 尤度関数の定式化

測定サンプル k に関して獲得できる情報は $\xi^k = (\delta^k, Z^k, \mathbf{x}^k)$ である。記号「 $\bar{\cdot}$ 」は実測値であることを示す。マルコフ推移確率は各劣化状態における推移強度 ρ_{ijr}^k ($i = 0, \dots, L - 1; j, r = 0, \dots, R; k = 1, \dots, K$)を用いて表現されるが，推移強度は道路区間の特性ベクトル \mathbf{x}^k を用いて式(27)で表せる。また，推移確率はデータが観察された測定間隔 Z^k にも依存する。このことを明示的に表すため推移確率 $\pi_{ij,lr}$ を実測データ (Z^k, \mathbf{x}^k) と未知パラメータ $\beta = (\beta_{000}, \dots, \beta_{L-1RR})$ の関数として $\pi_{ij,lr}(Z^k, \mathbf{x}^k; \beta)$ と表そう。いま， K 個の道路区間の劣化現象が互いに独立であると仮定すれば，全測定サンプルの劣化推移パターンの同時生起確率密度を表す

対数尤度関数^{21),22)}は次式で定義される.

$$\begin{aligned} \ln \mathcal{L}(\boldsymbol{\beta}) &= \ln \prod_{i=0}^{L-1} \prod_{j=0}^R \prod_{l=i}^{L-1} \prod_{r=0}^R \prod_{k=1}^K \{ \pi_{ij,lr}(\bar{Z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k : \boldsymbol{\beta}) \}^{\delta_{ij,lr}^k} \\ &= \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^R \sum_{l=i}^{L-1} \sum_{r=0}^R \sum_{k=1}^K \delta_{ij,lr}^k \ln \{ \pi_{ij,lr}(\bar{Z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k : \boldsymbol{\beta}) \} \end{aligned} \quad (28)$$

測定データ $\delta_{ij,lr}^k$, \bar{Z}^k , $\bar{\mathbf{x}}^k$ はすべて確定値であり, 対数尤度関数は未知パラメータ $\boldsymbol{\beta}$ の関数として表される. 対数尤度関数 (28) を最大にするようなパラメータ値 $\boldsymbol{\beta}$ の最尤推計値は,

$$\frac{\partial \ln \mathcal{L}(\hat{\boldsymbol{\beta}})}{\partial \beta_{ijr}^m} = 0 \quad (29)$$

$$(i = 0, \dots, L-1; j, r = 0, \dots, R; m = 1, \dots, M)$$

を同時に満足するような $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\hat{\beta}_{000}^1, \dots, \hat{\beta}_{L-1RR}^M)$ として与えられる.

(3) パラメータの推計方法

以上で定義されたパラメータの最尤推計値を求めるためには, 対数尤度関数 (28) のパラメータベクトル $\boldsymbol{\beta}$ に関する 1 階の偏微分係数を求める必要がある. ここで, 推移確率 $\pi_{ij,lr}(\bar{Z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k : \boldsymbol{\beta})$ は式 (24) を満足するような $\pi_{ij,lr}^*(\bar{Z}^k, \bar{\mathbf{x}}^k : \boldsymbol{\beta})$ として与えられることに着目しよう. すなわち, 推移確率を求めるためには係数行列 $\mathbf{A}(ij)$ の逆行列を求めることが必要となる. そのため, ひび割れ度タイプ数 j の次元が大きくなると, 尤度関数の偏微分係数を解析的に導出することが困難となる. 以上の理由により, 本研究では尤度関数の偏微分係数の算定を前提としない直接探索法の 1 つであるパターン法^{23),24)} を用いて最尤推計量を求めることとした. パターン法によるアルゴリズムを説明するために, パラメータベクトル $\boldsymbol{\beta} = (\beta_{000}, \dots, \beta_{L-1RR})$ の各要素の下付き添え字を再定義し, $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_I)$ と書き換える. この時, パターン法による最尤推計量を求める手順は以下のように整理できる.

ステップ 1 パラメータ値 $\boldsymbol{\beta}$ の初期値 $\boldsymbol{\beta}^{(0)}$ を用いて $\boldsymbol{\beta}^{(0)} = \boldsymbol{\beta}^{(1,0)} = \mathbf{b}^0$ と設定する. 初期ステップ幅 $\boldsymbol{\xi}^0 = (\xi_1^0, \dots, \xi_I^0)$ を設定する. 収束判定基準 ε_i ($i = 1, \dots, I$) を与える. ステップ数を $k = 1, i = 1$ とする.

ステップ 2 ステップ k , サブステップ i のパラメータベクトル

$$\boldsymbol{\beta}^{(k,i)} = (\beta_1^{k,i}, \dots, \beta_i^{k,i}, \beta_{i+1}^{k,i-1}, \dots, \beta_I^{k,i-1})' \quad (30)$$

を定義する. また, サブステップ i におけるステップ幅を定義するベクトル $\boldsymbol{\xi}_i^k = (0, \dots, 0, \xi_i^k, 0, \dots, 0)'$ (第 i 要素のみが値 ξ_i^k をとる列ベクトル) を定義する. この時, k ステップの第 i サブステップにおける新しいパラ

メータベクトルを

$$\boldsymbol{\beta}^{(k,i)} = \begin{cases} \boldsymbol{\beta}^{(k,i-1)} + \boldsymbol{\xi}_i^k & \ln \mathcal{L}(\boldsymbol{\beta}^{(k,i-1)} + \boldsymbol{\xi}_i^k) < \ln \mathcal{L}(\boldsymbol{\beta}^{(k,i-1)}) \\ \boldsymbol{\beta}^{(k,i-1)} - \boldsymbol{\xi}_i^k & \ln \mathcal{L}(\boldsymbol{\beta}^{(k,i-1)} - \boldsymbol{\xi}_i^k) < \ln \mathcal{L}(\boldsymbol{\beta}^{(k,i-1)}) \\ \boldsymbol{\beta}^{(k,i-1)} & \ln \mathcal{L}(\boldsymbol{\beta}^{(k,i-1)}) \geq \max\{\ln \mathcal{L}(\boldsymbol{\beta}^{(k,i-1)} + \boldsymbol{\xi}_i^k), \ln \mathcal{L}(\boldsymbol{\beta}^{(k,i-1)} - \boldsymbol{\xi}_i^k)\} \end{cases} \quad (31)$$

により更新する. 以上の手続きを $i = 1$ から $i = I$ に到達するまで実施する. サブステップ終了後, $\mathbf{b}^k = \boldsymbol{\beta}^{(k,I)}$ とおく.

ステップ 3 $\mathbf{b}^k \neq \mathbf{b}^{k-1}$ の場合, ステップ 4 へ進む. $\mathbf{b}^k = \mathbf{b}^{k-1}$ の場合, ステップ幅を

$$\xi^{i,k+1} = \frac{1}{2} \xi^{i,k} \quad (i = 1, 2, \dots, p) \quad (32)$$

と縮小する. すべての i に対して $\xi_i^{k+1} < \varepsilon_i$ が成立すればアルゴリズムを終了する. そうでない場合は, $k = k+1, i = 1$ とし, ステップ 2 へ戻る.

