

# 空港舗装アセットマネジメントのための ハイブリッド型地盤沈下モデル

下村泰造<sup>1</sup>・小濱健吾<sup>2</sup>・貝戸清之<sup>3</sup>・小林潔司<sup>4</sup>

<sup>1</sup>正会員 大成建設株式会社 国際支店 土木部土木技術部技術室 (〒163-6006 新宿区西新宿6-8-1)  
Email:taizo@ce.aisei.co.jp

<sup>2</sup>学生会員 京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻 (〒615-8540 京都市西京区京都大学校)  
E-mail:k.obama@psa.mbox.media.kyoto-u.ac.jp

<sup>3</sup>正会員 大阪大学特任講師 大学院工学研究科グローバル若手研究者フロンティア研究拠点 (〒565-0871 吹田市山田丘2-1)  
E-mail:kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp

<sup>4</sup>フェロー会員 京都大学教授 経営管理大学院経営管理講座 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)  
E-mail:kkoba@psa.mbox.media.kyoto-u.ac.jp

空港施設のアセットマネジメントにおいて、地盤沈下予測は重要な課題となる。設計・施工段階では、地盤条件に多大な不確実性が介在するために、沈下過程を確定的に予測することは困難である。本研究では、不同沈下を考慮した1次元圧密モデルを用いて、地盤沈下過程に関するサンプルパスを作成するとともに、サンプルパスを荷重平均した混合地盤沈下モデルを作成する。空港の供用開始後、地盤沈下量を継続的にモニタリングすることにより、混合地盤沈下モデルをMCMC (マルコフ連鎖モンテカルロ) 法を用いてベイズ更新するハイブリッド型地盤沈下モデルを提案する。最後に、実際の空港舗装を対象とした適用事例を通して、提案手法の妥当性を検証し、地盤沈下予測モデルとしての適用可能性と実用化に向けた課題を明らかにした。

**Key Words** : hybrid ground consolidation model, airport facilities, MCMC, asset management

## 1. はじめに

わが国では人工島や埋め立て地に空港が建設される場合が少なくない。このような海上空港では、地盤の不同沈下により、空港舗装が損傷を受ける可能性がある。地盤沈下の進行により、空港舗装の勾配に関する性能規定が満足されない場合、コンクリート舗装の大規模補修が必要となる。このため、空港舗装のアセットマネジメント戦略を決定する上で、将来に発生する地盤沈下を予測することは重要な課題となる。

軟弱地盤を対象として、圧密理論を用いた地盤沈下予測モデルが開発されている<sup>1)~5)</sup>。しかし、現実の地盤条件には多くの不確実性が介在し、地盤沈下過程を確定的に予測することは極めて困難である。このため、地盤条件を表す土質定数を確率変数として取り扱い、不同沈下を考慮した1次元圧密モデルを用いて地盤沈下過程を確率的に予測する方法<sup>5)</sup>が提案されている。これらの確率的な地盤沈下モデルでは、モンテカルロシミュレーションにより土質定数を生成し、それに対応した地盤沈下過程のサンプルパスを発生することになる。

本研究では、統計的な地盤沈下モデル (混合地盤沈下モデルと呼ぶ) を、確率的な地盤沈下モデルを用いて求めたサンプルパスの荷重和として表現する。その上で、空港建設後、地盤沈下のモニタリング情報を活用し、サ

ンプルパスの重み係数を逐次ベイズ更新するようなハイブリッド型地盤沈下モデルを提案する。この方法により、モニタリング情報を用いて地盤沈下過程の予測精度を逐次向上できる。混合地盤沈下モデルの推計精度は、サンプルパスの発生方法やその推計精度に依存している。混合地盤沈下モデルの推計精度を議論する場合、ベイズ更新の根拠となったサンプルパスの発生方法や現象再現性に関する検証が必要となる。

以上の問題意識の下に、本研究では海上空港を対象としたハイブリッド型地盤沈下モデルを提案する。以下、**2.**では本研究の基本的な考え方を整理し、**3.**では、圧密理論を用いて地盤沈下過程に関するサンプルパスを発生させる。**4.**では、サンプルパスを用いて混合地盤沈下モデルを作成し、**5.**でベイズ更新モデルを提案する。**6.**で数値計算事例を紹介する。

## 2. 本研究の基本的立場

### (1) 従来の研究概要

空港舗装のアセットマネジメントに関しては、米国において既に実績があり、オクラホマ空港におけるコンクリート舗装を対象とした舗装マネジメントシステム<sup>6)</sup>やFAA (Federal Aviation Administration) が提案している舗装マネジメントシステム<sup>7)</sup>等の事例が存在

する。両事例とも、経年的に蓄積された、十分な空港舗装の劣化データをもとに、空港舗装の劣化状態を表すPCI (Pavement Condition Index) を用いた劣化曲線を最小二乗法を用いて推計する手法を採用している。しかし、劣化過程には多大な不確実性が介在するために、劣化曲線の推計精度は必ずしも良好ではない。一方、劣化過程の不確実性を考慮した統計的劣化モデルとして、マルコフ連鎖モデルがあげられる。マルコフ連鎖モデルでは、対象とする施設の健全度を、複数の離散的なレーティング指標で表現し、健全度間の推移確率をマルコフ推移確率で表現する。さらに、マルコフ推移確率を、多段階指数ハザードモデルを用いて推計する方法<sup>8)–11)</sup>も提案されている。しかし、統計的劣化モデルは、モデルを推計するために対象とする施設の劣化過程に関するデータの蓄積が必要となる。

アメリカ合衆国で開発された空港舗装マネジメントシステムは、いずれも舗装地盤の安定性を前提として開発されたものである。しかし、わが国では、空港が人工島もしくは海岸埋立地に立地している場合が少なくない。このような海上空港の維持管理においては、空港地盤の沈下が重大な影響を及ぼすことになる。したがって、空港舗装マネジメントにおいては、地盤沈下量の予測を考慮した維持補修政策の検討が必要となる。空港地盤の沈下過程を予測するために、圧密理論を用いた地盤沈下モデルが提案されている。しかし、地盤条件には多大な不確実性が介在するため、地盤沈下過程を確定的に予測することは困難である。また、初期施工状態や材料物性値の持つばらつき等、地盤沈下モデルで記述できない要因や、モデルの信頼性等による不確実性も介在する。このため、現実に生じた地盤沈下状態が、地盤沈下モデルにより推計された設計値と一致する保証はない。

本研究では、まず空港コンクリート舗装の初期設計段階を想定し、圧密理論に基づいた地盤沈下モデル<sup>5)</sup>を用いて、地盤沈下過程の経年的予測を試みる。ここで、特に近年建設が増加している海上空港を対象とすると、地盤条件に介在する不確実性を考慮することが重要となる。そこで、地盤パラメータをランダムに与えることにより、舗装劣化過程のサンプルパスを発生させるような確率的1次元圧密モデルを採用する。その上で、サンプルパスの背後にある統計的な規則性を、混合地盤沈下モデルを用いて表現する。つぎに、空港供用後の期間に着目するとともに、空港コンクリート舗装の維持・管理過程で得られた地盤沈下情報に基づいて、混合地盤沈下モデルをベイズ更新させるという方法論を提案する。このように、本研究で提案する地盤沈下モデルは、力学的予測モデルと統計的予測モデルを合成したハイブリッド型モデルである。このようなハイブ

リッド型地盤沈下モデルに関する研究は、筆者等の知る限り、本研究がはじめての試みである。

なお、本研究で採用する確率的1次元圧密モデルの詳細に関しては参考文献12)に譲るが、本稿では読者の便宜を図るために、その概要について説明しておく。さらに、本研究で対象とする地盤沈下予測の結果は、コンクリート舗装の疲労破壊解析のための入力情報となる。地盤沈下予測、疲労破壊解析を用いた舗装劣化予測モデルに関しても参考文献12)を参照して欲しい。筆者等は、最終的には舗装劣化予測全体を包摂したようなハイブリッド型劣化予測モデルの開発を目的としているが、本原稿では、舗装劣化予測において重要な役割を演じることになる地盤沈下予測に焦点を絞り、ハイブリッド型地盤沈下モデルを提案している。

## (2) ハイブリッド型地盤沈下モデル

対象とする期間を、空港が供用される時点より以前の期間と、供用開始後の期間に分割し、前者を設計段階、後者を運営段階と定義する。設計段階では、空港地盤の沈下過程に関するモニタリング情報は存在しない。したがって、1次モデル(確率的1次元圧密モデル)を用いて、メッシュごとの地盤沈下量の経年予測を行うことが課題となる。空港管理者は、設計段階に必要なボーリング調査を実施し、地盤条件に関するデータを獲得する。ボーリング調査により獲得するデータは、地盤条件に関する部分情報であり、完全情報ではない。このため、地盤沈下過程を確定的には予測できない。したがって、設計段階では、地盤沈下に関する複数のシナリオを設定するとともに、各メッシュの地盤沈下過程に関するサンプルパスを獲得する。その上で、サンプル情報に基づいて、地盤沈下過程の統計的規則性を2次モデルを用いて表現する。2次モデルにより、劣化過程の確率的な分布を表現することが可能となる。つぎに、運営段階を考える。空港の供用開始時点から、空港管理者は、各メッシュの地盤沈下量を継続的にモニタリングする。空港管理者は、地盤沈下量に関するモニタリング情報に基づいて、2次モデルをベイズ更新し、3次モデルを作成する。以上の3つのサブモデルの関係を図-1に整理している。本研究で提案する地盤沈下予測モデルは、1) 地盤沈下過程のサンプルパスを発生する確率的1次元圧密モデル(1次モデル)、2) 1次モデルで生成したサンプルパスの統計的規則性を表現する混合地盤沈下モデル(2次モデル)、3) 時間の経過にしたがって獲得される新しいモニタリング情報を用いて2次モデルをベイズ更新する3次モデル、で構成される複合的な予測モデル(以下、ハイブリッド型地盤沈下モデルと呼ぶ)になっている。

本研究では、空港地盤の沈下過程を、地盤の不同沈

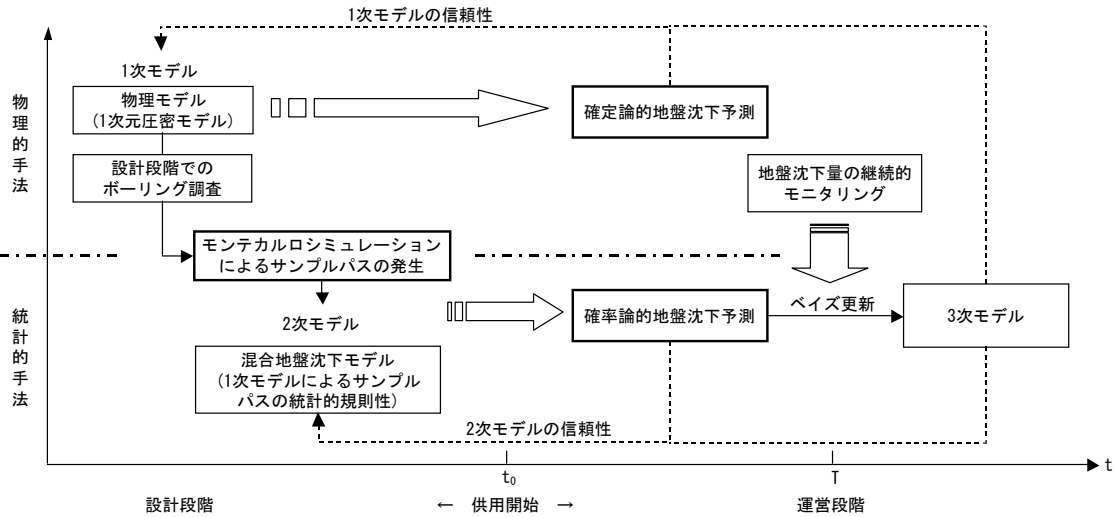


図-1 ハイブリッド型地盤沈下モデルの構成

下過程を考慮した確率的1次元圧密モデルを用いて表現する。そのために、対象とする空港地盤を平面メッシュに分割するとともに、各平面メッシュに対して垂直方向にもメッシュ分割した3次元地盤モデルを用いる(図-2参照)。1次モデルを用いることにより、各平面メッシュごとに、地盤沈下量の経年的変化を予測することができる。しかし、地盤条件には多くの不確実性が介在する。このため、地盤条件をランダムに変化させた1次元圧密モデルを用いて、多数の地盤沈下シナリオを発生させることとする。乱数発生により各3次元メッシュの地盤条件を確定する。このように各メッシュの地盤条件を設定すれば、1次モデルを用いて各平面メッシュの経年的な地盤沈下過程を予測することができる。このようにして求めた地盤沈下過程は、乱数発生により求めた地盤条件シナリオに対して求めた沈下過程の1つのサンプル(以下、サンプルパスと呼ぶ)を意味している。

地盤条件シナリオをランダム発生させることにより、それぞれ平面メッシュごとに複数のサンプルパスを求めることができる。空港舗装の設計や維持補修計画を立案するためには、1次モデルを用いて作成した膨大なサンプルパスの情報を集約化することが必要である。もっとも簡単な方法は、1次モデルで求めたサンプルパスを平均化した期待値パスを用いる方法である。期待値パスは簡便であるが、1次モデルで求めた膨大な情報を、十分に活用できていないという限界がある。そこで、本研究では1次モデルで求めたサンプルパスに対して重み係数を割り当て、地盤沈下過程をサンプルパスの荷重平均で表現したような混合地盤沈下モデル(2次モデル)を定式化する。設計段階では、現実の地盤沈下過程を

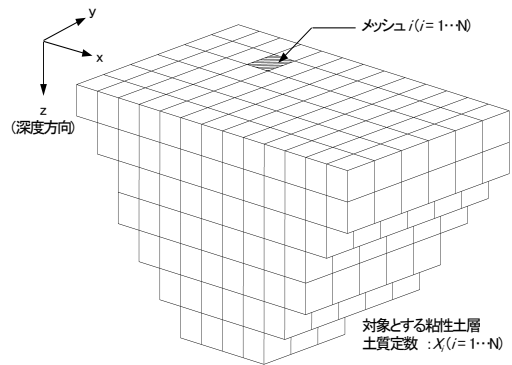


図-2 地盤のモデル化

観測できないため、2次モデルを統計的に推計することは不可能である。したがって、各サンプルパスの確かさに関する理論的・経験的な追加情報が存在しなければ、各サンプルパスに対する重みを等しく取り扱わざるを得ない。すなわち、地盤沈下過程は、サンプルパスを平均化した期待値パスとして定義される。しかし、空港が供用された後は、地盤沈下過程に関するモニタリング情報が獲得できる。モニタリング情報を活用し、2次モデルを逐次ベイズ更新し、地盤沈下過程の予測精度を向上することが課題となる。このように、モニタリング情報を用いてベイズ更新されたモデルを3次モデルと呼ぶ。