ステップ 4 探索基点 $\mathbf{b}^k, \mathbf{b}^{k-1}$ の情報を用いて, 新しい探索基点を

$$\boldsymbol{\beta}^{(k+1,0)} = 2\mathbf{b}^k - \mathbf{b}^{k-1} \quad (33)$$

により定義する. ただし, $\boldsymbol{\beta}^{(1,0)} = 2\mathbf{b}^1$ である. $k = k+1, i = 1$ とし, ステップ 2 へ戻る.

以上の方法で, 最尤推計量 $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ を求めることができる.

(4) マルコフ推移確率の平均化操作

マルコフ推移確率は道路特性 \mathbf{x}^k と測定間隔 Z^k が与えられれば, 式 (15), (19), (23) により推計できる. 測定間隔 Z^k を変化させることにより, 任意の測定間隔に対してマルコフ推移確率行列を推計することができる. 本研究で提案した方法により, 個々の道路区間ごとに, その区間固有のマルコフ推移確率行列を推計することが可能である. しかし, 数多くの道路全体としての劣化パターンを予測する場合, 個別の道路区間ごとの推移確率よりも, 平均的な推移確率を求める方が便利な場合が多い. 本研究では推移強度 ρ_{ijr}^k ($k = 1, \dots, K$) に着目した平均化操作を提案しよう. いま, 対象とする道路区間母集団における道路特性の分布関数を $\Gamma(\mathbf{x})$ と表そう. この時, 母集団における推移強度の期待値 (以下, 平均推移強度と呼ぶ) $E[\rho_{ijr}]$ は,

$$E[\rho_{ijr}] = \int_{\Theta} \mathbf{x} \beta'_{ijr} d\Gamma(\mathbf{x}) \quad (34)$$

と表せる. Θ はサンプル母集団を表す. さらに, 平均推移強度を用いて, 劣化過程の期待値パス (以下, 平均的劣化曲線と呼ぶ) を求めることができる. ここで, 損傷度 i の状態に到達した時刻から, 劣化が進展してつ

ぎの損傷度 $i+1$ に進むまでの期待期間長は、生存関数 $\tilde{F}_{ij}(z_{ij}^k)$ を用いて、

$$RMD_{ij}^k = \int_0^\infty \tilde{F}_{ij}(z_{ij}^k) dz_{ij}^k \quad (35)$$

と表される¹³⁾。ここで、指数ハザード関数を用いた生存関数 $\tilde{F}_{ij}(z_{ij}^k)$ が式(9)で表されることに留意すれば、損傷度期待寿命は次式で示される。

$$RMD_{ij}^k = \int_0^\infty \exp(-\theta_{ij}^k z_{ij}^k) dz_{ij}^k = \frac{1}{\theta_{ij}^k} \quad (36)$$

5. 適用事例

(1) 適用事例の概要

本研究で提案した階層型指数劣化ハザードモデルを、東関東自動車道(区間: 湾岸市川IC-潮来IC)において過去13年間(1992年~2004年)に実施された路面性状測定結果に適用し、モデルの適用可能性を検討する。対象とする高速道路区間は全区間長が74.5kmであり、合計11個の部分区間により構成される。同区間では、大型車の利用が多く、中交通区間(1方向あたり1日1,500台以上5,000台未満)に分類される部分区間が多い。中には、超重交通区間(1方向あたり1日10,000台以上)に指定されている部分区間が4箇所存在している。また、舗装種別はアスファルト舗装であり、車線構成は8区間(湾岸市川IC~成田IC)が片側3車線で、3区間(成田IC~潮来IC)が片側2車線である。同区間で実施された路面性状測定の結果は、ひび割れの状態を、0から9までの整数値(レーティング)で評価している。これらのレーティングは、3つのひび割れのタイプ(縦ひび割れ・横ひび割れ・面ひび割れ)と各タイプに対する3つの損傷度(劣化の進行度)の組み合わせに対応している。本研究では、ひび割れの状態を、表-2に示すようなひび割れのタイプと、各タイプに対する損傷度の組み合わせにより表現した。同表には、路面性状測定における評価結果との対応関係も示している。なお、大規模なひび割れ(表中の劣化状態(3,1),(3,2),(3,3))が発生した時点で、直ちに補修が実施されるため、これらの状態をマルコフ連鎖の吸収状態と考える。また、現実には、面ひび割れが発生した段階でも、補修が実施されるため、面ひび割れが発生した状態も吸収状態と考える。したがって、図-1において状態(1,3),(2,3)を起点とする劣化パスは存在せず、劣化状態(1,3),(2,3),(3,1),(3,2),(3,3)は吸収状態となる。

高速道路における路面性状測定では、各路線の100mを1セクションとして、セクションごとにひび割れに対する損傷度評価が行われる。1つのセクションに複数のひび割れが存在する場合には、発見されたひび割れの中で、もっとも進行したひび割れが選択され、当該セ

表-2 ひび割れ劣化状態

劣化状態	物理的な意味	
0,0 (0)	新設状態	
1,1 (1)	縦ひび割れ (小規模)	
2,1 (2)		(中規模)
3,1 (3)		(大規模)
1,2 (4)	横ひび割れ (小規模)	
2,2 (5)		(中規模)
3,2 (6)		(大規模)
1,3 (7)	面ひび割れ (小規模)	
2,3 (8)		(中規模)
3,3 (9)		(大規模)

注) 劣化状態の括弧内の数字は、路面性状測定時における評価結果を表している。

クションの代表的なひび割れとしてデータベースに記載される。このため、ある時点の路面性状測定時点と、次の測定時点の間に、セクションを代表するひび割れが変化し、データベースには異なるひび割れの情報が記載されることがある。本データベースから、過去2回以上路面性状測定が実施された区間を抽出し、連続する2回の測定結果に基づいて、劣化状態(ひび割れのタイプと損傷度)の推移状況に関するサンプルデータを作成した。ただし、補修の実施や測定誤差などの理由により、損傷度が前回よりも回復しているサンプルはデータベースから削除した。その結果、階層型指数劣化ハザードモデルの推計のために利用可能なサンプル数 K は合計10,231個となった。

(2) 劣化パターンの設定

適用事例では、ひび割れの劣化状態を表-2に示す状態変数を用いて表現する。測定時刻 τ_A の劣化状態を (i, j) 、測定時刻 τ_B の劣化状態を (l, r) と表す。測定間隔を Z とする。劣化状態 $(3, r)$ ($r = 1, 2, 3$)、 $(i, 3)$ ($i = 1, 2$) は吸収状態であり $\pi_{3r,3r} = 1$ ($r = 1, 2, 3$)、 $\pi_{i3,i3} = 1$ ($i = 1, 2$) が成立する。つぎに、測定時刻 τ_A における劣化状態が $(2, j)$ ($j = 1, 2$) である場合を考えよう。この場合、測定時刻 τ_A と τ_B の間における状態推移確率として 1) 損傷度2に留まる場合 ($\pi_{2j,2j}$)、2) 損傷度2から損傷度3に推移する場合 ($\pi_{2j,3r}$ ($r = 1, 2, 3$)) が考えられる。さらに、測定時刻 τ_A における損傷度が $i = 1$ の場合、測定時刻 τ_A と τ_B の間における状態推移確率として 1) 損傷度1に留まる場合 ($\pi_{1j,1j}$)、2) 損傷度1から損傷度2に推移する場合 ($\pi_{1j,2m}$ ($m = 1, 2, 3$))、3) 損傷度1から損傷度3に推移する場合 ($\pi_{1j,3r}$ ($r = 1, 2, 3$)) が存在する。最後に、時刻 τ_A における劣化状態が $(0, 0)$ の場合、1) 損傷度0に留まる場合 ($\pi_{00,00}$)、2) 損傷度0から損傷度1に推移する場合 ($\pi_{00,1j}$ ($j = 1, 2, 3$))、3) 損傷度0から損傷度2に推移する場合 ($\pi_{00,2m}$ ($m = 1, 2, 3$))、4) 損傷度0から損傷度3に推移する場合 ($\pi_{00,3r}$ ($r =$

表-3 数え上げによるサンプル推移行列

劣化状態	(0,0)	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(3,1)	(3,2)	(3,3)
(0,0)	0.655 (5271)	0.085 (680)	0.141 (1133)	0.012 (96)	0.023 (183)	0.024 (193)	0.002 (15)	0.015 (121)	0.044 (351)	0.001 (5)
(1,1)	0.0 (0)	0.473 (139)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.191 (56)	0.105 (31)	0.020 (6)	0.119 (35)	0.092 (27)	0.0 (0)
(1,2)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.540 (443)	0.0 (0)	0.082 (67)	0.128 (105)	0.007 (6)	0.063 (52)	0.176 (144)	0.004 (3)
(1,3)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	1.0 (4)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)
(2,1)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.426 (60)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.447 (63)	0.121 (17)	0.007 (1)
(2,2)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.275 (60)	0.0 (0)	0.069 (15)	0.656 (143)	0.0 (0)
(2,3)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)
(3,1)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	1.0 (77)	0.0 (0)	0.0 (0)
(3,2)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	1.0 (629)	0.0 (0)
(3,3)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)

注) 数字は推移パターンのシェア s_{ij}^{lr} を示している。括弧の中の数字は、該当するサンプル数を表している。

1, 2, 3) が存在する。各サンプルデータには、連続した2つの測定時点における事前の劣化状態 (i, j) と事後の劣化状態 (l, r) に関するデータが記載されている。この情報を用いて、劣化状態間の推移パターンを数え上げることができる。いま、サンプル集合を Ω と表し、個々のサンプルを $e_k \in \Omega$ ($k = 1, \dots, K (= 10, 231)$) と表そう。また、サンプル k の事前の劣化状態を $(i(k), j(k))$ 、事後の劣化状態を $(l(k), r(k))$ と表そう。その上で、推移パターンのシェア s_{ij}^{lr} を

$$s_{ij}^{lr} = \frac{\#\{e(k) \in \Omega | i(k) = i, j(k) = j, l(k) = l, r(k) = r\}}{\#\{e(k) \in \Omega | i(k) = i, j(k) = j\}} \quad (37)$$

と定義する。ここに、記号 $\#\{A\}$ は集合 $\{A\}$ に属する要素の数を表す。すなわち、推移パターンのシェアは、2つの測定時点の間に、劣化状態 (i, j) から劣化状態 (l, r) に推移したパターン数が、事前の測定時点において劣化状態が (i, j) であったサンプル数に占める割合であり、推移確率を表している。このように数え上げにより求めた劣化状態の推移パターン行列を表-3に示している。同表には、各推移パターンに該当するサンプル数も示している。数え上げにより、サンプル推移状態行列を容易に計算できるが、このような方法はいくつかの限界を有している。第1に、路面性状測定で獲得したサンプルは、測定間隔が必ずしも同一ではないことがあげられる。マルコフ推移確率は、ある一定の期間の間における推移確率により定義される。数え上げ法は、測定間隔の多寡による推移確率の変化を取り扱うことが困難である。第2に、サンプルデータには、道路

構造特性や、車線等、異なる特性を有するセクションのデータが混在している。このため、このような特性の差異が、ひび割れの発生速度に及ぼす影響を分析しようとするときサンプル数が極端に減少し、分析結果の信頼性に問題が発生する。第3に、サンプルシェアは、測定の結果として偶然に得られたサンプルにより定義されたものであり、ひび割れ過程の背後にある統計的性質を評価することが不可能である。数え上げ法は簡単な方法であるが、上記の課題に対して応えることができない。以下では、本研究で提案した階層型指数劣化ハザードモデルを用いて、劣化状態間の推移確率を表すマルコフ推移確率を推計することとする。

(3) 推計結果

ひび割れの劣化状態は、表-2に示したような10個の状態変数を用いて表現することができる。このうち、終局状態である $(1,3), (2,3), (3,1), (3,2), (3,3)$ の5つの劣化状態を除いた合計5つの劣化状態に対して、それぞれ劣化ハザードモデルを定義することができる。サンプル k の劣化状態 (i, j) における劣化ハザードモデル(27)は、3つの推移強度 ρ_{ijr}^k ($r = 1, 2, 3$) のそれぞれに対応するハザードモデルを用いて、

$$\theta_{ij}^k = \sum_{r=1}^3 \rho_{ijr}^k \quad (38a)$$

$$\rho_{ijr}^k = \sum_{m=1}^4 \beta_{ijr}^m x_m^k \quad (38b)$$

$$(i, j = 0, 1, 2; r = 1, 2, 3; k = 1, \dots, 10, 231)$$

と表せる。このように劣化ハザードモデルを特定化すれば、5つの劣化状態のそれぞれに対して $\rho_{ij1}^k, \rho_{ij2}^k, \rho_{ij3}^k$

という3つの推移強度が存在する。したがって、合計15個の推移強度モデル(27)を推計することが必要となる。推移強度モデルの説明変数として、定数項、車種別交通量、舗装特性、道路構造特性、車線、勾配、気温等の自然条件等を考えることができる。しかし、本データベースでは、東関東自動車道という単一路線を対象としているため、本来ひび割れの進行に影響を及ぼす舗装特性、勾配、自然条件に関する情報は、対象とするセクションごとに同一の値をとる。このため、これらの変数は推移強度モデルの説明変数にとりあげられていない。むしろ、その効果は定数項に集約的に表現されていると考えることができる。結果的に、階層型指数劣化ハザードモデルの推計に用いた説明変数は、道路構造特性、車線、大型車交通量(大型交通量は区間内での最大値を1として基準化している。)である。なお、説明変数の選定に際しては、後に示すように、各説明変数の説明力を尤度比検定統計量で定量的に比較することが可能である。しかしながら、説明変数の数が増えるほど、推定が困難になるだけでなく、推定精度の低下を招く。したがって、上述したように道路特性や使用状況、環境条件を勘案しながら、専門技術者が説明変数を選定するほかはない。説明変数の選定方法は他のケースであっても同様であるが、当然のことながら、解析対象とする路線が異なれば採用すべき説明変数も変わりうる。その意味において、今回のケースで採用した説明変数を用いて推計した階層型指数劣化ハザードモデルは、分析対象としてとりあげた対象区間においてのみ適用可能であることは言うまでもない。