(3) ベイズ更新スキーム

空港舗装マネジメントにおいては、地盤沈下過程を継続的にモニタリングし、設計段階で予測した地盤沈

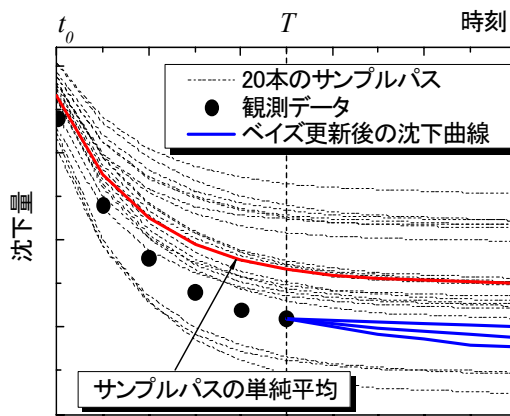


図-3 混合地盤沈下モデルのベイズ更新

下過程を再評価し、必要であれば維持補修戦略の見直しを図ることが求められる。いま、図-3に示すように、空港供用時点 $t_0$ から一定期間が経過し、現在時点 $T$ に到達したと考える。設計段階では、確率1次元圧密モデルを用いて、地盤沈下過程を予測する。図中の破線は、ある平面メッシュをとりあげ、メッシュの地盤沈下量の経年変化を予測した結果を示している。図中には土質定数を変化させた20個の計算シナリオに対して求めた地盤沈下過程のサンプルパスを示している。さらに、図中の太い赤線は、これらのサンプルパスの単純平均により求めた期待値パスを示している。空港供用開始後、各メッシュの地盤沈下過程のモニタリングを継続したと考える。同図には、供用開始時点 $t_0$ から、現在時点 $T$ に至るまでに観測された地盤沈下量を●印でプロットしている。この例では、地盤沈下量の実測値が、太線で示された期待値パスよりも下方に位置している。したがって、期待値パスを用いて地盤沈下予測した場合、現実の沈下量を過小評価することとなる。

混合地盤沈下モデルは、サンプルパスに対して重み係数を割り当て、サンプルパスの荷重平均を求めることによって獲得できる。さらに、重みベクトルがある事前分布に従って分布すると考える。初期時点においては、地盤沈下に関するモニタリング情報は利用可能でない。したがって、すべてのサンプルパスに対して、等しい重みが割り当てられる。しかし、モニタリング情報が獲得できれば、地盤沈下量の観測値に近いサンプルパスに対して、より大きい重みが割り当てられるようになる。その結果、重み係数の分布範囲をより狭い範囲に限定することが可能となる。図-3には、現在時点 $T$ までのモニタリング情報を用いてベイズ更新した混合地盤沈下モデルを用いて、現在時点 $T$ 以降の地盤沈下過程を予測したサンプルパスを太い青線で示している。1次モデルで求めたサンプルパスの散らばりと

比較して、ベイズ更新後のサンプルパスは狭い範囲に収束しており、混合地盤沈下モデルの予測精度が向上していることが理解できる。

#### (4) 混合地盤沈下モデルの推計精度

混合地盤沈下モデルは、1次モデルによる予測結果に基づいて統計的に再構成したものである。このように作成した混合地盤沈下モデルの推計精度は、1) サンプルパスを発生した1次モデルの信頼性、2) 2次モデルが1次モデルのデータ発生メカニズムを十分な精度で近似しているかどうか依存している。本研究では、前者を1次モデルの信頼性問題、後者を2次モデルの信頼性問題と呼ぶこととする。

空港舗装マネジメントでは、地盤沈下過程を継続的に観測することにより2次モデルの推計精度の向上を図ることが求められる。しかし、2次モデルをベイズ更新したとしても、それで1次モデルの信頼性問題が解消したわけではない。1次モデルの効用は、地盤沈下現象を力学モデルとして表現できる点にある。地盤沈下予測結果に誤差が発生した場合、それが設計段階に想定していた範囲の中にある誤差であるかどうかを評価することが重要な課題となる。混合地盤沈下モデルの統計的信頼性を分析することにより、ハイブリッド型地盤沈下モデルの予測誤差が、1次モデルが生成したサンプルデータにより想定される予測誤差の範囲の中に納まるかどうかを検討することが可能となる。もちろん、このような統計的信頼性の検討を行っても、それにより1次モデルの信頼性が確認されたわけではない。せいぜいのところ「1次モデルを用いて、地盤沈下現象を近似的に表現できている」という判断情報を獲得したにすぎない。地盤沈下過程の実績が、当初想定した誤差の範囲を逸脱していると判断される場合には、1次モデルの信頼性を疑うべきであり、圧密理論を用いた地盤沈下モデルの再検討が必要となることは言うまでもない。

### 3. 地盤沈下モデル (1次モデル)

#### (1) モデル化の前提条件

空港管理者がカレンダー時刻 $\tau_0$ に空港施設を新たに建設し、それ以降の時点にわたって空港コンクリート舗装を管理する問題を考える。カレンダー時刻 $\tau_0$ を初期時点 $t = 0$ とする離散的な時間軸 $t = 0, 1, 2, \dots$ を導入する。離散的な時間間隔として、1年間を想定する。離散軸上の各点 $t$ を時点と呼ぶ。時点 $t$ において生じる地盤沈下現象に対して、空港コンクリート舗装を管理する際には、とりわけ地盤の不同沈下現象に着目する必要がある。空港用地は平面的な広がりを持ち、特に海上あるいは、臨海部の空港においては、造成地盤を構成

する地盤物性に大きなばらつきが内在していることが指摘されている。そこで、地盤物性のばらつきによる不同沈下量を評価することが空港コンクリート舗装を管理する上で重要になる。地盤物性のばらつきを考慮した不同沈下シミュレーションモデルは、これまでもいくつかの空港における不同沈下予測に利用されている。本研究においても、実務において実績のある土田・小野<sup>5)</sup>の不同沈下モデルを用いて、地盤沈下のサンプルパスを作成する。

なお、長期的な圧密現象を考慮するとき、過剰間隙水圧の消散に伴って生じる Terzaghi の1次圧密理論に従わない2次圧密による影響が無視できない場合がある。2次圧密は主に粘土骨格の応力・ひずみ関係が非線形的な性質を持つことが原因と考えられ、構造組織の転移が原因であると考えられている。2次圧密を考慮したモデルとしては、Yoshikuni ら<sup>13)</sup>の弾粘性圧密理論等がある。しかし、本研究の実証分析でとりあげるH空港の場合、既存施設部分において2次圧密による問題が発生しておらず、入札時点における設計図書においても2次圧密に関する検討の必要性が指示されていない。したがって、本研究では2次圧密を考慮せずに議論を進める。しかし、このことは本質的な問題ではなく、本研究で提案するハイブリッド型地盤沈下予測モデルを作成する方法論は、2次圧密を考慮した場合にも同様に適用することが可能である。むしろ、モニタリング情報を用いて、2次圧密を考慮しないことの妥当性を常に検証することが重要である。このような1次モデルの信頼性に関する検討問題に関しては6. (5) で言及する。

**(2) 地盤モデルの構成**

土田・小野による不同沈下モデル<sup>5)</sup> (以下、土田モデルと称する) は、軟弱地盤を埋立てた場合のように、圧密沈下が大きく、せん断による沈下を無視しうるような地盤を対象とした不同沈下予測モデルである。本モデルの詳細については、参考文献<sup>5)</sup>に譲るが、読者の理解を深めるために、モンテカルロシミュレーションの基本構成について簡単に説明する。

モデル地盤を平面的なメッシュに分割し、それぞれのメッシュごとに独立して沈下が生じると仮定する。また、深度方向における地盤条件の不均一性を考慮するために、鉛直方向に対して図-2に示したような地盤メッシュ分割を設定する。その上で、地盤を3次元ブロックを用いてメッシュ分割するとともに、各ブロックにおける土質定数が、ある確率分布に従って分布すると仮定する。その際、ブロック間の土質定数の空間的相関を考慮する。各ブロックの土質定数を確率分布からランダムにサンプリングする。その上で、平面メッシュにおける地盤沈下量を1次元圧密理論を用いて予測する。沈下量計

表-1 確率的1次元圧密モデルに用いる土質定数

圧密係数	$c_v$	対数正規分布
圧縮指数	$C_c$	正規分布
圧密降伏応力	$p_c$	正規分布
初期間隙比	$e_0$	正規分布

算においては、以下の5つの仮定を設ける。すなわち、1) 1次元圧密方程式を用い、圧密沈下は各平面メッシュごとに独立に発生する。2) 各3次元ブロックごとに載荷重とそれに対する沈下量を算定し、その重ね合わせにより各平面メッシュの沈下量を求める。3) 最終沈下量の計算に  $e - \log p$  曲線を用いる。4) 平面メッシュごとに深さ方向に多層地盤となるが、圧密度の計算には換算層厚法を用いる。5) 地中応力の計算には、地盤を弾性体としてブシネスクの式を用いる。さらに、モンテカルロシミュレーションにより、対象地盤を構成するブロック内の土質定数をランダムに変化させた計算ケースを設定し、対象地域全体の地盤沈下過程に関するサンプルパスを多数発生する。表-1は、確率的1次元圧密モデルにおいて考慮する土質定数と分布関数を示している。

一般的な土層モデルにおいては、地盤内の土質特性は水平方向、鉛直方向ともほぼ連続的に変化していると考えられるが、海上空港などの埋立て地盤においては、埋立て土の土質物性のばらつきは少なくない。このため、各平面メッシュの地盤沈下量の間には差異が生じることにより、地盤の不同沈下が発生する可能性が大きい。土田モデルでは、地盤の水平方向の相関性を、土質定数の空間的自己相関係数

$$\tau_{ij} = \exp(-r_{ij}^2/b^2) \tag{1}$$

を用いて評価する。ただし、 $\tau_{ij}$ : メッシュ*i, j*間の空間的自己相関係数、 $r_{ij}$ : メッシュ*i, j*間の距離、 $b$ : 相関距離である。相関距離*b*は、単位距離当たりの空間的自己相関性の強さを表すパラメータであり、*b*の値が大きいほど広い範囲において空間的相関が大きいことを意味している。一方鉛直方向には代表地点で実施したボーリング調査結果に基づいて土質定数を設定する。

鉛直方向の地表面からの深さに着目する。特に、同一の鉛直方向レベルに属する平面メッシュをとりあげる。対象地盤の一定深度を構成する*N*個の平面メッシュ*i* ( $i = 1, \dots, N$ ) の土質定数を  $X_i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) で表す。このとき、各ブロックの土質定数間の空間的相関構造

を表す分散・共分散行列を

$$C_x = \begin{pmatrix} Var[X_1] & \cdots & cov[X_1, X_N] \\ cov[X_2, X_1] & \cdots & cov[X_2, X_N] \\ \vdots & & \vdots \\ cov[X_N, X_1] & \cdots & Var[X_N] \end{pmatrix} \quad (2)$$

と定義する。この行列の各要素は空間的自己相関係数  $\tau_{ij}$  を用いれば

$$cov[X_i, X_j] = \sigma^2 \tau_{ij} \quad (3)$$

と特定化できる。ただし、 $\sigma^2 = Var[X_i]$  ( $i = 1, \dots, N$ ) は、土質定数の分散を表す。分散・共分散行列(2)は、正値対称行列であるため対角下半行列  $C$  を用いてコレスキー分解

$$C_x = CC' \quad (4)$$

が可能である。ただし、記号  $'$  は転置操作を表す。また、対角下半行列  $C$  は

$$C = \begin{pmatrix} C_{11} & \cdots & \cdots & 0 \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{N1} & C_{N2} & \cdots & C_{NN} \end{pmatrix} \quad (5)$$

と表される<sup>5)</sup>。ここで、各メッシュの土質定数をランダム発生させるために  $n$  個の正規乱数  $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_n)'$  を発生させる。ただし、 $a_i$  は平均0、分散1の標準正規分布  $N(0, 1)$  から抽出した値である。さらに、各メッシュにおける土質定数  $X$  の期待値ベクトルを  $\boldsymbol{\mu}_x = (\mu_x^1, \dots, \mu_x^N)'$  と表す。この時、正規乱数サンプル  $\mathbf{a}$  に対して土質定数サンプルベクトル  $\mathbf{X}$  を

$$\mathbf{X} = \boldsymbol{\mu}_x + C\mathbf{a} \quad (6)$$

と表すことができる<sup>5)</sup>。

### (3) 地盤沈下サンプルパスの発生

1次元圧密理論を用いて、地盤沈下過程に関するサンプルパスを発生させる。1次元圧密沈下モデルの詳細に関しては、参考文献13)に譲ることとする。ここでは、読者の便宜を図るために、その内容を簡単に紹介しておく。いま、荷重が一定であると考え、Terzaghiの1次元線形弾性圧密理論<sup>14)</sup>を用いれば、上面排水という境界条件の下で、初期時刻  $t_0$  から時間  $t$  が経過した時点の地盤沈下量  $s$  は

$$s = s_f \left\{ 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{\alpha_n^2} \exp\left(-\frac{\alpha_n^2 c_v}{\bar{H}^2} t\right) \right\} \quad (7)$$