以上の説明変数を用いて、15個の推移強度モデルのパラメータを推計した。その際、各推移強度モデルごとに、説明変数の組み合わせを変化させ、階層型指数劣化ハザードモデル全体の推計精度を比較した。その際、説明変数の説明力を尤度比検定を用いて評価し、説明力の乏しい説明変数を除外した。尤度比 $R(\hat{\beta}_{-m})$ ($m = 1, \dots, I$) は次式で求めることができる。

$$R(\hat{\beta}_{-m}) = 2\{\ln \mathcal{L}(\hat{\beta}) - \ln \mathcal{L}(\hat{\beta}_{-m})\} \quad (39)$$

ここで、 $\hat{\beta}_{-m}$ は、パラメータの最尤推計値ベクトル $\hat{\beta}$ に対して、第 m 要素 $\hat{\beta}_m$ を0に置換したベクトルである。この時、 $|R(\hat{\beta}_{-m})| \geq 3.48$ が成立する場合、有意水準5%で帰無仮説 $\beta_m = 0$ を棄却することができる。さらに、パラメータの推計結果の符号が解釈可能か否かを考慮して、最終的にAIC基準²²⁾

$$AIC = -2\{\ln \mathcal{L}(\hat{\beta}) - K\} \quad (40)$$

が最も大きくなるような説明変数の組み合わせを採用した。ただし、 K はパラメータ数であり、 $\hat{\beta}$ はパラメータの最尤推計量である。以上のプロセスを経て推計した結果を表-4に示している。表中の括弧の中は尤度比

表-4 パラメータの推計結果

劣化過程 (i, j, r)	β_{ijr}^1	β_{ijr}^2	β_{ijr}^3	β_{ijr}^4
(0,0,1)	-0.0272	0.0163	0.0070	0.1304
	-	(42.402)	(11.244)	(460.797)
(0,0,2)	-0.0369	0.0235	-	0.2259
	-	(57.460)	-	(942.528)
(0,0,3)	0.0065	-0.0032	-	-
	-	(10.697)	-	-
(1,1,1)	0.0588	0.1299	-	-
	-	(23.023)	-	-
(1,1,2)	0.1203	-	-	-
	-	-	-	-
(1,1,3)	0.0211	-0.0269	0.0157	-
	-	(12.805)	(6.830)	-
(1,2,1)	0.0241	0.0784	-	-
	-	(34.455)	-	-
(1,2,2)	0.1273	0.1718	-	-
	-	(66.249)	-	-
(1,2,3)	0.0057	-	-	-
	-	-	-	-
(2,1,1)	0.2349	-	-	-
	-	-	-	-
(2,1,2)	0.0501	-	-	-
	-	-	-	-
(2,1,3)	0.0803	-0.0737	-	-
	-	(10.431)	-	-
(2,2,1)	0.0211	0.1293	-	-
	-	(13.189)	-	-
(2,2,2)	0.6698	0.2099	-	-
	-	(5.265)	-	-
(2,2,3)	-	-	-	-
	-	-	-	-

注) 括弧内は尤度比検定統計量を表している。また、吸収状態についてはハザード率が0となる。同表では、吸収状態のハザード率を記述していない。サンプルには、劣化状態(2,2)から(3,3)に移行する劣化パターン(2,2,3)が存在しないため、推移強度 ρ_{223} に対応するハザード関数が定義されない。

を表す。説明変数 $x_1^k = 1$ は恒常的に値1をとり、 β_{ijr}^1 は定数項を表す。また、 x_2^k, x_3^k はそれぞれ、

$$x_2^k = \begin{cases} 0 & \text{橋梁部の場合} \\ 1 & \text{土工部の場合} \end{cases}$$

$$x_3^k = \begin{cases} 0 & \text{走行車線の場合} \\ 1 & \text{追い越し車線の場合} \end{cases}$$

という値をとるダミー変数であり、 x_4^k は大型車交通量である。劣化パス(i, j, r) = (1,1,2), (1,2,3), (2,1,1), (2,1,2), (2,2,3)においては、推移強度モデルは定数項のみで構成される。以上の推計結果より、ひび割れの発生には構造特性(橋梁部、もしくは土工部)が重要な影響を及ぼすことが理解できる。これに対して、推移強度 ρ_{001}, ρ_{002} に対応するハザードモデルの大型車交通量のパラメータ $\beta_{001}^4, \beta_{002}^4$ が、それぞれ0.1304, 0.2259であり、尤度比検定統計量も大きな値を示している。このことより、大型車交通量は縦ひび割れ、横

表-5 推移強度の推計結果

劣化状態	ρ_{ij1}	ρ_{ij2}	ρ_{ij3}
(0,0)	0.068	0.119	0.004
(1,1)	0.147	0.120	0.011
(1,2)	0.077	0.244	0.006
(2,1)	0.235	0.050	0.030
(2,2)	0.109	0.812	-

注) 劣化状態 (1,3), (2,3), (3,1), (3,2), (3,2) はマルコフ連鎖の吸収状態であり, 推移強度は定義されない。

表-6 劣化状態の期待寿命

劣化状態	$E[\theta_{ij}]$	$E[RMD_{ij}^k](年)$
(0,0)	0.192	5.21
(1,1)	0.278	3.60
(1,2)	0.326	3.06
(2,1)	0.315	3.17
(2,2)	0.921	1.09

注) 劣化状態 (1,3), (2,3), (3,1), (3,2), (3,2) はマルコフ連鎖の吸収状態であり, 期待寿命は定義されない。

ひび割れが発生するまでの期間長に大きな影響を及ぼすことが読み取れる。すなわち, 大型車交通量が多いセクションほど, 初期ひび割れが発生するまでの時間は短くなる。しかし, その他の推移強度では, 大型車交通量は有意な影響を及ぼさず, 説明変数に採用されていない。このことより, 一度ひび割れが発生すれば, 大型車交通量の多寡に関わらず, ひび割れが一定速度で成長していくことが理解できる。ただし, 面ひび割れの初期発生に関しては, 大型車交通量は有意な影響を及ぼさない。また, 追い越し車線の方が, 縦ひび割れが初期発生するまでの期間長が短い。しかし, 横ひび割れ, 面ひび割れの発生に関しては, 車線による影響はほとんどない。また, 一度ひび割れが発生した後, ひび割れが進行する速度に関しても(損傷度1の縦ひび割れが, 面ひび割れに発展するケースを除いて)車線による影響はほとんど見られない。つぎに, 推計されたパラメータを用いて式(38b)より各劣化状態に対する推移強度を算出した。その結果を, 表-5に示している。これより, ひび割れの進行過程として, 同じひび割れタイプを維持する傾向が強いことが読み取れる。具体的には, 横ひび割れの劣化ランク1の状態(1,2)から, 縦ひび割れが卓越する劣化状態(2,1)に推移する推移強度が0.077であるのに対して, 横ひび割れの損傷度が增加する劣化状態(2,2)に推移する推移強度は0.244となっている。また, 損傷度が大きくなるほどこの傾向は強くなり, 例えば, 横ひび割れの劣化ランク2の状態(2,2)から縦ひび割れが卓越する劣化状態(3,1)に推移する推移強度が0.109であるのに対して横ひび割れの損傷度が增加する劣化状態(3,2)に推移する推移強度は0.812となっている。さらに, 縦ひび割れの方が, 横

ひび割れに比べて面ひび割れに発展する割合が大きいことも読み取れる。また, 式(38a)と式(36)を用いて, 各劣化状態のハザード率の期待値と期待寿命を算出した。その結果を, 表-6に示している。この結果より, 道路舗装を補修したのち, 最初のひび割れが発生するまでの平均経過年数は5年強となる。また, ひび割れのタイプ(縦ひび割れ, 横ひび割れ)に関わらず, 損傷度が進行するに伴って, 期待寿命が短くなる。この結果から, 損傷度が大きくなるにつれて, ひび割れの進行速度が加速されることが理解できる。さらに, 横ひび割れの方が, 発生までの期間長やひび割れが発生してから期待寿命が短いという結果になっている。

(4) 分析結果

階層型指数劣化ハザードモデルを用いて, マルコフ推移確率行列を求めよう。本研究で提案したハザードモデルは, 説明変数の組み合わせごとにハザード率を定義できる。言い換えれば, 道路特性, 車線特性別のマルコフ推移確率を推計することができる。ここでは, 4.(4)で言及したような平均化操作を実施した平均的なハザード率を用いてマルコフ推移確率を求めた結果を表-7に示している。ただし, マルコフ推移確率行列は, 1年間隔で定義されている。ここで, 表-7に示すマルコフ推移確率は1年間隔の状態推移確率を示しているのに対して, 前述したように数え上げで算出したマルコフ推移確率行列(表-3参照)では, 測定間隔の異なる推移結果(平均約3年)を区別することなく単純に数え上げていることに留意して欲しい。したがって, 両者を直接比較することはできないが, 前者の推移確率行列を3乗して算出した測定間隔3年のマルコフ推移確率行列(表-7中の括弧内)と相対頻度を算出した推移確率行列(表-3)を比較してみよう。当然のことながら, 両者の推計結果は一致しておらず, 劣化状態のペアによっては, 推移確率に大きな差異が存在する。このことから, 推移結果を単純に数え上げる手法は簡便ではあるものの, 算出したマルコフ推移確率は十分な精度を確保できないことが理解できる。

マルコフ推移確率行列を用いれば, 劣化状態分布の推移を求めることができる。いま, 1年間隔のマルコフ推移確率を \mathbf{P} と表そう。また, 合計 N セクションの中で, 初期時点から t 年経過した時点において劣化状態 (i, j) ($i = 0, \dots, 3; j = 0, \dots, 3$) にある平均セクション数を $n_{ij}(t)$ と表そう。ただし,

$$n_{00}(t) + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 n_{ij}(t) = N \quad (41)$$

が成立する。ここで, 初期時点から t 年後の, 平均セクション数ベクトルを $\mathbf{n}(t) = (n_{00}(t), n_{11}(t), \dots, n_{33}(t))$ と表そう。初期時点から t 年後の劣化状態の平均的な劣

表-7 マルコフ推移行列の推計結果 (平均化操作後)

劣化状態	(0,0)	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(3,1)	(3,2)	(3,3)
(0,0)	0.825 (0.562)	0.054 (0.102)	0.092 (0.166)	0.004 (0.010)	0.007 (0.039)	0.012 (0.045)	0.001 (0.004)	0.001 (0.018)	0.004 (0.054)	0.000 (0.001)
(1,1)	0.0 (0.0)	0.758 (0.435)	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)	0.109 (0.181)	0.067 (0.070)	0.009 (0.021)	0.019 (0.108)	0.036 (0.173)	0.002 (0.011)
(1,2)	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)	0.722 (0.376)	0.0 (0.0)	0.056 (0.088)	0.133 (0.128)	0.005 (0.011)	0.016 (0.084)	0.068 (0.307)	0.001 (0.006)
(1,3)	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)	1.0 (1.0)	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)
(2,1)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.730 (0.388)	0.0 (0)	0.0 (0)	0.201 (0.456)	0.043 (0.097)	0.026 (0.059)
(2,2)	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)	0.398 (0.063)	0.0 (0.0)	0.071 (0.111)	0.531 (0.826)	0.0 (0.0)
(2,3)	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)	1.0 (0.0)	0.0 (0.0)	0.0 (1.0)	0.0 (0.0)
(3,1)	0.0 (0.0)	1.0 (1.0)	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)						
(3,2)	0.0 (0.0)	1.0 (1.0)	0.0 (0.0)							
(3,3)	0.0 (0.0)	1.0 (1.0)								

注) マルコフ推移行列は、1年間の間に生起する状態推移確率を示している。ここでは、平均操作(4.(4)参照)を行い、当該路線の平均的なひび割れ発生、推移確率を求めたものである。なお、括弧の中の数字は、観測間隔を3年間とした場合の推移確率を表している。

化分布状態は、

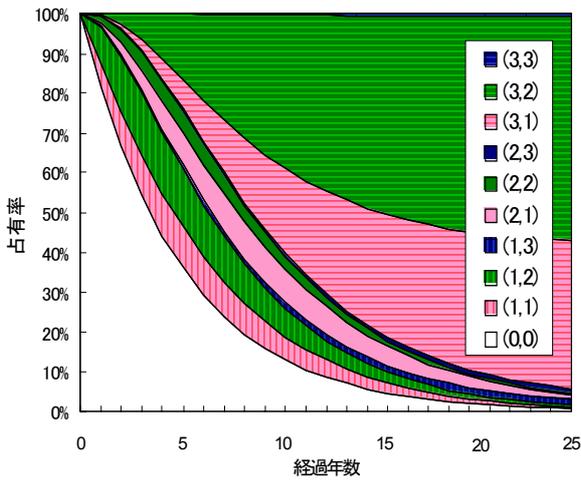
$$n(t) = n(0)(P)^t \quad (42)$$

と表せる。ただし、 $n(0) = (1, 0, \dots, 0)$ である。

図-3、図-4は、土工部と橋梁部の劣化状態分布の経年変化を表している。同図では縦縞は劣化ランク1、格子は劣化ランク2、横縞は劣化ランク3を表している。また、ひび割れタイプは下から順に縦ひび割れ、横ひび割れ、面ひび割れとしている。これら2つの図より、以下のような経験的事項を読み取ることができる。第1に、土工部の劣化速度の方が、橋梁部の劣化速度よりも速いことが理解できる。例えば、舗装の打ち換えが行われてから、約半数のセクションに何らかのひび割れが発生するまでに要する時間は、土工部では約4.5年であるのに対して、橋梁部では約5年となる。さらに、70%のセクションに何らかのひび割れが発生するまでに所要する時間は、土工部では約7年であるのに対して、橋梁部では約8年となっている。第2に、ひび割れのタイプに関しても、土工部と橋梁部の間で有意な違いを読み取れる。まず、土工部では橋梁部に比べて、面ひび割れが発生する割合がかなり低い。例えば、舗装の打ち換え後、30年間が経過した段階で、橋梁部では15%のセクションで面ひび割れが卓越するのに対して、土工部では2.5%に満たない。この点に関しては、橋梁部ではエキスパンションで衝撃的な輪荷重が作用するために、ポットホール等が発生し、それらが面ひび割れとして評価されることに起因する。次に、縦ひび割れと横ひび割れに着目すると、橋梁部は