と表せる。ただし、 $\bar{H}$  は粘土層圧、 $c_v$  は圧密係数、 $\alpha_n = \pi(2n+1)/2$  である。 $s_f$  は1次元圧密での最終圧密沈下量であり、 $e - \log p$  法を用いて、

$$s_f = \bar{H} \frac{\Delta e}{1 + e_0} \quad (8)$$

と表せる。ただし、 $e_0$  は初期間隙比、 $\Delta e$  は間隙比の変化である。載荷荷重を与えれば、圧縮指数  $C_c$ 、圧密降伏応力  $p_c$ 、初期間隙比  $\Delta p$  に規定される  $e - \log p$  曲線を用いて間隙比の変化  $\Delta e$  を求めることができる。本研究で用いる  $e - \log p$  曲線は、応力が圧密降伏応力を超過した塑性領域における圧密過程も考慮している。さらに、 $e - \log p$  曲線を解析的に取り扱うために奥村・土田による近似式<sup>3)</sup>を用いる。本近似式は、1次式と放物線を用いて  $e - \log p$  曲線を近似しており、弾性領域、塑性領域を識別するパラメータとして圧密降伏応力  $p_c$  が採用されている。一方、圧密度は圧密係数  $c_v$  に依存する。したがって、これらの土質定数を、表-1に示すようにランダムに変化させることにより、種々の地盤沈下曲線を表現することが可能となる。

1次モデルでは、すべての3次元ブロックに対して、表-1に示す土質定数を、それぞれ同時にランダム発生させる。このように、すべてのブロックに対して、モンテカルロシミュレーションにより土質定数を発生させた結果を、以下では計算シナリオと呼ぶこととする。発生した計算シナリオに対して、各ブロックごとに、初期時点からの経過時間に対応する地盤沈下量を式(7)を用いて算定する。さらに、各平面メッシュに対して、それと対応する鉛直方向の地盤ブロックの沈下量を集計することにより、当該の平面メッシュの地盤沈下量を求めることができる。このようにして、計算シナリオのそれぞれに対して、各平面メッシュごとに、初期時点からの経過時間に対応した地盤沈下量を求めることができる。このような初期時点からの経過時間と沈下量との関係を、本研究では地盤沈下過程のサンプルパスと呼ぶ。したがって、計算シナリオのそれぞれに対して、すべての平面メッシュにおけるサンプルパスを発生することが可能となる。

## 4. 混合地盤沈下モデル (2次モデル)

### (1) 2次モデルの目的

1次モデルを用いることにより、各平面メッシュごとに複数個の地盤沈下過程に関するサンプルパスを発生させることができる。すなわち、各サンプルパスは、ランダムに発生させた土質定数を与件として、地盤沈下過程をシミュレートした結果を表している。地盤条件には不確実性が介在するために、現実観測される地盤沈下過程がある特定のサンプルパスに一致する保証はない。本節では、現実の地盤沈下過程を、1次モデルで求めたサンプルパスの荷重とで表現するような混合地盤沈下モデルを用いて表現する。前述したように、期待値パスはすべてのサンプルパスの期待値を求めたものであり、すべてのサンプルパスに等しいウェイトをつ

けたような混合地盤沈下モデルの特殊事例に他ならない。混合地盤沈下モデル(2次モデル)を用いて、サンプルパスの背後にある確率的構造を表現することが可能である。さらに、2次モデルを作成することにより、1) 空港供用後に観測される地盤沈下量に関するモニタリング情報を用いて、地盤沈下モデルのベイズ更新が容易になる。2) 地盤沈下モデルの予測精度に関する統計的検定が可能になるという利点がある。

**(2) 混合地盤沈下モデルの定式化**

1次モデルで求めたサンプルパス  $k = 1, \dots, K$  は、各メッシュの時点  $t$  における地盤沈下量を表現している。平面メッシュ  $i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) のサンプルパス  $k$  における時点  $t$  ( $t = 0, \dots, T$ ) の地盤沈下量を  $f_i(t, k)$  と表す。混合地盤沈下モデルは1次モデルで発生したサンプルパスの荷重和として定義される。各サンプルパスに割り付けられる重み係数が一意的に決定されるためには混合地盤沈下モデルを構成するサンプルパスが互いに独立でなければならない。ここでは  $K$  個の独立なサンプルが得られたと考える。混合地盤沈下モデルはサンプルパスの線形結合

$$y_i^t = \sum_{k=1}^K \omega_i(k) f_i(t, k) + \varepsilon_i \quad (9)$$

として表現できる。ここに、 $\omega_i(k)$  は、サンプルパス  $k$  に対して割り当てられた重みであり、

$$\sum_{k=1}^K \omega_i(k) = 1 \quad (i = 1, \dots, N) \quad (10)$$

が成立する。ここで、平面メッシュ  $i$  の重みベクトルを  $\omega_i = (\omega_i(1), \dots, \omega_i(K))$  と表す。重みベクトル  $\omega_i$  は、制約条件(10)を満足するような確率変数である。つぎに、 $\varepsilon_i$  は、測定誤差を表す確率変数であり、それぞれ独立に1次元正規分布  $N(0, \sigma_i^2)$  に従うと仮定する。各平面メッシュの確率誤差項の間に空間的な相関関係が存在する可能性がある。しかし、本研究の適用事例では平面メッシュ数が528個であり、確率誤差項の空間相関を考慮しようとするれば  $528 \times 528 = 268,324$  次元の分散・共分散行列を考慮する必要があり、計算負荷が膨大になる。このため、実用上の操作性を確保するため、本研究では混合地盤沈下モデルの確率誤差項の空間相関を考慮しないこととする。

**(3) 地盤沈下量の確率的予測**

混合地盤沈下モデル(9)の重み行列  $\omega_i$  と確率誤差項  $\varepsilon_i$  は確率変数である。これらの確率変数の値を特定化すれば、具体的な地盤沈下パスを得ることができる。ここで、 $\omega_i$  の事前確率密度関数が、ディリクレ分布に従

うと仮定する。ディリクレ分布の確率密度関数は、

$$D(\omega_i | \alpha^{(0)}) = \Psi(\alpha^{(0)}) \prod_{k=1}^K \{\omega_i(k)\}^{\alpha_k^{(0)} - 1} \quad (11a)$$

$$\Psi(\alpha^{(0)}) = \frac{\Gamma(\sum_{k=1}^K \alpha_k^{(0)})}{\prod_{k=1}^K \Gamma(\alpha_k^{(0)})} \quad (11b)$$

で与えられる。ただし、 $\Gamma(\cdot)$  はガンマ関数であり、 $\alpha^{(0)} = (\alpha_1^{(0)}, \dots, \alpha_K^{(0)})$  は初期データにおける定数パラメータベクトルである。設計段階では、地盤沈下過程に関する先験的情報<sup>15)</sup>として、1次モデルの計算結果(サンプルパス)のみが利用可能である。サンプルパスを用いたディリクレ分布のパラメータの設定方法に関しては、のちに**6.(3)**で言及する。つぎに、 $\phi_i = \sigma_i^{-2}$  とおき、 $\phi_i$  の事前確率密度関数が、ガンマ分布に従うと仮定する。すなわち、 $\phi_i \sim \mathcal{G}(\beta^{(0)}, \gamma^{(0)})$  であり、ガンマ分布の確率密度関数は、

$$g(\phi_i | \beta^{(0)}, \gamma^{(0)}) = \frac{(\gamma^{(0)})^{\beta^{(0)}}}{\Gamma(\beta^{(0)})} \phi_i^{\beta^{(0)} - 1} \exp(-\gamma^{(0)} \phi_i) \quad (12)$$

で与えられる。ただし、 $\beta^{(0)}, \gamma^{(0)}$  は初期データにおける定数パラメータである。この時、メッシュ  $i$  の時点  $t$  における地盤沈下量  $y_i^t$  の事後確率密度関数  $\pi(y_i^t)$  は、

$$\pi(y_i^t) \propto \int \dots \int \phi_i^{\beta^{(0)} - 1/2} \prod_{k=1}^K \omega_i(k)^{\alpha_k^{(0)} - 1} \exp \left[ -\phi_i \left\{ \gamma^{(0)} + \frac{1}{2} \left( y_i^t - \sum_{k=1}^K \omega_i(k) f_i(t, k) \right)^2 \right\} \right] d\phi_i d\omega_i(1) \dots d\omega_i(K-1) \quad (13)$$

と表される。ただし、 $\omega_i(K) = 1 - \sum_{k=1}^{K-1} \omega_i(k)$  である。事後確率密度関数  $\pi(y_i^t)$  を解析的に求めることは困難であり、モンテカルロシミュレーションにより求める。すなわち、 $\phi_i, \omega_i(1), \dots, \omega_i(K-1)$  を事前確率密度関数(11a),(12)よりランダムサンプリングするとともに、 $y_i^t$  を正規確率密度関数  $N(\sum_{k=1}^K \omega_i(k) f_i(t, k), \phi_i^{-1})$  よりランダム抽出することにより地盤沈下量の確率分布を求めることができる。

**5. ベイズ更新モデル (3次モデル)**

**(1) 混合地盤沈下モデルのベイズ更新**

混合地盤沈下モデルは、1次モデルで発生した地盤沈下過程に関するサンプルパスを用いて、地盤沈下過程に介在する統計的不確実性を表現した統計的モデルである。混合地盤沈下モデルには、各サンプルパスに割り当てられた重みベクトル  $\omega_i$ 、確率的誤差項  $\varepsilon_i$  という確率変数が含まれている。初期時点においては、これらの確率変数に関する観測値が存在せず、地盤沈下過程の統計的性質は確率変数の事前確率密度関数(11a),(12)

で表現されている。空港が供用された運営段階では、各メッシュの地盤沈下量に関するモニタリング情報が計測される。いま、供用開始時点(初期時点と呼ぶ)から時間が経過し、時点 $T$ に到達したと考える。さらに時点 $t$  ( $t = 0, \dots, T$ )におけるモニタリングにより、地盤沈下量に関するデータ $\bar{\mathbf{y}}_i^{0,T} = (\bar{y}_i^0, \dots, \bar{y}_i^T)$  ( $i = 1, \dots, N$ )が獲得できたと考える。記号「 $\bar{\cdot}$ 」はモニタリング情報(実測値)を意味している。モニタリング結果全体をベクトル $\bar{\mathbf{y}}^{0,T} = (\bar{\mathbf{y}}_1^{0,T}, \dots, \bar{\mathbf{y}}_N^{0,T})$ と表す。ここで、ひとまず重みベクトル $\boldsymbol{\omega}_i$ を与件とし、確率誤差項のみが確率変数と考える。確率誤差項の分散の逆数 $\phi_i$ も与件とする。この時、モニタリング結果 $\bar{\mathbf{y}}_i^{0,T}$ が観測される尤度は

$$\mathcal{L}(\bar{\mathbf{y}}_i^{0,T} | \boldsymbol{\omega}_i, \phi_i) \propto \prod_{t=0}^T \phi_i^{1/2} \exp \left[ -\frac{\phi_i}{2} \left\{ \bar{y}_i^t - \sum_{k=1}^K \omega_i(k) f_i(t, k) \right\}^2 \right] \quad (14)$$

と表される。つぎに、 $\boldsymbol{\omega}_i$ の事前確率密度関数が、ディリクレ分布(11a)、分散の逆数 $\phi_i$ がガンマ分布(12)に従うと仮定する。

この時、 $\boldsymbol{\omega}_i, \bar{\mathbf{y}}_i^{0,T}$ を既知とした時の $\phi_i$ の条件付き事後確率密度関数 $\pi(\phi_i | \boldsymbol{\omega}_i, \bar{\mathbf{y}}_i^{0,T})$ は、

$$\pi(\phi_i | \boldsymbol{\omega}_i, \bar{\mathbf{y}}_i^{0,T}) \propto \phi_i^{\bar{\beta}^{(0)} - 1} \exp(-\bar{\gamma}^{(0)} \phi_i) \quad (15a)$$

$$\bar{\beta}^{(0)} = \beta^{(0)} + \frac{T+1}{2} \quad (15b)$$

$$\bar{\gamma}^{(0)} = \gamma^{(0)} + \frac{1}{2} \sum_{t=0}^T \left\{ \bar{y}_i^t - \sum_{k=1}^K \omega_i(k) f_i(t, k) \right\}^2 \quad (15c)$$

と表せる。すなわち、 $\pi(\phi_i | \boldsymbol{\omega}_i, \bar{\mathbf{y}}_i^{0,T})$ はガンマ分布 $\mathcal{G}(\bar{\beta}^{(0)}, \bar{\gamma}^{(0)})$ に従い、 $\phi_i$ の標本サンプルはガンマ分布 $\mathcal{G}(\bar{\beta}^{(0)}, \bar{\gamma}^{(0)})$ から発生させることができる。

つぎに、 $\phi_i, \bar{\mathbf{y}}_i^{0,T}$ を既知とした $\boldsymbol{\omega}_i$ の条件付き事後確率密度関数 $\pi(\boldsymbol{\omega}_i | \phi_i, \bar{\mathbf{y}}_i^{0,T})$ は、

$$\pi(\boldsymbol{\omega}_i | \phi_i, \bar{\mathbf{y}}_i^{0,T}) \propto \exp \left[ -\frac{\phi_i}{2} \sum_{t=0}^T \left\{ \bar{y}_i^t - \sum_{k=1}^K \omega_i(k) f_i(t, k) \right\}^2 \right] \prod_{k=1}^K \omega_i(k)^{\alpha_k^{(0)} - 1} \quad (16)$$

と表せる。

## (2) MHアルゴリズム

式(16)に示される $\boldsymbol{\omega}_i$ の条件付き事後確率密度関数は、一般によく知られた分布ではない。したがって、 $\boldsymbol{\omega}_i$ の標本サンプルを条件付き事後確率密度関数 $\pi(\boldsymbol{\omega}_i | \phi_i, \bar{\mathbf{y}}_i^{0,T})$ から直接サンプリング<sup>16)</sup>することは難しい。本研究では、直接サンプリング法を用いないMH法<sup>17)–19)</sup>を適

用する。MH法では、 $\pi(\boldsymbol{\omega}_i | \phi_i, \bar{\mathbf{y}}_i^{0,T})$ を近似するような提案分布からサンプリングを行い、それに基づいて本来の分布からのサンプルを求めることになる<sup>20)</sup>。さらに、サンプリングの効率性をあげるために、ランダムウォークを用いる。ランダムウォーク法を用いたMH法自体に関しては新規性はないが、読者の便宜を図るために本研究の文脈に即してアルゴリズムについて簡単に説明しておく。