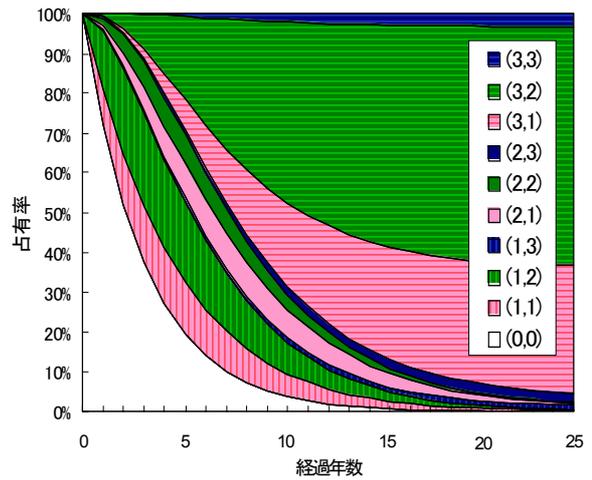
土工部に比べて横ひび割れが発生する割合が高く、損傷度3の横ひび割れまで発展している。この点に関しても、橋梁部の横ひび割れは、繰り返し荷重による床版の疲労き裂がまずは橋軸直角方向の一方向ひび割れとなって表れる²⁵⁾ことに原因があると考えられる。したがって、橋梁部では、大規模な横ひび割れに関する修繕工事が必要となるケースが多いことが理解できる。第3に、橋梁部ではひび割れが発生したのちに、損傷度1や損傷度2の状態がある一定期間継続するが、土工部では縦ひび割れ、横ひび割れが発生すると、それ以降ひび割れが加速度的に進行することが理解できる。なお、土工部と橋梁部におけるひび割れ発生数は土工部の方が圧倒的に多い。以上の議論は、土工部と橋梁部のそれぞれのサンプル内の相対的な割合を比較したものであることを断っておく。

また、大型車交通量が最大のケース(1方向あたり1日約14,000台)と最小のケース(同約2,700台)について劣化状態分布の経年変化を分析した結果を図-5、図-6に示している。この図より、大型車交通量が道路舗装の初期劣化速度に大きく影響していることが理解できる。例えば、舗装を打ち換えてから、ひび割れが発生するまでの期間は、交通量が最大の場合では3年、交通量が最小の場合では11年となっている。しかし、表-4からも読み取れるように、交通量は初期ひび割れが発生する際には多大な影響を与えるものの、それ以降のひび割れの進行に関しては影響を与えていない。また、交通量は劣化タイプの割合に関しては劣化ランク1の状態以外にはほとんど寄与しないことも理



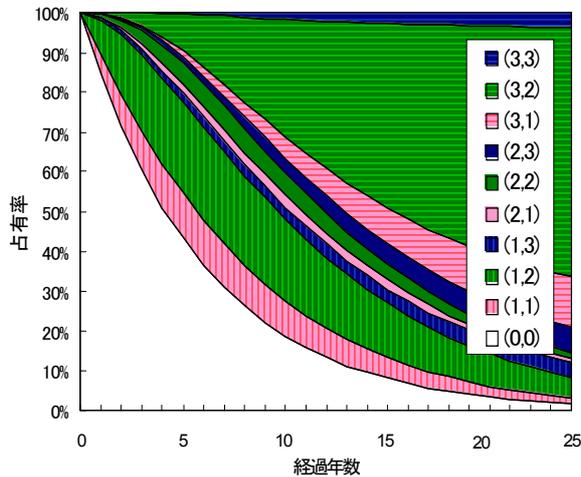
注) 括弧内の数字は劣化状態 (i, j) を表している。劣化状態 $(1, 3), (2, 3), (3, 3), (3, 1), (3, 2)$ は吸収状態である。

図-3 劣化状態分布の経年変化(土工部)



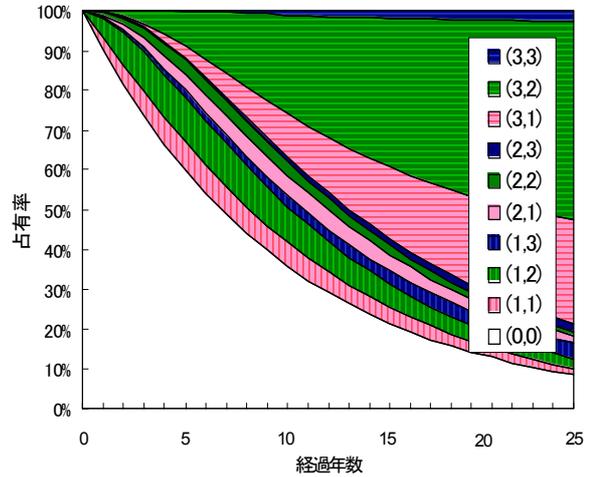
注) 括弧内の数字は劣化状態 (i, j) を表している。劣化状態 $(1, 3), (2, 3), (3, 3), (3, 1), (3, 2)$ は吸収状態である。

図-5 劣化状態分布の経年変化(大型車交通量最大区間)



注) 括弧内の数字は劣化状態 (i, j) を表している。劣化状態 $(1, 3), (2, 3), (3, 3), (3, 1), (3, 2)$ は吸収状態である。

図-4 劣化状態分布の経年変化(橋梁部)



注) 括弧内の数字は劣化状態 (i, j) を表している。劣化状態 $(1, 3), (2, 3), (3, 3), (3, 1), (3, 2)$ は吸収状態である。

図-6 劣化状態分布の経年変化(大型車交通量最小区間)

解できる。劣化ランク1に関しては交通量が多いほど縦ひび割れ、横ひび割れの生起する確率が増えるため、それらが全体に占める割合は増加する。

以下、結果の図示は割愛するが、実証分析を通して得た知見を記述する。ひび割れの進展に関しては、交通量最大の土工部、橋梁部、交通量最小の土工部、橋梁部の順に、ひび割れが発生するまでの期間長が長くなる。例えば、30%のセクションにひび割れが発生するまでに要する期間長は、それぞれ4.5年、5年、11.5年、16.5年であり、その差は最大で12年に達する。また、道路車線はひび割れの劣化過程にあまり影響していないことも確認済である。なお、これらは表-4で考察した結果とも整合的であることを付記しておく。