はじめに、パラメータベクトル $\boldsymbol{\omega}_i$ の初期値を $\boldsymbol{\omega}_i^0 = (\omega_i^0(1), \dots, \omega_i^0(K))$ と表す。この時、新たな候補点 $\boldsymbol{\omega}'_i$ を、

$$\boldsymbol{\omega}'_i = \boldsymbol{\omega}_i^0 + \lambda \boldsymbol{\nu} \quad (17)$$

により提案する。ただし、 $\lambda$ はステップ幅の範囲を定める定数パラメータ、 $\boldsymbol{\nu} = (\nu(1), \dots, \nu(K))$ はステップ幅を定めるパラメータベクトルである。候補点 $\boldsymbol{\omega}'_i$ が、制約条件 $\sum_{k=1}^K \omega'_i(k) = 1$ を満足するために $\sum_{k=1}^K \nu(k) = 0$ が成立しなければならない。この時、変数変換 $\boldsymbol{\nu}' = \boldsymbol{\nu} + K^{-1} \mathbf{I}$ により、 $\boldsymbol{\nu}'$ がディリクレ分布に従うことになる。ただし、 $\mathbf{I}$ は $1 \times K$ 次の単位行列である。ステップ幅の範囲は全ての $k$ について等しく、 $(-\lambda K^{-1}, \lambda(1 - K^{-1}))$ に設置する。また、提案分布として、定数パラメータベクトル $\boldsymbol{\chi} = (\chi_1, \dots, \chi_K)$ を持つディリクレ分布を用いて、

$$q(\boldsymbol{\omega}_i^0, \boldsymbol{\omega}'_i | \phi_i, \bar{\mathbf{y}}_i^{0,T}) = \mathcal{D} \left( \frac{\boldsymbol{\omega}'_i - \boldsymbol{\omega}_i^0}{\lambda} + \frac{\mathbf{I}}{K} \middle| \boldsymbol{\chi} \right) \quad (18)$$

と定義する。この提案分布は、条件

$$q(\boldsymbol{\omega}_i^0, \boldsymbol{\omega}'_i | \phi_i, \bar{\mathbf{y}}_i^{0,T}) = q(\boldsymbol{\omega}'_i, \boldsymbol{\omega}_i^0 | \phi_i, \bar{\mathbf{y}}_i^{0,T}) \quad (19)$$

を満たしている。よって、提案密度 $q$ は $(\boldsymbol{\omega}_i^0, \boldsymbol{\omega}'_i)$ に関して対称であるため、新しい候補点の受容確率 $\kappa(\boldsymbol{\omega}_i^0, \boldsymbol{\omega}'_i | \bar{\mathbf{y}}_i^{0,T})$ を、

$$\kappa(\boldsymbol{\omega}_i^0, \boldsymbol{\omega}'_i | \bar{\mathbf{y}}_i^{0,T}) = \min \left\{ \frac{\pi(\boldsymbol{\omega}'_i | \phi_i, \bar{\mathbf{y}}_i^{0,T})}{\pi(\boldsymbol{\omega}_i^0 | \phi_i, \bar{\mathbf{y}}_i^{0,T})}, 1 \right\} \quad (20)$$

と表すことができる。受容された場合には新しい候補点に移動し、棄却された場合にはその場にとどまる。図-4に、MH法によるアルゴリズムをフローチャートにより示している。MHアルゴリズムの手順は、以下のように整理できる。

### a) ステップ1 初期値設定

事前分布(11a),(12)のパラメータベクトル $\boldsymbol{\alpha}^{(0)} = (\alpha_1^{(0)}, \dots, \alpha_K^{(0)})$ ,  $\beta^{(0)}$ ,  $\gamma^{(0)}$ の値を任意に設定する。さらに、パラメータ推計量の初期値 $\boldsymbol{\omega}_i^0 = (\omega_i^0(1), \dots, \omega_i^0(K))$ ,  $\phi_i^0$ を任意に設定する。定数パラメータ $\lambda$ , 定数パラメータベクトル $\boldsymbol{\chi}$ , サンプル数 $\underline{n}$ ,  $\bar{n}$ を設定する。これらの初期値の影響は、MCMC法によるシミュレーション回数が蓄積されるにつれ、次第に薄れていく。シミュレーション回数を $n = 0$ とする。



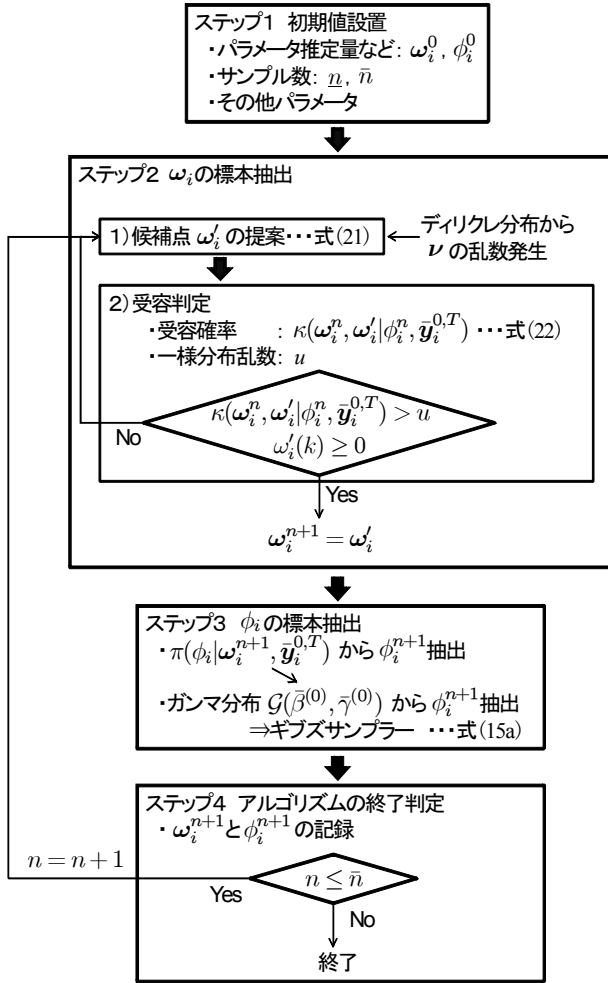


図-4 MHアルゴリズムの概要

b) ステップ2 パラメータ推計量 $\omega_i$ の標本抽出

シミュレーション回数 $n+1$ におけるパラメータ推計量 $\omega_i^{n+1} = (\omega_i^{n+1}(1), \dots, \omega_i^{n+1}(K))$ を次のように発生する。ディリクレ分布に従う $\nu'$ を乱数発生させる。ステップ幅を定めるパラメータベクトル $\nu$ を $\nu = \nu' - K^{-1}I$ より計算する。新たな候補点 $\omega_i'$ を、

$$\omega_i' = \omega_i^n + \lambda \nu \quad (21)$$

とする。受容確率、

$$\kappa(\omega_i^n, \omega_i' | \phi_i^n, \bar{y}_i^{0,T}) = \min \left\{ \frac{\pi(\omega_i' | \phi_i^n, \bar{y}_i^{0,T})}{\pi(\omega_i^n | \phi_i^n, \bar{y}_i^{0,T})}, 1 \right\} \quad (22)$$

を計算する。続いて一様分布 $u \sim U(0, 1)$ を発生させ、

$$\kappa(\omega_i^n, \omega_i' | \phi_i^n, \bar{y}_i^{0,T}) > u \quad (23a)$$

$$\omega_i'(k) \geq 0 (k = 1, \dots, K) \quad (23b)$$

の両式を同時に満たす時、 $\omega_i^{n+1} = \omega_i'$ としてステップ3へ、そうでない場合はステップ2の1)へ戻る。

c) ステップ3 パラメータ推計量 $\phi_i$ の標本抽出

$\phi_i^{n+1}$ を $\pi(\phi_i | \omega_i^{n+1}, \bar{y}_i^{0,T})$ から発生させる。すなわち、 $\phi_i^{n+1}$ をガンマ分布 $G(\beta^{(0)}, \gamma^{(0)})$ から乱数発生させる。

d) ステップ4 アルゴリズムの終了判定

以上で求めたパラメータ推計量の更新値 $\omega_i^{n+1} = (\omega_i^{n+1}(1), \dots, \omega_i^{n+1}(K))$ ,  $\phi_i^{n+1}$ を記録する。 $n \leq \bar{n}$ の場合、 $n = n + 1$ としてステップ2へ戻る。そうでない場合、アルゴリズムを終了する。

(3) 事後分布に関する統計量

MCMC法によって得られた標本に基づいて、パラメータベクトル $\omega_i, \phi_i$ に関する統計的性質を分析することができる<sup>21), 22)</sup>。MCMC法を用いた場合、パラメータの事後確率密度関数 $\pi(\omega_i, \phi_i | \bar{y}_i^{0,T})$ を解析的な関数として表現できず、標本を用いてノンパラメトリックに分布関数や密度関数を表現する。いま、MH法によって得られた標本を $(\omega_i^n, \phi_i^n)$  ( $n = 1, \dots, \bar{n}$ )と表す。このうち、最初の $\underline{n}$ 個の標本は収束過程からの標本と考え、標本集合から除去する。その上で、パラメータの標本添字集合を $\mathcal{M} = \{\underline{n} + 1, \dots, \bar{n}\}$ と定義する。このとき、パラメータ $\omega_i$ の同時確率分布関数 $F(\omega_i)$ 、およびパラメータ $\phi_i$ の周辺確率分布関数 $G(\phi_i)$ は、

$$F(\omega_i) = \frac{\#\{\omega_i^n \leq \omega_i, n \in \mathcal{M}\}}{\bar{n} - \underline{n}} \quad (24a)$$

$$G(\phi_i) = \frac{\#\{\phi_i^n \leq \phi_i, n \in \mathcal{M}\}}{\bar{n} - \underline{n}} \quad (24b)$$

と表すことができる。ただし、 $\#\{\omega_i^n \leq \omega_i, n \in \mathcal{M}\}$ は論理式 $\omega_i^n \leq \omega_i, n \in \mathcal{M}$ が成立するサンプルの総数である。また、パラメータ $\omega_i$ の事後分布の期待値ベクトル $\tilde{\mu}_i(\omega_i)$ 、分散・共分散行列 $\tilde{\Sigma}_i(\omega_i)$ は、それぞれ

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_i(\omega_i) &= (\tilde{\mu}(\omega_i(1)), \dots, \tilde{\mu}(\omega_i(K)))' \\ &= \left( \sum_{n=\underline{n}+1}^{\bar{n}} \frac{\omega_i^n(1)}{\bar{n} - \underline{n}}, \dots, \sum_{n=\underline{n}+1}^{\bar{n}} \frac{\omega_i^n(K)}{\bar{n} - \underline{n}} \right)' \end{aligned} \quad (25a)$$

$$\tilde{\Sigma}_i(\omega_i) = \begin{pmatrix} \tilde{\zeta}^2(\omega_i(1)) & \dots & \tilde{\zeta}(\omega_i(1)\omega_i(K)) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\zeta}(\omega_i(K)\omega_i(1)) & \dots & \tilde{\zeta}^2(\omega_i(K)) \end{pmatrix} \quad (25b)$$

と表される。ただし、

$$\tilde{\zeta}^2(\omega_i(k)) = \sum_{n=\underline{n}+1}^{\bar{n}} \frac{\{\omega_i^n(k) - \tilde{\mu}(\omega_i(k))\}^2}{\bar{n} - \underline{n}} \quad (26a)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\zeta}(\omega_i(k)\omega_i(l)) &= \sum_{n=\underline{n}+1}^{\bar{n}} \frac{\{\omega_i^n(k) - \tilde{\mu}(\omega_i(k))\}\{\omega_i^n(l) - \tilde{\mu}(\omega_i(l))\}}{\bar{n} - \underline{n}} \end{aligned} \quad (26b)$$

である。パラメータ $\phi_i$ の事後分布の期待値 $\tilde{\mu}_i(\phi_i)$ 、分散 $\tilde{\zeta}_i(\phi_i)$ は、標本平均、標本分散を用いて表される。すな

わち,

$$\tilde{\mu}_i(\phi_i) = \sum_{n=\underline{n}+1}^{\bar{n}} \frac{\phi_i^n}{\bar{n} - \underline{n}} \quad (27a)$$

$$\tilde{\zeta}^2(\phi_i) = \sum_{n=\underline{n}+1}^{\bar{n}} \frac{\{\phi_i^n - \tilde{\mu}(\phi_i)\}^2}{\bar{n} - \underline{n}} \quad (27b)$$

である.

また, MH法による標本を用いて, パラメータ $\omega_i$ ,  $\phi_i$ , および時点 $t$ における地盤沈下量 $y_i(t)$ の信用区間を定義できる. たとえば, パラメータ $\omega_i$ ,  $\phi_i$ の $100(1 - 2\delta)\%$ 信用区間は, 標本順序統計量 $(\underline{\omega}_i^\delta(k), \bar{\omega}_i^\delta(k)) (k = 1, \dots, K)$ ,  $(\underline{\phi}_i^\delta, \bar{\phi}_i^\delta)$ ,

$$\underline{\omega}_i^\delta(k) = \arg \max_{\omega_i^{n^*}(k)} \left\{ \frac{\#\{\omega_i^n(k) \leq \omega_i^{n^*}(k), n \in \mathcal{M}\}}{\bar{n} - \underline{n}} \leq \delta \right\} \quad (28a)$$

$$\bar{\omega}_i^\delta(k) = \arg \min_{\omega_i^{n^{**}}(k)} \left\{ \frac{\#\{\omega_i^n(k) \geq \omega_i^{n^{**}}(k), n \in \mathcal{M}\}}{\bar{n} - \underline{n}} \leq \delta \right\} \quad (28b)$$

$$\underline{\phi}_i^\delta = \arg \max_{\phi_i^{n^*}} \left\{ \frac{\#\{\phi_i^n \leq \phi_i^{n^*}, n \in \mathcal{M}\}}{\bar{n} - \underline{n}} \leq \delta \right\} \quad (28c)$$

$$\bar{\phi}_i^\delta = \arg \min_{\phi_i^{n^{**}}} \left\{ \frac{\#\{\phi_i^n \geq \phi_i^{n^{**}}, n \in \mathcal{M}\}}{\bar{n} - \underline{n}} \leq \delta \right\} \quad (28d)$$

を用いて $\underline{\omega}_i^\delta(k) < \omega_i(k) < \bar{\omega}_i^\delta(k)$ ,  $\underline{\phi}_i^\delta < \phi_i < \bar{\phi}_i^\delta$ と定義できる.

#### (4) ベイズ更新とベイズ予測

メッシュ $i$ における第 $t$ 回目までのモニタリング結果 $\bar{y}_i^{0,t} = (\bar{y}_i^0, \dots, \bar{y}_i^t)$ を用いて, 混合地盤沈下モデルの未知パラメータに関する事後分布が求まっていると考える. その上で, 第 $t+1$ 回目から第 $t'$ 回目までのモニタリング結果 $\bar{y}_i^{t+1,t'} = (\bar{y}_i^{t+1}, \dots, \bar{y}_i^{t'})$ を用いて, 未知パラメータの事後分布を更新する問題を想定する. 第1回目のベイズ推計における未知パラメータの事後確率密度関数を $\pi(\omega_i, \phi_i | \bar{y}_i^{0,t})$ とすれば, 第2回目のベイズ更新を行った後の未知パラメータの事後確率密度関数 $\pi(\omega_i, \phi_i | \bar{y}_i^{0,t'})$ は,

$$\pi(\omega_i, \phi_i | \bar{y}_i^{0,t'}) \propto \mathcal{L}(\omega_i, \phi_i | \bar{y}_i^{t+1,t'}) \pi(\omega_i, \phi_i | \bar{y}_i^{0,t}) \propto \mathcal{L}(\omega_i, \phi_i | \bar{y}_i^{0,t'}) \mathcal{D}(\omega_i | \alpha^{(0)}) g(\phi_i | \beta^{(0)}, \gamma^{(0)}) \quad (29)$$

と表すことができる. ここに,  $\mathcal{L}(\omega_i, \phi_i | \bar{y}_i^{0,t'})$ は, 初期時点から第 $t'$ 回目までのモニタリング結果をプールしたデータベースを用いて定義される尤度関数である. 一方,  $\mathcal{D}(\omega_i | \alpha^{(0)})$ ,  $g(\phi_i | \beta^{(0)}, \gamma^{(0)})$ は, それぞれ第1回目のベイズ推計時に用いた $\omega_i$ ,  $\phi_i$ の事前分布である. し

たがって, ベイズ更新後の事後分布は,

$$\pi(\omega_i, \phi_i | \bar{y}_i^{0,t'}) \propto \phi_i^{\beta^{(0)} + (t'-1)/2} \exp \left[ -\phi_i \left\{ \gamma^{(0)} + \frac{1}{2} \sum_{t=0}^{t'} (\bar{y}_i^t - \sum_{k=1}^K \omega_i(k) f_i(t, k))^2 \right\} \right] \prod_{k=1}^K \omega_i(k)^{\alpha_k^{(0)} - 1} \quad (30)$$

となる. すなわち, 未知パラメータの事後分布を更新するためには, 新しいモニタリング結果を追加したデータベースに対して尤度関数を定義し, MH法により事後分布を新しく求めることが必要となる.

初期時点 $t = 0$ から時点 $t = T$ に至るまでのモニタリング情報 $\bar{y}_i^{0,T}$ と, 混合地盤沈下モデルのパラメータの事後分布 $\pi(\omega_i, \phi_i | \bar{y}_i^{0,T})$ を与件とする. その上で, 時点 $t = T$ 以降の地盤沈下量を予測する問題を考える. 時点 $t = T$ における平面メッシュ $i$ の地盤沈下量の実測値(モニタリング情報)を $\bar{y}_i^T$ と表す. 一方, 時点 $t = T$ 以降の時点 $\tilde{t} (> T)$ の地盤沈下量の時点 $t = T$ における予測値を $\tilde{y}_i^{\tilde{t}}(T)$ と表す. 時間の経過に伴って地盤沈下が常に進行すると仮定すれば,

$$\bar{y}_i^T \leq \tilde{y}_i^{T+1}(T) \leq \dots \leq \tilde{y}_i^{T+n}(T) \leq \dots \quad (31)$$

が成立する. ただし,  $n$ は自然数である. ここで, 混合地盤沈下モデルのパラメータ $\omega_i$ を与件とする. この時, 時点 $t = T$ において地盤沈下量 $\bar{y}_i^T$ が観測されたとするならば, 混合地盤沈下モデルの予測残差 $\xi_i^T$ は

$$\xi_i^T = \bar{y}_i^T - \sum_{k=1}^K \omega_i(k) f_i(T, k) \quad (32)$$

と表される. さらに, 重み係数 $\omega_i$ を与件とすれば, 時点 $t = T$ 以降の時点 $\tilde{t} (> T)$ における地盤沈下量の時点 $T$ における予測値 $\tilde{y}_i^{\tilde{t}}(T)$ は, 混合地盤沈下モデル

$$\tilde{y}_i^{\tilde{t}}(T) = \sum_{k=1}^K \omega_i(k) f_i(\tilde{t}, k) + \xi_i^T \quad (33)$$

を用いて確定的に表される.

つぎに, 時点 $t = T$ までのモニタリング情報 $\bar{y}_i^{0,T}$ を用いてベイズ更新されたパラメータ値 $\omega_i$ の事後分布 $F(\omega_i | \bar{y}_i^{0,T})$ は, MCMC法を用いて式(24a)のように近似できる. さらに, MCMC法を用いて発生した重みサンプルを $\omega_i^n (n \in \mathcal{M}, i = 1, \dots, N)$ と表す. この時, 時点 $T$ において地盤沈下量 $\bar{y}_i^T$ を観測した場合に, それ以降の時点 $\tilde{t} (> T)$ における地盤沈下量 $\tilde{y}_i^{\tilde{t}}(T)$ に関する確率分布関数 $H_i(\tilde{y}_i | \tilde{t}, \bar{y}_i^T)$ は

$$H_i(\tilde{y}_i | \tilde{t}, \bar{y}_i^T) = \frac{\#\{\tilde{y}_i^{\tilde{t},n}(T) \leq \tilde{y}_i, n \in \mathcal{M}\}}{\bar{n} - \underline{n}} \quad (34)$$

と表される. ただし,  $\tilde{y}_i^{\tilde{t},n}(T)$ は, 重み係数のサンプル $\omega_i^n$ を用いて時点 $T$ において予測した時点 $\tilde{t} (> T)$ の

地盤沈下量の予測値であり、

$$\hat{y}_i^{\tilde{t},n}(T) = \sum_{k=1}^K \omega_i^n(k) f_i(\tilde{t}, k) + \xi_i^{T,n} \quad (35a)$$

$$\xi_i^{T,n} = \bar{y}_i^T - \sum_{k=1}^K \omega_i^n(k) f_i(T, k) \quad (35b)$$

と定義される。また、時点 $\tilde{t}$ における地盤沈下量の期待値  $E[\hat{y}_i^{\tilde{t}}(T)]$  は

$$E[\hat{y}_i^{\tilde{t}}(T)] = \frac{\sum_{n=\underline{n}+1}^{\bar{n}} \omega_i^n(k) f_i(\tilde{t}, k) + \xi_i^{T,n}}{\bar{n} - \underline{n}} \quad (36)$$

と表される。また、時点 $T$ において予測した時点 $\tilde{t}$ における地盤沈下量 $\hat{y}_i^{\tilde{t}}(T)$ の $100(1-2\delta)\%$ 信用区間は、標本順序統計量 $(y_i^{\tilde{t}}(\delta, T), \bar{y}_i^{\tilde{t}}(\delta, T))$

$$\begin{aligned} \underline{y}_i^{\tilde{t}}(\delta, T) &= \arg \max_{y_i^*} \\ &\left\{ \frac{\#\{\hat{y}_i^{\tilde{t},n}(T) \leq y_i^*, n \in \mathcal{M}\}}{\bar{n} - \underline{n}} \leq \delta \right\} \end{aligned} \quad (37a)$$

$$\begin{aligned} \bar{y}_i^{\tilde{t}}(\delta, T) &= \arg \min_{y_i^{**}} \\ &\left\{ \frac{\#\{\hat{y}_i^{\tilde{t},n}(T) \geq y_i^{**}, n \in \mathcal{M}\}}{\bar{n} - \underline{n}} \leq \delta \right\} \end{aligned} \quad (37b)$$

を用いて $\underline{y}_i^{\tilde{t}}(\delta, T) < \hat{y}_i^{\tilde{t}}(T) < \bar{y}_i^{\tilde{t}}(\delta, T)$ と定義できる。

## 6. 適用事例

### (1) 適用事例の概要

本研究では、海上空港であるH空港を対象としてとりあげる。同空港では、年間概ね3万回程度の近距離国際旅客便の就航と深夜早朝時間帯を利用した国際貨物便就航を目的とし、エプロンを含む基本施設の他、空港保安施設、付帯施設、構内道路・駐車場および緑地の設計、施工から維持管理までを対象としたPFI事業を実施している。中でも、エプロン部は、航空機が駐機するエリアであり、高い耐流動性および耐油性が求められることからコンクリート舗装が適用されている。同エプロンは、軟弱地盤上に位置しており、地盤の不同沈下によるコンクリート舗装の疲労劣化が問題となる。そこで、下村等<sup>12)</sup>は、不同沈下を考慮した疲労度設計手法により、コンクリート舗装版の累積疲労度を算定することにより、コンクリート舗装の劣化過程を予測し、維持補修管理戦略を検討する方法を提案している。その際、土質条件に不確実性が介在することから、土質定数を確率変数と考え、3.で述べた1次モデルを用いて地盤沈下過程をシミュレートしている。地盤沈下過程には多大な不確実性が介在するが、PFI事業における費用リスクを可能な限り抑制するためには、供用開始後の地盤沈下過程を継続的にモニタリングするとともに、その結果に基づいてコンクリート舗装の

維持補修計画を継続的にアップデートしていくことが不可欠である。このような課題を効率的に達成するためには、モニタリング情報に基づいて地盤沈下モデルの精度を継続的に向上していくことが求められる。もとより、本研究で提案したハイブリッド地盤沈下モデルは、地盤沈下量のベイズ予測を目的とするものであるが、本モデルのアウトプットを用いて疲労度設計手法により、コンクリート舗装版の劣化予測を行うことが可能となる。舗装劣化予測に関しては、別の機会に発表する予定である。

対象としたエリアは、H空港におけるエプロン部であり、825m×400mの範囲に及ぶ。圧密沈下の検討に際しては、一辺が25m×25mの正方形メッシュを基本単位とし、上記エプロン範囲を平面メッシュエリアに分割した。また、対象となる圧密沈下層については、GL-7m付近からGL-25m付近に存在する沖積粘性土層およびGL-25m付近からGL-60m付近に存在する洪積粘性土層を対象とし、1次元圧密理論に基づいて検討を実施した。前述した土田モデル<sup>5)</sup>では、メッシュ相互の土質定数の相関を考慮することができる。本検討事例では、ボーリング調査結果より、水平方向相関距離を $b = 100\text{m}$ とし、鉛直方向相関距離を4~5mに設定した。鉛直方向のメッシュ区分については同一土層であっても概ね4m毎に区分し、メッシュ分割を行った。解析にあたっては対象エリアにおいて実施した17本のボーリングデータおよび圧密試験結果より、沖積粘性土層および洪積粘性土層を深度方向に、それぞれA<sub>c1</sub>~A<sub>c6</sub>層、D<sub>c1</sub>~D<sub>c4</sub>層の合計10層に区分し、土質定数を整理した。ここで、不同沈下を推計するにあたり、当エリアで実施したボーリングデータ数は概ね140mに1本の割合であった。これは、既往の研究<sup>5)</sup>より当該地域の地盤定数の相関距離が100~200mであったことを踏まえたものであり、土質性状が確率的に同一とみなすことができる範囲を選定して、ボーリングデータ数を決定した。一方、盛土造成による載荷荷重については、各平面メッシュ $i(i = 1, \dots, 528)$ におけるメッシュ中心位置での現地盤高さを設定したのち、路床、下層路盤、上層路盤の各整正時期およびエプロン舗装の舗設時期を各平面メッシュ毎に整理し、施工時期を想定した解析ステップを考慮している。具体的には対象全エリアにおいて路床の整正が終了する15ヶ月後までに生じる圧密沈下量については地盤の勾配修正が可能であることから、最終沈下量から差し引くこととした。表-2に、本検討事例に使用した不同沈下シミュレーション用土質定数を示す。

### (2) 1次モデルによる解析結果

3.で示した1次モデルにより地盤の不同沈下をシミュ

表-2 不同沈下シミュレーション用土質定数

	$C_c(\text{kN/m}^2)$		$e_0$		$p_c(\text{kN/m}^2)$		$c_v(\text{cm}^2/\text{day})$		
	期待値	標準偏差	期待値	標準偏差	期待値	変動係数	期待値	$\log c_v$	$\log c_v$ 標準偏差
A <sub>c1</sub> 層	0.45	0.07	1.34	0.17	70	0.36	993	-4.26	0.29
A <sub>c2</sub> 層	0.41	0.06	1.21	0.11	59	0.33	1025	-4.15	0.09
A <sub>c3</sub> 層	0.73	0.11	1.84	0.22	95	0.49	759	-4.40	0.33
A <sub>c4</sub> 層	0.87	0.08	2.09	0.15	90	0.39	787	-4.32	0.23
A <sub>c5</sub> 層	0.74	0.21	1.91	0.39	99	0.44	1103	-4.20	0.26
A <sub>c6</sub> 層	0.31	0.12	1.17	0.22	139	0.08	3435	-3.63	0.09
D <sub>c1</sub> 層	0.44	0.13	1.32	0.30	174	0.71	1680	-3.95	0.14
D <sub>c2</sub> 層	0.57	0.16	1.54	0.27	144	0.67	1945	-4.01	0.34
D <sub>c3</sub> 層	0.66	0.12	1.58	0.19	135	0.66	1000	-4.27	0.29
D <sub>c4</sub> 層	0.70	0.25	1.64	0.67	186	0.65	1002	-4.23	1.66

注) A<sub>c1</sub> - A<sub>c6</sub>については、沖積粘性土層をボーリング結果および室内圧密試験結果より得られた土質性状の区分から深度方向に6層に分類し、上層より下層に向けてナンバリングを行った。同様に、D<sub>c1</sub> - D<sub>c4</sub>についても、洪積粘性土層の土質性状の区分により、上層より下層に向けてナンバリングした結果を表す。