6. おわりに

本研究では、道路舗装のひび割れによる劣化状態を、損傷度とひび割れ形態という2つの状態変数で表現した。その上で、劣化状態間の推移確率を階層型指数劣化ハザードモデルで表現するとともに、ひび割れの進行状況を階層的ネットワーク特性を有するマルコフ過程として記述する方法を提案した。さらに、道路舗装のひび割れに関する定期測定結果に基づいて、ハザードモデルを推計し、道路の構造特性、舗装特性、および交通条件が道路舗装のひび割れ過程に及ぼす影響について分析した。さらに、東関東自動車道におけるひび割れに関する測定結果に基づいて、ひび割れ進行過程に関する実証的な知見を得ることができた。今後、他

の高速道路路線を対象とした適用事例を蓄積することにより、モデルの適用性を広げる努力が必要である。また、本研究で提案した方法論は、道路舗装のひび割れ過程だけでなく、多面的な特性を持つ土木構造物の劣化過程の分析に幅広く適用可能である。本研究で提案した方法論に関して、今後以下のような研究課題が残されている。第1に、本研究では同一損傷度内における劣化状態間の推移過程を考慮していない。劣化過程が、同一損傷度内の劣化状態間の推移関係が存在するようなネットワーク形態を有する場合、劣化状態間の推移確率を解析的に求めることは不可能となる。第2に、舗装の劣化状態に関する測定誤差の問題が考えられる。本研究の適用事例で用いたデータベースは良好な測定精度を有しており、ハザードモデルの推計にあたって測定誤差が問題となることはなかった。しかし、測定精度が十分でないようなデータベースを用いてハザードモデルを推計するためには、測定誤差分布を考慮したような隠れマルコフ劣化モデルを開発することが必要となる。第3に、簡便なひび割れ劣化過程の推計モデルを開発することも必要である。本研究では、ひび割れ損傷度とひび割れ形態という2種類の状態変数に関する測定結果が蓄積されているデータベースを用いている。しかし、このような精緻なデータベースが利用可能でない場合も少なくない。この場合、より簡便なひび割れ進行予測モデルを開発することが必要となる。最後に、本研究で推計したマルコフ推移行列を用いて、ひび割れ補修のために必要となるライフサイクル費用を求めることが可能である。ひび割れ補修工法と計画が与えられれば、容易にライフサイクル費用を推計することができる。また、道路舗装のアセットマネジメントを行う立場からは、わだち掘れ、平坦性、段差等、他の原因で発生する道路舗装の劣化事象の発生・進行プロセスとの競合関係を考慮したライフサイクル費用評価の方法論を開発することが必要である。

なお、本研究の一部は文部科学省「若手研究者の自立的な研究環境整備促進」事業によって大阪大学グローバル若手研究者フロンティア研究拠点にて実施された。

付録 数学的補足

$\eta_{nr(n),lr} = \theta_{nr(n)} - \theta_{lr}$ と置く。この時、 $\pi_{ij,lr}$ ($i = 0, \dots, L-1; j = 0, \dots, R; r = 1, \dots, R$)を展開すれば次式を得る。

$$\pi_{ij,lr} = \sum_{r(i+1)=1}^R \cdots \sum_{r(l-1)=1}^R \int_0^Z \cdots \int_0^{Z-\sum_{n=i}^{l-3} z_n} \left(\prod_{n=i}^{l-1} \rho_{nr(n)r(n+1)} \right) \exp \left(-\theta_{lr} Z - \sum_{n=i}^{l-2} \eta_{nr(n),lr} z_n \right)$$

$$\int_0^{Z-\sum_{n=i}^{l-2} z_n} \exp(-\eta_{l-1r(l-1),lr} z_{l-1}) dz_i \cdots dz_{l-1} = - \sum_{r(i+1)=1}^R \cdots \sum_{r(l-1)=1}^R \frac{1}{\eta_{l-1r(l-1),lr}} \int_0^Z \cdots \int_0^{Z-\sum_{n=i}^{l-3} z_n} \left(\prod_{n=i}^{l-1} \rho_{nr(n)r(n+1)} \right) \exp \left(-\theta_{l-1r(l-1)} Z - \sum_{n=i}^{l-2} \eta_{nr(n),l-1r(l-1)} z_n \right) dz_i \cdots dz_{l-2} + \sum_{r(i+1)=1}^R \cdots \sum_{r(l-1)=1}^R \frac{\rho_{l-1r(l-1)r}}{\eta_{l-1r(l-1),lr}} \int_0^Z \cdots \int_0^{Z-\sum_{n=i}^{l-4} z_n} \left(\prod_{n=i}^{l-2} \rho_{nr(n)r(n+1)} \right) \exp \left(-\theta_{lr} Z - \sum_{n=i}^{l-3} \eta_{nr(n),lr} z_n \right) \int_0^{Z-\sum_{n=i}^{l-3} z_n} \exp(-\eta_{l-2r(l-2),lr} z_{l-2}) dz_i \cdots dz_{l-2} \quad (付1)$$

第1項を整理すると、

$$- \sum_{r(l-1)=1}^R \frac{\rho_{l-1r(l-1)r}}{\eta_{l-1r(l-1),lr}} \sum_{r(i+1)=1}^R \cdots \sum_{r(l-2)=1}^R \int_0^Z \cdots \int_0^{Z-\sum_{n=i}^{l-3} z_n} \left(\prod_{n=i}^{l-2} \rho_{nr(n)r(n+1)} \right) \exp \left(-\theta_{l-1r(l-1)} Z - \sum_{n=i}^{l-2} \eta_{nr(n),l-1r(l-1)} z_n \right) dz_i \cdots dz_{l-2} = - \sum_{r(l-1)=1}^R \frac{\rho_{l-1r(l-1)r}}{\eta_{l-1r(l-1),lr}} \pi_{ij,l-1r(l-1)} \quad (付2)$$

となる。第2項を展開すると、

$$- \sum_{r(i+1)=1}^R \cdots \sum_{r(l-1)=1}^R \frac{\rho_{l-1r(l-1)r} \rho_{l-2r(l-2)r(l-1)}}{\eta_{l-1r(l-1),lr} \eta_{l-2r(l-2),lr}} \int_0^Z \cdots \int_0^{Z-\sum_{n=i}^{l-4} z_n} \left(\prod_{n=i}^{l-3} \rho_{nr(n)r(n+1)} \right) \exp \left(-\theta_{lr} Z - \sum_{n=i}^{l-3} \eta_{nr(n),lr} z_n \right) \left[\exp \left\{ -\eta_{l-2r(l-2),lr} \left(Z - \sum_{n=i}^{l-3} z_n \right) \right\} - 1 \right] dz_i \cdots dz_{l-3} = - \sum_{r(l-2)=1}^R \sum_{r(l-1)=1}^R \frac{\rho_{l-1r(l-1)r} \rho_{l-2r(l-2)r(l-1)}}{\eta_{l-1r(l-1),lr} \eta_{l-2r(l-2),lr}} \left[\pi_{ij,l-2r(l-2)} + \sum_{r(i+1)=1}^R \cdots \sum_{r(l-3)=1}^R \int_0^Z \cdots \int_0^{Z-\sum_{n=i}^{l-5} z_n} \left(\prod_{n=i}^{l-3} \rho_{nr(n)r(n+1)} \right) \exp \left(-\theta_{lr} Z - \sum_{n=i}^{l-4} \eta_{nr(n),lr} z_n \right) \int_0^{Z-\sum_{n=i}^{l-4} z_n} \right]$$

$$\exp(-\eta_{l-3r(l-3),lr}z_{l-3})dz_i \cdots dz_{l-3} \} \quad (\text{付3})$$

を得る. 上記のように展開すれば, 次式を得る.