レーションする。各ブロックに対して土質定数を表-1に示した確率分布からランダムに発生させる。具体的には、鉛直方向に区分した各圧密対象層の土質定数に対して、表-2に示した期待値、標準偏差および変動係数より、圧縮指数  $C_c$ 、初期間隙比  $e_0$  および、圧密降伏応力  $p_c$  については正規分布、圧密係数  $c_v$  については対数正規分布から発生させた。なお、これらの期待値と分散は、代表的な平面メッシュで実施したボーリング調査結果に基づいて設定した。すべての3次元ブロックに対して、土質定数を3. (2) で示したモンテカルロシミュレーションによりランダム発生させた。すべての3次元ブロックに対して発生させた土質定数の組を、計算シナリオと呼ぶこととする。さらに、各計算シナリオに対して、1次モデルを用いて、対象とするすべての平面メッシュの地盤沈下過程を求めた。

解析に先立って、モンテカルロシミュレーションの試行回数を表-3に示すように、20回と50回の2通り設定した。両者の平均沈下量、平均不同沈下量の期待値と最大不同沈下量の期待値を比較して、試行回数が増加すると解析結果に及ぼす影響が少なくなることを確認した上で、最終的に試行回数を20回と決定した。ここで、平均不同沈下率とは、全沈下量の平均値に対する不同沈下量の比であり、最大不同沈下率とは、全沈下量の平均値に対する最大不同沈下量の比を表す。不同沈下シミュレーション結果の1例を図-5に示す。同図は、例として選定した平面メッシュ  $i = 73$  における経年的な地盤沈下量に対する20本のサンプルパスを示している。対象として選定した平面メッシュは現地盤高さ AP+3.0m に対し計画地盤高さが AP+6.0m であり、エリア内で盛土高が大きい箇所に該当する。1次モデルによるシミュレーションの結果、図-6に示すように30年後の期待値パス沈下量が 35.75cm となり、対象地盤の中で沈下量もっとも大きくなることが予測されている。横軸は H 空港

表-3 試行回数が計算結果に及ぼす影響

試行回数	20回	50回
平均沈下量 (cm)	23.6	23.7
平均不同沈下率の期待値	0.16	0.16
最大不同沈下率の期待値	0.70	0.71

の供用開始時点として0としているが、路盤整正後から供用開始時点に至るまでの期間内に、すでに地盤沈下が発生していることがわかる。また、図-5中の20本のサンプルパスを比較すると、土質定数シナリオによって地盤沈下量が大きく変化することが理解できる。実際に30年後の平均沈下量は 35.75cm であり、分散は 30.66cm<sup>2</sup> と大きくなっている。一方、いずれのサンプルパスでも、時間の経過とともに地盤沈下過程は収束している。

(3) 2次モデルの作成

1次モデルで得られた20本のサンプルパス (図-5参照) を用いて、混合地盤沈下モデル (2次モデル) を推計する。1次モデルで求めたサンプルパスは、互いに強い相関関係にある。例えば、図-5に示した20本のサンプルパス間の相関係数は、最低でも 0.976 であった。したがって、多重共線性の問題を避けるため、20本のサンプルパスの中で契約終了時点において、予測沈下量の上限值と下限値を規定する2本のサンプルパスを用いて混合地盤沈下モデルを推計することとした。以下、もともと上方に位置するパスをサンプルパス  $\alpha$ 、下方に位置するパスをサンプルパス  $\beta$  と呼ぶ。いずれのメッシュでも、契約期間全体を通じて、2つのサンプルパス  $\alpha$ 、 $\beta$  が予測沈下量の上限值と下限値を規定していることを付記しておく。すなわち、サンプルパス  $\alpha$ 、 $\beta$  を選択することにより、2本のサンプルパスに挟まれた区間を可能な限り拡大することが可能であり、2次モデル、3次

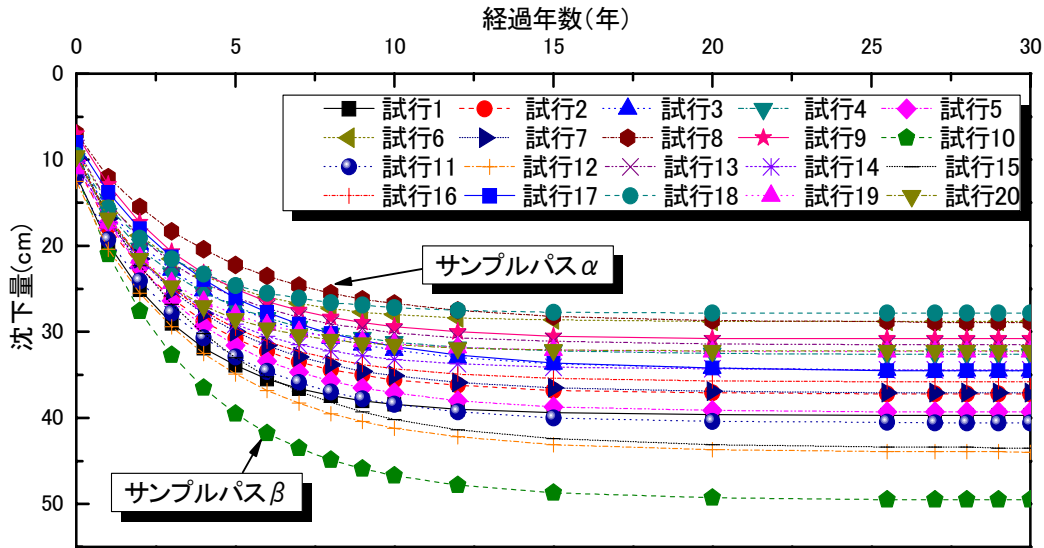


図-5 不同沈下シミュレーション結果の例

モデルを作成できる範囲を最大化している。図-6には、20本のサンプルパスを単純平均して求めた期待値パスを示している。同図には、混合地盤沈下モデルを作成するために用いる2本のサンプルパスを平均化した結果(サンプル平均パスと呼ぶ)も併記している。当然のことながら、ここで求めたパスは、20本のサンプルパスを単純平均した期待値パスと一致しない。したがって、時刻 $t$ におけるメッシュ $i$ の地盤沈下量 $y_i^t$ を予測するために、混合地盤沈下モデルによる期待パスと、サンプル平均パスとの乖離を可能な限り小さくするように、混合地盤沈下モデルの重み係数 $\omega_i(k)$  ( $k = 1, 2$ )を補正する必要がある。いま、20本のサンプルパスを用いた期待値パスの時刻 $t$ におけるメッシュ $i$ の地盤沈下予測量を $\hat{y}_i^t$ と表す。この時、 $\omega_i(k)$  ( $k = 1, 2$ )が、

$$\min_{\omega_i(1), \omega_i(2)} \left\{ \hat{y}_i^t - \sum_{k=1}^2 \omega_i(k) f_i(t, k) \right\}^2 \quad (38)$$

を満たすような値をとると、期待値パスとサンプル平均パスの乖離は限りなく小さくなる。ただし、 $f_i(t, k)$ は、混合地盤沈下モデルを作成するために選択した(1次モデルで求めた)サンプルパスである。いま、式(38)によって定められる時刻 $t$ における重みベクトル $\omega_i$ を、 $\hat{\omega}_i^t$ と表す。さらに、混合地盤沈下モデルの重みベクトル $\omega_i$ の事前確率密度関数が式(11a)のディリクレ分布として特定化できると考える。メッシュ $i$ の時刻 $t$ における地盤沈下量 $y_i^t$ の事後確率密度関数 $\pi(y_i^t)$ は、式(13)に示すように解析的に求めることが困難であるため、モンテカルロシミュレーションによって求める必要がある。そのため、重みベクトル $\omega_i$ は、式(11a)に示すディリクレ分布からランダム抽出される。したがって、期

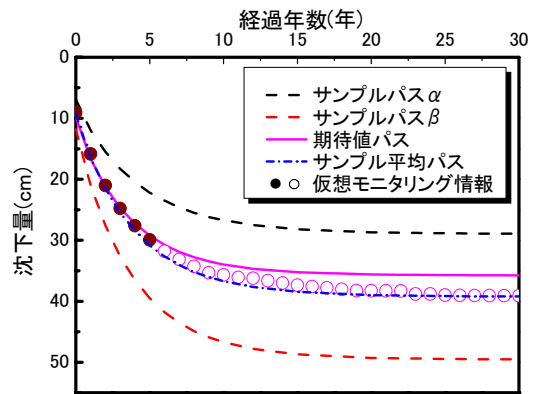


図-6 仮想モニタリング情報とサンプルパス

待値パスとサンプル平均パスの乖離を限りなく小さくするために、近似的に

$$E[\omega_i(k)] \approx \hat{\omega}_i^t(k) \quad (k = 1, 2) \quad (39)$$

が成立するようにディリクレ分布のパラメータベクトルを定める。いま、ディリクレ分布において、 $\omega_i(k)$ の期待値は、

$$E[\omega_i(k)] = \frac{\alpha_k^{(0)}}{\sum_{k=1}^2 \alpha_k^{(0)}} \quad (k = 1, 2) \quad (40)$$

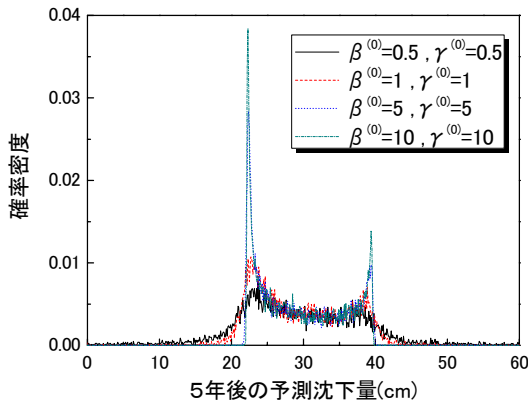


図-7 5年後の予測沈下量の分布

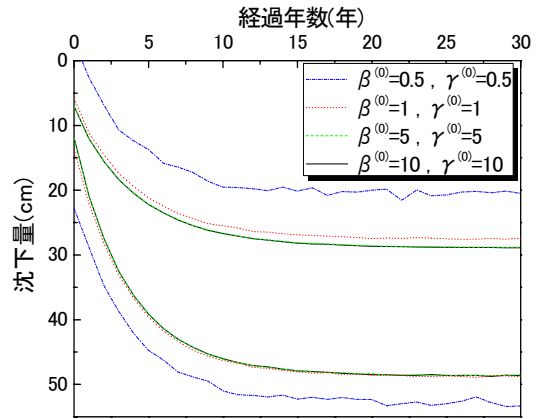


図-8 予測沈下量の95%信用区間

と表せる. したがって, ディリクレ分布の初期パラメータ  $\alpha_k^{(0)} (k = 1, 2)$  を,

$$\tilde{\omega}_i^t(k) = \frac{\alpha_k^{(0)}}{\sum_{k=1}^2 \alpha_k^{(0)}} \quad (k = 1, 2) \quad (41)$$

が成立するように決定する. 以上で設定した混合地盤沈下モデルを用いて, 5年後の地盤沈下量  $y_i^5$  を予測する. 予測沈下量の分布は, 式(13)に示すように,  $\alpha^{(0)}$ , および  $\phi_i$  の事前確率密度関数を決定することで得られる. いま, ディリクレ分布のパラメータベクトル  $\alpha^{(0)}$  を, 重みベクトル  $\tilde{\omega}_i^5$  をもとに,  $\alpha_1^{(0)} = 0.593, \alpha_2^{(0)} = 0.407$  と定める. 図-7は, 平面メッシュ  $i = 73$  をとりあげ,  $\phi_i$  の事前確率密度関数のパラメータ  $\beta^{(0)}, \gamma^{(0)}$  の値により, 5年後の予測沈下量の分布がどのように変化するかを示した結果である. 図-7に示すように, パラメータ  $\beta^{(0)}, \gamma^{(0)}$  の値を増大させると, 予測沈下量はより狭い範囲に分布することがわかる. 一方,  $\beta^{(0)}, \gamma^{(0)}$  の値を減少させると, 予測沈下量はより広い範囲に分布する. パラメータ  $\beta^{(0)}, \gamma^{(0)}$  の値により, 時刻  $t$  における予測沈下量の95%信用区間がどのように変化するかを図-8に示す.  $\phi_i$  の事前確率密度の初期パラメータは任意に設定できるが, ベイズ学習の効率性を向上させるためには, 事前分布は分散している方が望ましい. 本研究では, パラメータ初期値として  $\beta^{(0)} = 0.5, \gamma^{(0)} = 0.5$  を設定した. 図-7に示す結果より, これらの初期値を用いたケースは, 同図に示す4つの計算ケースの中で, パラメータ値の事前分布の分散がもっとも大きくなっている.

#### (4) 3次モデルの作成

空港の供用後, 継続的モニタリングにより, 各平面メッシュの地盤沈下量に関する情報を獲得できる. このようなモニタリング情報を用いて, 混合地盤沈下モデルを更新する問題を考える. 現時点においては, 空

港が供用されておらず, モニタリング情報が蓄積されていない. そこで, 各平面メッシュの地盤沈下量のモニタリング結果を仮想的に作成し, 混合地盤沈下モデルのベイズ更新を試みる. いま, 空港の運営・管理中の期間を, 1) 初年度から6年度, 2) 6年度からそれ以降の期間の2つに分割する. 供用開始後, 毎年定期的に地盤沈下量がモニタリングされ, 供用開始後5年度の時点で, 混合地盤沈下モデルをベイズ推計する問題を考える. ついで, 6年度以降においても, 毎年地盤沈下に関するモニタリング情報が獲得できる. そこで, 新しく得られたモニタリング情報を, それまでの年度に得られたデータベースに加算し, 新しく更新されたデータベースに基づいて, 混合地盤沈下モデルを毎年ベイズ更新する問題もとりあげる.

対象とする空港地盤には, 合計528個の平面メッシュが存在する. 空港エプロン供用後5年後を想定し, 5年間のモニタリング情報を用いて混合地盤沈下モデルを更新し, 6年度以降の地盤沈下量を予測する問題を考える. 図-6には, 528個の平面メッシュの中から, 事例として選択したメッシュ ( $i = 73$ ) をとりあげ, 1次モデルで作成したサンプルパス, 2次モデルで求めた期待値パスを示している. 現時点では, モニタリング情報が存在しないため, 仮想的にモニタリング情報を与えることにより, 3次モデルをベイズ推計する. 現実の地盤沈下量が当初想定した2次モデルの期待値パスより大きくなって, 3次モデルのベイズ推計により地盤沈下を予測結果を適切に補正することができるかどうか確認するために, 図-6の●印で示すような仮想モニタリング情報を想定した. ここで例示した地盤沈下過程は, 期待サンプルパスよりも下方に位置しており, 地盤沈下量が期待値パスよりも大きくなっている. 対象とする

表-4 混合地盤沈下モデルの推計結果

パラメータ	期待値	95%信用区間		Geweke検定統計量
$\omega_{73}(1)$	0.553	0.518	0.589	-8.63E-02
$\omega_{73}(2)$	0.447	0.428	0.467	8.63E-02
$\phi_{73}$	2.76	0.66	7.41	-4.49E-02

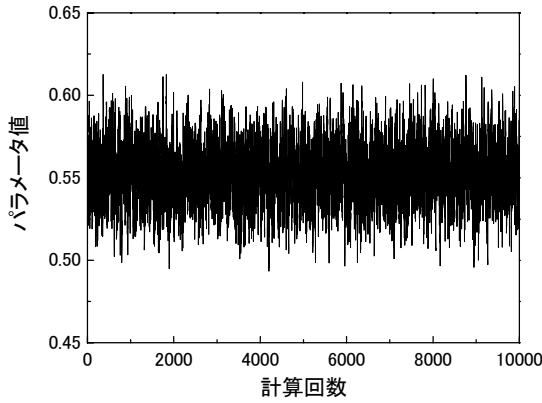


図-9 パラメータ $\omega_{73}(1)$ の収束過程

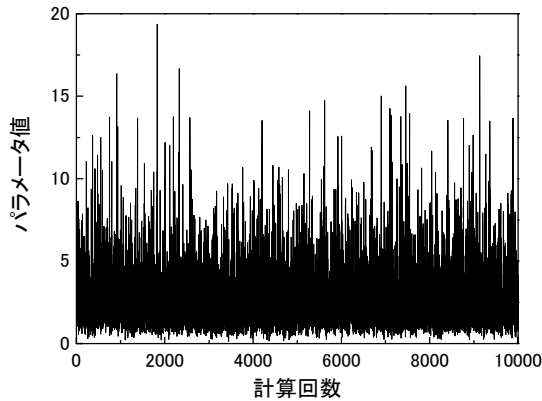


図-10 パラメータ $\phi_{73}$ の収束過程

メッシュの混合地盤沈下モデルは

$$y_{73}^t = \sum_{k=1}^2 \omega_{73}(k) f_{73}(t, k) + \varepsilon_{73} \quad (42)$$

と表される。また、 $k = 1$ は図-6に示すサンプルパス $\alpha$ と、 $k = 2$ はサンプルパス $\beta$ に対応している。

さらに、混合地盤沈下モデルの重みベクトル $\omega_i$ の事前確率密度関数として、2次モデルで採用したディリクレ分布と同一の分布を用いた。一方、確率誤差項 $\varepsilon_i$ の分散パラメータ $\phi_i$ の事前確率密度関数は式(12)のガンマ分布に従い、ガンマ分布のパラメータを、6.(3)における考察に基づいて、 $(\beta^{(0)}, \gamma^{(0)}) = (0.5, 0.5)$ と設定した。

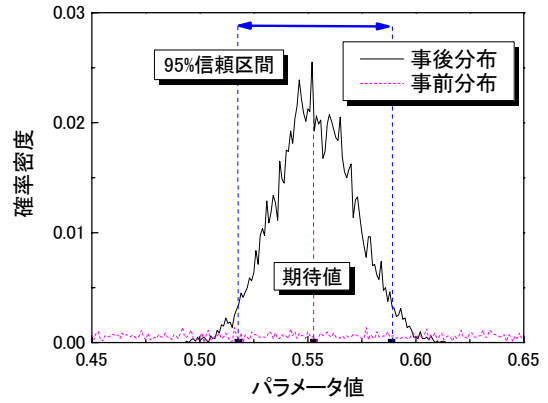


図-11 パラメータ $\omega_{73}(1)$ の確率分布

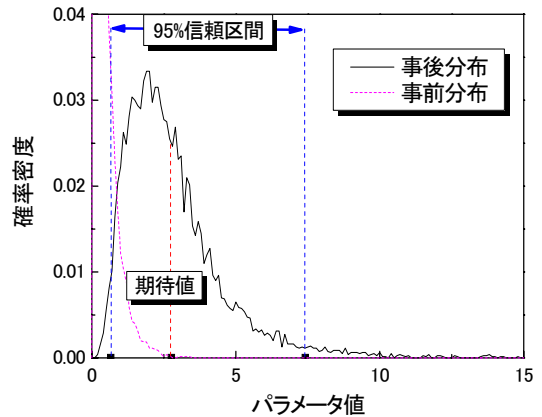


図-12 パラメータ $\phi_{73}$ の確率分布

また、収束判定のサンプル数は $\underline{n} = 2,000, \bar{n} = 10,000$ の合計8,000サンプルとした。

まず、供用開始後、5年間のモニタリング情報に基づいて、混合地盤沈下モデルをベイズ推計する問題を取りあげる。表-4に、混合地盤沈下モデルの推計結果として、重み $\omega_{73}(1), \omega_{73}(2)$ と分散パラメータ $\phi_{73}$ の期待値、95%信用区間、およびGeweke検定統計量<sup>21)</sup>を示している。Geweke検定統計量は、MCMC法によるサンプリング過程が定常状態に到達しているか否かを検定するための統計量であり、サンプル数 $\underline{n}$ の設定が適切かどうかを検定するために用いられる。推計結果より、重みの合計は1となっており、制約条件式(10)を満足している。また、重み $\omega_{73}(1)$ の期待値が大きくなっているが、これは仮想モニタリング情報がサンプル平均パスより上方に位置しているためであり、必然的な結果といえる。重み $\omega_{73}(1)$ と分散 $\phi_{73}$ の収束過程を図-9、図-10に、これら2つのパラメータの事後確率密度分布を図-11、図-12に示す。また、MH法を実施する際に、

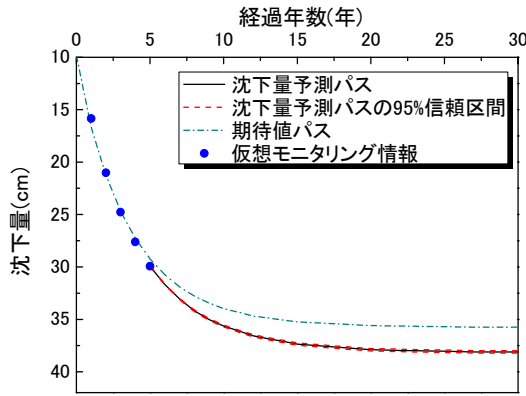


図-13 5年度における沈下量予測結果

マルコフ連鎖が定常状態に到達するためのサンプル数として  $n = 2,000$  を設定したが、Geweke 検定統計量の絶対値はいずれも 1.96 を下回っており、有意水準 5% で「定常状態に収束している」という仮説を棄却できない。図-11、図-12 には、これらのパラメータの事前分布も示しているが、ベイズ更新により混合地盤沈下モデルにおけるパラメータ分布の分散が小さくなっている。

つぎに、5年度にベイズ更新された混合地盤沈下モデルを用いて、6年度以降の地盤沈下パスを予測した結果を図-13 に示す。前述したように、地盤沈下過程の実績パスとして、期待サンプルパスよりも沈下量が多いパスを仮想的に設定している。したがって、経過年数 30 年の時点での予測沈下量の期待値が 38.11cm となり、期待サンプルパスの 35.75cm よりも大きくなっている。供用後 30 年度における 95% 信用区間の下限は 37.99cm、上限は 38.22cm であり、ベイズ更新の結果、混合地盤沈下モデルの推計精度が向上し、より正確な地盤沈下リスクの管理が可能になることが判明した。

さらに、6年度以降も、継続してモニタリング情報が蓄積され、混合地盤沈下モデルを逐次ベイズ更新する問題を考える。再び、平面メッシュ  $i = 73$  に着目する。同メッシュでは、図-6 に示したように、6年度以降に○印で示すようなモニタリング結果が追加されている。ここで、各年度に新しいモニタリング情報が得られる度に、混合地盤沈下モデルが逐次ベイズ更新されると考える。さらに、更新された混合地盤沈下モデルを用いて、空港供用後、30年度の地盤沈下量を予測した結果を表-5 に示している。同表には、当該年までのモニタリング情報を用いてベイズ更新した混合地盤沈下モデルを用いて、供用後 30 年度の地盤沈下量の予測値 (期待値) と 95% 信用区間の上・下限値を記載している。なお、30 年時点の仮想モニタリング情報 (沈下量) は 39.09cm で

表-5 地盤沈下量の予測結果 (メッシュ  $i = 73$ )

当該年	30年時点の沈下量予測値	95%信用区間		信用区間の幅
5年	38.109	37.990	38.224	0.234
6年	38.209	38.139	38.279	0.140
7年	38.218	38.174	38.263	0.089
8年	38.226	38.199	38.254	0.055
9年	38.439	38.419	38.457	0.038
10年	38.151	38.140	38.163	0.023
15年	38.115	38.114	38.116	0.002
20年	38.477	38.477	38.477	0.000
25年	39.046	39.046	39.046	0.000

注) 30年時点における仮想モニタリング情報 (沈下量) は 39.09cm である。

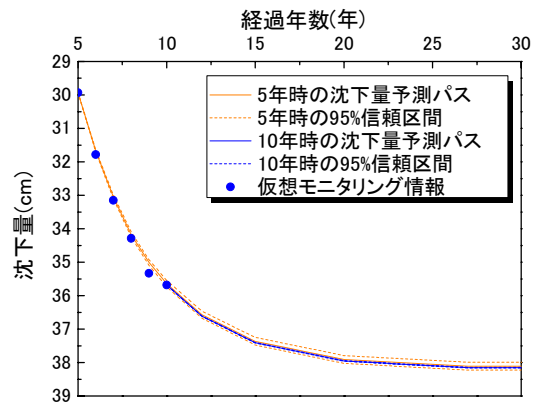


図-14 10年度における予測結果

ある。ベイズ更新の結果を比較すると、情報の蓄積とともに、期待値パスが若干修正されるとともに、信用区間の幅が狭まっている。このことからベイズ更新により推計精度が高まっていることが理解できる。なお、図-14 には、10年時点までモニタリング情報が蓄積された場合をとりあげ、この時点において予測した10年度以降の地盤沈下量の期待値パスと 95% 信用域を示している。5年時点で予測したサンプルパスの信用域と、10年時点におけるサンプルパスの信用域を比較することにより、ベイズ更新を通じて混合地盤沈下モデルの信用性が向上していることを視覚的に確認することができる。

つぎに、予測しえない急激な沈下が観測された場合のベイズ更新結果を検証する。図-15 にその場合の仮想モニタリング情報を示す。5年まではこれまでと同様の沈下量が観測され、6年度に急激な沈下の発生を想定している。図中の青いプロットはこれまでのモニタリング情報 (ケース 1) であるが、赤いプロットが今回のケース (ケース 2) である。この情報に基づいてベイズ更新



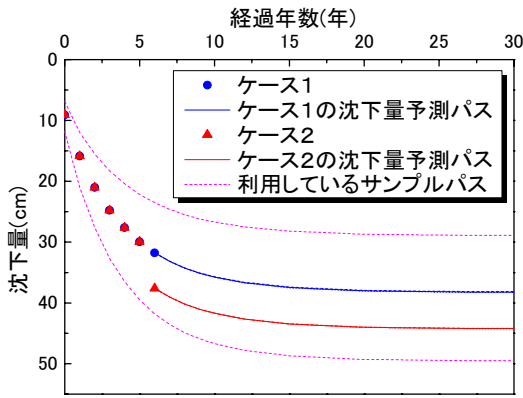


図-15 急激な変化における予測結果

を行った結果 (沈下パス) を同図に併せて示している。沈下量はかなり大きくなるが、新規情報を反映したベイズ更新がなされていること、これまでと同様に沈下が12年程度で収束傾向を示していることを確認できる。これは、今回与えた急激な沈下量が、利用しているサンプルパスの上・下限値内に収まっていたことが要因である。実際に計測される地盤沈下過程の定性的な特性が許容範囲内であれば、重みパラメータを修正することにより、その後の沈下過程を表現できる。地盤沈下過程の実測値が、1次モデルによる予測結果による適用可能性の範囲内に収まっているかどうかに関する検討方法に関しては、6. (5) でとりあげる。表-6には、重みパラメータの推計結果を示している。表-4と比較して、サンプルパスの重みパラメータが補正され、 $\omega_{73}(2)$ の値が大きくなっていることが確認できる。したがって、実用化に際しては、サンプルパスの上・下限値の範囲を広めに設定しておくことが有効であると考えられる。

(5) モデルの適用範囲の検証

本研究で提案したハイブリッド型地盤沈下モデルを用いることにより、1次モデルが有効であるという前提の下で、地盤沈下の継続的モニタリングにより、地盤沈下予測の精度を恒常的に改善することができる。しかし、混合沈下モデルによる予測結果と現実の観測値の間には、推計残差が存在する。このような推計残差として、ランダムな推計残差と系統的な推計残差が考えられる。ランダムな推計残差に関しては、混合地盤沈下モデルをベイズ更新することにより、地盤沈下過程の推計精度を向上することが可能である。しかし、系統的な推計残差が発生する場合、ハイブリッド型地盤沈下モデルの適用可能性を吟味することが必要となる。たとえば、図-16の事例では、仮想的な沈下過程の1例を示しているが、仮にこのようなモニタリング

表-6 予期しえない沈下に対する補正結果

パラメータ	期待値	95%信用区間		Geweke検定統計量
$\omega_{73}(1)$	0.472	0.462	0.482	2.10E-02
$\omega_{73}(2)$	0.528	0.518	0.538	-2.10E-02
$\phi_{73}$	61.34	18.55	133.40	-1.70E-02