$$\begin{aligned} \pi_{ij,lr} = & - \sum_{r(l-1)=1}^R \frac{\rho_{l-1r(l-1)r}}{\eta_{l-1r(l-1),lr}} \pi_{ij,l-1r(l-1)} \\ & - \sum_{r(l-2)=1}^R \sum_{r(l-1)=1}^R \frac{\rho_{l-1r(l-1)r} \rho_{l-2r(l-2)r(l-1)}}{\eta_{l-1r(l-1),lr} \eta_{l-2r(l-2),lr}} \\ & \pi_{ij,l-2r(l-2)} - \cdots + \sum_{r(i+1)=1}^R \cdots \sum_{r(l-1)=1}^R \\ & \prod_{n=i+1}^{l-1} \frac{\rho_{nr(n)r(n+1)}}{\eta_{nr(n),lr}} \rho_{ij,i+1r(i+1)} \\ & \int_0^Z \exp(-\theta_{lr}Z) \exp(-\eta_{ij,lr}z_i) dz_i = \text{式(23)} \quad (\text{付4}) \end{aligned}$$

参考文献

- 1) 阿部頼政, 飯野忠雄: わだち掘れ測定データの解析法に関する研究, 土木学会論文集, No.478/V-21, pp.117-123, 1993.
- 2) 清野昌貴, 岳本秀人, 丸山紀美雄, 遠藤桂: プロジェクトレベルにおける舗装の供用性曲線適用手法について, 土木学会舗装工学論文集, 第10巻, pp.191-196, 2005.
- 3) 武山泰, 嶋田洋一, 福田正: マルコフ連鎖によるアスファルト舗装の破損評価システム, 土木学会論文集, No.420/V-13, pp.135-141, 1990.
- 4) 武山泰, 福田正: 温暖地におけるアスファルト舗装の破損遷移に関するデータ解析, 土木学会論文集, No.451/V-17, pp.189-195, 1992.
- 5) 谷口聡, 伊藤正秀, 野村敏明, 阿部忠行: 舗装データベースを用いた供用性曲線作成手法に関する研究, 土木学会舗装工学論文集, 第8巻, pp.99-106, 2003.
- 6) Shin, H.C. and Madanat, S.M.: Development of stochastic model of pavement distress initiation, *Journal of Infrastructure Planning and Management*, No.744/IV-61, pp.61-67, 2003.
- 7) 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
- 8) 青木一也, 山本浩司, 津田尚胤, 小林潔司: 多段階ワイブル劣化ハザードモデル, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2005.
- 9) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: 劣化予測のためのハザードモデルの推計, 土木学会論文集, No.791/VI-67, pp.111-124, 2005.

- 10) 小林潔司, 熊田一彦, 佐藤正和, 岩崎洋一郎, 青木一也: サンプル欠損を考慮した舗装劣化予測モデル, 土木学会論文集F, Vol.63, No.1, pp.1-15, 2007.
- 11) 津田尚胤, 貝戸清之, 山本浩司, 小林潔司: ワイブル劣化ハザードモデルのベイズ推計法, 土木学会論文集F, Vol.62, No.3, pp.473-491, 2006.
- 12) 貝戸清之, 小林潔司: マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定, 土木学会論文集A, Vol.63, No.2, pp.336-355, 2007.
- 13) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.
- 14) Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.
- 15) 川口敏之, 高田澄夫: 高速道路の舗装性状の実態—日本道路公団福岡管理局管内, 舗装, Vol.18, No.7, pp.8-17, 1983.
- 16) 川島義昭, 福島公, 三好康夫: 高速道路におけるアスファルト舗装のひび割れ—実態と発生機構に関する一考察—, 昭和58年度日本道路公団試験所報告, pp.67-79, 1984.
- 17) Gerritsen, A.H., Van Gurp, C.A.P.M., Van der Heide, J.P.J., Molenaar, A.A.A. and Pronk, A.C.: Prediction and Prevention of Surface Cracking in Asphalt Pavements, *Proceedings of 6th International Conference on the Structural Design of Asphalt Pavements*, pp.378-391, 1987.
- 18) 姫野賢治, 渡辺隆, 丸山暉彦: アスファルト混合物の拡張された疲労破壊基準に関する研究, 土木学会論文集, No.378/V-6, pp.71-80, 1993.
- 19) 西澤辰男, 松野三朗: アスファルト舗装の車輪走行位置に生ずる縦表面ひびわれについて, 土木学会論文集, No.478/V-21, pp.71-80, 1993.
- 20) 東滋夫, 金井利浩, 岡部俊幸: アスファルトの劣化を考慮した縦表面ひびわれに関する一考察, 土木学会第53回年次学術講演会, V-38, pp.76-77, 1998.
- 21) Tobin, J.: Estimation of relationships for limited dependent variables, *Econometrica*, Vol.26, pp.24-36, 1958.
- 22) Amemiya, T. and Boskin, M.: Regression analysis when the dependent variables is truncated lognormal, with an application to the determination of the duration of welfare dependency, *International Economic Review*, Vol.15, p. 485, 1974.
- 23) 岩田暁一: 計量経済学, 有斐閣, 1982.
- 24) Jacoby, S.L.S., Kowalk, J.S. and Pizzo, J.T.: *Iterative Methods for Nonlinear Optimization Problems*, Prentice-Hall, 1972.
- 25) 社団法人日本コンクリート工学協会: コンクリートのひび割れ調査, 補修・補強指針—2003—, 2003.

(2007.3.5 受付)

MODELLING PAVEMENT CRACK PROGRESSION PROCESSES BY HIERARCHICAL EXPONENTIAL HAZARD MODELS

Kiyoyuki KAITO, Kazuhiko KUMADA, Hidekazu HAYASHI and Kiyoshi KOBAYASHI

The types of pavement crack are multiple, most typically including lengthways, side ways, and length-and-side ways cracks. In this paper, the states of crack progression are described as a set of combinations of degrees and types of cracks. And the crack progression processes with two types of state variables are formulated by a hierarchical exponential hazard model, by which the state transition probability can be modeled by the Markov transition matrices. Based upon the empirical dataset, the model is estimated to investigate the impacts of road structure, pavement characteristics, and highway environment upon he progressions rates of cracks on pavement.