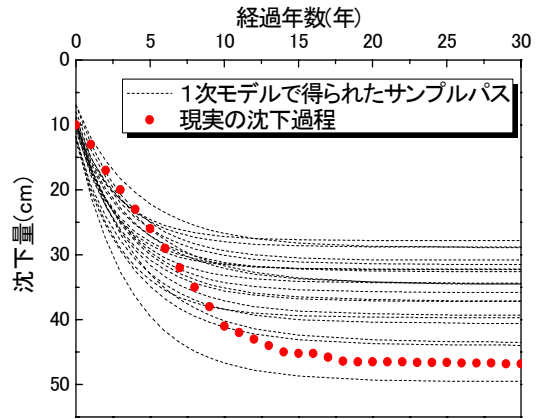


図-16 混合地盤沈下モデルのシステムの誤差

情報が得られたとした場合、モニタリング結果と1次モデルで想定した沈下過程の間に乖離が発生していることを疑うことが必要となる。混合地盤沈下モデルは、1次モデルで得られたサンプルパスの線形結合で表現されるため、ベイズ更新を通じても混合地盤沈下モデルの系統的な推計誤差を補正できない。

混合地盤沈下モデルに系統的推計残差が存在するか否かを統計的に仮説検定する方法論を提案する。いま、時点  $t = T$  までのモニタリング情報  $\bar{y}_i^{0,T} = \{y_i^t : t = 1, \dots, T\}$  を用いて混合地盤沈下モデル、

$$y_i^t = \sum_{k=1}^K \omega_i(k) f_i(t, k) + \varepsilon_i \quad (43)$$

が得られたと考える。ただし、混合地盤沈下モデルの重み係数  $\omega_i(k)$  として、ベイズ更新後のサンプル平均パスの重み  $\tilde{\omega}_i(k)$  を用いる。この時、時点  $t (\leq T)$  における残差は、

$$\xi_i^t = y_i^t - \sum_{k=1}^K \tilde{\omega}_i(k) f_i(t, k) \quad (44)$$

と表すことができる。したがって、システムの推計残差の有無は、

$$\xi_i^t = \rho_i \xi_i^{t-1} + \varpi_i^t \quad (45)$$

において、1階の自己相関係数  $\rho$  を推計することで判別することができる。ただし、 $\varpi_i^t \sim \mathcal{N}(0, \theta_i^2)$  はホワイトノイズである。このとき、システムの推計残差が存在

するか否かを検討する仮説検定モデルを、

$$\begin{cases} H^0 : \rho_i = 0 \\ H^1 : \rho_i \neq 0 \end{cases} \quad (46)$$

と定式化できる。いま、 $\rho$ の事前確率密度関数が無情報事前分布(定数)、 $\psi_i = \psi_i^{-2}$ の事前確率密度関数がガンマ分布 $\mathcal{G}(\zeta_i, \eta_i)$ に従うと考える。この時、 $\rho$ の事後確率密度関数 $\pi(\rho|\mathbf{y}_i^{0,T})$ は、

$$\pi(\rho|\mathbf{y}_i^{0,T}) \propto \phi_i^{\zeta_i+(T-1)/2} \exp \left[ -\psi_i \left\{ \eta_i + \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (\xi_i^t - \rho \xi_i^{t-1})^2 \right\} \right] \quad (47)$$

と表すことができる。さらに、MCMC法により、パラメータ $\rho$ に関するサンプリングを行い、式(37a),(37b)と同様にパラメータ $\rho$ の100(1-2 $\delta$ )%信用区間を定義する。100(1-2 $\delta$ )%信用区間に $\rho = 0$ が含まれなければ、有意水準100(1-2 $\delta$ )%で $\rho = 0$ という仮説を棄却できる。現時点において、対象地盤における地盤沈下モニタリングデータが蓄積されておらず、本研究で用いた1次モデルの適用範囲を検討できる段階ではない。しかし、現実の地盤沈下過程の観測結果、仮説 $H^0$ が棄却された場合、1次モデルの信頼性に問題が生じているわけであり、地盤モデル、あるいは圧密沈下モデル自体を再検討しなければならない。

### (6) 舗装劣化予測への展望

本研究は、空港舗装アセットマネジメントを主たる目的として、特に海上空港を具体的な検討対象としている。海上空港の舗装の劣化予測を行うに際して、地盤沈下とその劣化過程に及ぼす影響は極めて大きく、本研究では地盤沈下モデルの開発に焦点を絞った。しかし、空港舗装アセットマネジメントを実践するためには、地盤沈下モデルと連動した舗装劣化モデルの開発(点から面への拡張)が不可欠である。

空港のコンクリート舗装の劣化予測に関して、すでに下村ら<sup>12)</sup>は不同沈下を考慮した疲労度設計手法に基づき、コンクリート舗装版の累積疲労度を算定することにより、コンクリート舗装の劣化過程を予測し、維持補修戦略を検討する方法を提案している。この手法ではコンクリート舗装版の勾配や目地位置を考慮した面的な不同沈下を算出することができる。また、舗装版内の応力を算出する過程で、地盤の不同沈下、航空機の輪荷重およびコンクリート版上下面の温度差の影響が考慮されており、これらの影響因子を確率変数として扱うことで複数の舗装劣化パス(舗装健全度の時系列)を記述することができる。したがって、これらの複数の舗装劣化パスの統計的規則性をマルコフ劣化ハザードモデルを用いて記述することが可能である。さらに、本研究と同様に、運営段階で蓄積されるモニタリ

ング情報(地盤沈下量、舗装健全度など)を利用して、舗装劣化パスを更新する必要性が生じるが、この点についてもマルコフ劣化ハザードモデルのベイズ更新モデルを援用して開発することができる<sup>20)</sup>。ただし、これらの舗装劣化予測全体を包摂したようなハイブリッド型劣化予測に関しては、本研究の域を超えるために、別の機会に発表したいと考える。

さらに、空港舗装の補修計画を立案することも重要な課題であり、舗装劣化予測と連動したライフサイクル費用評価手法も開発しなければならない。特に、本研究で示した海上空港のように、今後社会基盤施設の維持管理業務がPFI事業として民間に委託されるケースが増加すると予想される。そのような場合には、劣化過程に介在する不確実性に起因するライフサイクル費用リスク(費用変動)を把握しておくことが極めて重要である。特にPFI事業では、契約終了時点で達成すべき施設の健全状態が定められることになる。したがって、状態依存および地盤沈下量依存に加え、時間依存を考慮したマルコフ意思決定モデルを解く必要性が生じる。著者らは、この問題に対する分析にも着手しており、この点についても、別途報告を行いたいと考えている。

### 7. おわりに

本研究では、空港施設のアセットマネジメントにおいて重要な課題となる地盤沈下の継続的モニタリングとモニタリング情報を用いた地盤沈下予測結果をベイズ更新するための方法論の提案を試みた。具体的には不同沈下を考慮した1次元圧密モデルを用いて、地盤沈下過程に関するサンプルパスを作成するとともに、サンプルパスを荷重平均した混合地盤沈下モデルを作成した。さらに空港の供用開始後、地盤沈下量を継続的にモニタリングすることにより、混合地盤沈下モデルをMCMC(マルコフ連鎖モンテカルロ)法を用いてベイズ更新する方法論を提案した。さらに空港施設の地盤沈下予測管理問題への適用事例を通じて本研究で提案した方法論の有効性に関して実証的に検証した。しかし、本研究で提案したベイズ更新モデルの適用可能性を向上するためには、以下のような研究課題が残されている。第1に、本研究の適用事例は、現時点において空港整備事業が開始された段階である。したがって、現時点においてモニタリング情報が入手可能ではない。したがって、適用事例では、モニタリング情報を人工的に作成することにより混合地盤沈下モデルのベイズ更新を試みた。今後、空港地盤の沈下過程を継続的にモニタリングすることにより、混合地盤沈下モデルのベイズ更新の有効性を、現実のモニタリング情報を用

いて検証することが必要である。第2に、空港舗装マネジメントにおいて地盤沈下予測管理は重要な検討課題ではあるが、舗装マネジメントを実施するためには空港舗装の劣化・損傷過程を管理することが必要である。そのためには、地盤沈下に伴い空港舗装の劣化・損傷が進展する過程をモデル化<sup>23),24)</sup>することが必要である。第3に、本研究で提案した方法論は、1次モデルが有効であるという範囲内において、適用可能である。6. (5)では、混合地盤沈下モデルの推計残差を用いて、1次モデルの有効性を検討する方法論を提案した。しかし、推計残差の系列相関が大きく、1次モデルの有効性に限界があることが判明した場合、本研究で提案した方法論を用いて地盤沈下予測を継続的に実施することには問題がある。この場合、1次モデルにさかのぼり、モデルの仮定や前提条件の再吟味、あるいはモデルの再構築が必要となることは言うまでもない。このような1次モデルのフォローアップに関しては、今後に残された大きな研究課題である。第4に、本研究で提案したベイズ更新モデルは、モニタリング情報に基づいて設計段階における予測結果をベイズ更新するための方法論を提案したものである。このようなベイズ更新モデルは、地盤沈下予測管理以外の幅広い問題に対して適用できる可能性を持っている。今後、ベイズ更新モデルの方法論の有効性を空港舗装以外の土木施設のアセットマネジメント問題に対して検証することが必要である。

なお、本研究の一部は文部科学省科学技術調整振興費「若手研究者の自立的な研究環境整備促進」事業により大阪大学大学院工学研究科グローバル若手研究者フロンティア研究拠点において実施された。

#### 参考文献

- 1) 松尾稔：地盤工学—信頼性設計の理念と実際—，技報堂出版，1984。
- 2) Tang, W.H.: Probabilistic evaluation of penetration resistance, *Proc. of ASCE*, Vol.105, GT10, pp.1173-1191, 1979.
- 3) 奥村樹郎，土田孝：土質定数のばらつきを考慮した不同沈下の推計，港湾技術研究所報告，第20巻，第3号，pp.131-168, 1981。
- 4) 久楽勝行，護摩堂満，竹内辰典：軟弱地盤上の不同沈下の実態とその予測，土木技術資料，25-12，pp.14-21, 1983。
- 5) 土田孝，小野憲司：数値シミュレーションによる不同沈下の予測とその空港舗装設計への適用，港湾技術研究所報告，第27巻，第4号，pp.123-200, 1988。
- 6) Yuan, J. and Mooney, M.A.: Development of adaptive performance models for the Oklahoma airfield pave-

- ment management system, *TRB 2003 Annual Meeting Nov.15*, pp.1-24, 2002.
- 7) Pavement Management System: *Advisory Circular*, Federal Aviation Administration, AC No.150/5380-7, pp.1-8, 1988.
- 8) Mishalani, R. and Madanat S.: Computation of infrastructure transition probabilities using stochastic duration models, *ASCE, Journal of Infrastructure Systems*, Vol.8, No.4, pp.139-148, 2002.
- 9) Shin, H.C. and Madanat, S.M.: Development of a stochastic model of pavement distress initiation, 土木学会論文集，No.744/IV-61, pp.61-67, 2003.
- 10) 津田尚胤，貝戸清之，青木一也，小林潔司：橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推計，土木学会論文集，No.801/I-63, pp.68-82, 2005。
- 11) 青木一也，山本浩司，津田尚胤，小林潔司：多段階ワイブル劣化ハザードモデル，土木学会論文集，No.798/VI-68, pp.125-136, 2005。
- 12) 下村泰造，西澤辰男，吉永清人，福岡知久：疲労度設計法を用いた空港コンクリート舗装の維持管理手法の検討，土木学会舗装工学論文集，第12巻，pp.211-218, 2007。
- 13) Yoshikuni, H., Kusakabe, O., Hirao, T. and Ikegami, S.: Elasto-viscous modeling of time-dependent behavior of clay, *Proceedings of 13th ICSMFE*, Vol.1, pp.417-420, 1994.
- 14) Terzaghi, K.: *Erdbaumechanik*, pp.140-152, F. Deuticke, 1925.
- 15) Jeffreys, H.: *The Theory of Probability*, Oxford University Press, 1961.
- 16) Gilks, W.R. and Wild, P.: Adaptive rejection sampling for Gibbs sampling, *Applied Statistics*, Vol.41, pp.337-348, 1992.
- 17) Ibrahim, J.G., Ming-Hui, C. and Sinha, D.: *Bayesian Survival Analysis*, Springer Series in Statistics, 2001.
- 18) 和合肇：ベイズ計量経済分析，マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用，東洋経済新報社，2005。
- 19) 伊庭幸人：計算統計学のフロンティア—計算統計II，マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺，岩波書店，2005。
- 20) 貝戸清之，小林潔司：マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定，土木学会論文集A，Vol.63, No.2, pp.336-355, 2007。
- 21) Geweke, J.: Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to the calculation of posterior moments, *Bayesian Statistics*, Vol.4, pp.169-193, Oxford University Press, 1996.
- 22) Chib, S.: Marginal likelihood from Gibbs output, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.90, pp.1313-1321, 1995.
- 23) 小梁川雅，野田悦郎，伊藤正秀：供用履歴を受けたコンクリート舗装の疲労特性に関する研究，土木学会舗装工学論文集，第9巻，pp.149-156, 2004。
- 24) 西澤辰男，松野三朗：コンクリート舗装の構造解析における有限要素法の適用性について，土木学会論文報告集，第338号，pp.207-215, 1983。

(2007.12.5 受付)

## A HYBRID GROUND CONSOLIDATION MODEL FOR AIRPORT PAVEMENT MANAGEMENT

Taizo SHIMOMURA, Kengo OBAMA, Kiyoyuki KAITO and Kiyoshi KOBAYASHI

The estimation of consolidation processes is an important subject for the asset management of airport facilities. In the planning and design stage, there exist many uncertainties in geotechnical conditions, it is impossible to estimate the ground consolidation process by deterministic methods. In this paper, the sets of sample paths designating ground consolidation processes are generated by use of a one-directional consolidation model incorporating uneven ground settlement. Given the sample paths, the mixed consolidation model is presented to describe the probabilistic structure behind the sample paths. The mixed model can be updated by the Bayesian methods based upon the monitoring data. Through a case study, this paper verified the validity of the proposed method and illustrated its possible application and future works.