

空港コンクリート舗装の最適維持補修モデル

下村泰造¹・藤森裕二²・貝戸清之³・小濱健吾⁴・小林潔司⁵

¹正会員 大成建設株式会社 千葉支店 東京外環自動車道 田尻工事 (〒 272-0014 川崎市田尻 2-4-20)
E-mail: taizo@ce.taisei.co.jp

²正会員 株式会社野村総合研究所 証券ミドルシステム三部 (〒 135-0042 江東区木場 1-5-15)
E-mail: y-fujimori@nri.co.jp

³正会員 大阪大学准教授 大学院工学研究科 地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)
E-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp

⁴学生会員 京都大学大学院 工学研究科都市社会工学専攻 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂)
E-mail: k.obama@psa.mbox.media.kyoto-u.ac.jp

⁵フェロー会員 京都大学教授 経営管理大学院経営管理講座 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)
E-mail: kkoba@psa.mbox.media.kyoto-u.ac.jp

本研究では、臨海部空港における空港舗装の性能規定型維持管理契約を対象とした最適維持補修モデルを提案する。その際、空港地盤の不同沈下リスク、コンクリート舗装の疲労破壊リスクという2種類のライフサイクル費用リスクに着目する。空港地盤の不同沈下過程はコンクリート舗装の劣化過程に影響を及ぼす。そこで、舗装の劣化過程を地盤沈下過程に依存した非斉次マルコフ過程として表現する。その上で、2種類のリスクを考慮した非斉次マルコフ決定モデルを定式化する。さらに、モニタリング情報に基づいて、空港舗装維持補修計画を逐次バイズ更新する方法論を提案する。最後に、H 空港を対象とした適用事例を用いて、本研究で提案した方法論の有効性を実証的に検証する。

Key Words : *airport pavement, maintenance contract, Markov decision model, Bayesian learning*

1. はじめに

わが国では、空港施設が埋め立て地や空港島等の人工地盤上に建設される場合が少なくない。このような空港施設では、空港地盤の不同沈下が、コンクリート舗装の劣化過程に多大な影響を及ぼすこととなる。さらに、舗装劣化過程には舗装の初期施工条件や繰り返し荷重の変動等に起因する不確実性が介在する。このため、空港地盤の沈下過程や舗装の劣化過程を確定的に予測することは不可能である。したがって、空港コンクリート舗装のアセットマネジメントにおいては、長期的な地盤沈下過程や舗装の劣化過程の不確実性を考慮した維持補修戦略を決定することが必要となる。

本研究では、PFI 事業における空港舗装マネジメントを対象とする。本研究で対象とする PFI 事業権契約では、契約期間末において空港コンクリート舗装が満足すべき性能が規定されている。契約期間を通じた大規模補修予算が規定されており、事業者は補修予算の中で性能規定を満足するように空港舗装コンクリートを維持管理することが求められる。現実に支出される補修額が契約予算を超過する場合、事業者が超過額を負担する。空港コンクリート舗装の性能規定型維持管理契約においては、契約期間末における補修費用超過リスクを可能な限り抑制するような年次補修計画を決定すること重要となる。

本研究では、空港コンクリート舗装マネジメントのライフサイクル費用に影響を及ぼす要因として、空港地盤の不同沈下、コンクリート舗装の疲労破壊という2種類のリスクに着目する。空港地盤の不同沈下過程がコンクリート舗装の劣化過程に影響を及ぼすために、舗装の劣化過程を地盤沈下過程に依存した非斉次マルコフ劣化モデルを用いて表現する。その上で、事業者が地盤沈下過程、舗装の疲労破壊過程という2種類のリスクを考慮しながら、ライフサイクル費用を最小にする補修政策を決定できる非斉次マルコフ決定モデルを提案する。さらに、空港供用後に地盤沈下過程や舗装の劣化過程をモニタリングすることにより、地盤沈下過程や舗装の劣化過程に関する予測精度を向上させることができる。そのため、新しいモニタリングデータが獲得されれば、舗装の劣化過程を表す非斉次マルコフ劣化モデルを逐次更新し、更新された非斉次マルコフ決定モデルを用いて、初期時点で策定した補修計画を修正(再計画を作成)することが可能となる。

以上の問題意識の下に、本研究では、非斉次マルコフ決定モデルを用いて、地盤の不同沈下を考慮した舗装の維持補修戦略を求める方法論を提案する。さらに、モニタリングデータを用いて、補修政策を逐次バイズ更新する方法論を提案する。以下、**2.**では本研究の基本的な考え方を整理し、**3.**では、初期時点において補

修計画を策定するための非斉次マルコフ決定モデルを定式化する。4. では、モデルの解法について説明する。5. ではモニタリングデータを用いて、舗装の劣化過程を記述するマルコフ劣化モデルをベイズ更新し、補修計画を更新する方法論を提案する。6. では、H 空港を対象とした適用事例について説明する。なお、本研究では、筆者等が開発したハイブリッド劣化モデル¹⁾を用いて、非斉次マルコフ劣化過程の推計とそのベイズ更新を試みていることを付記しておく。

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 従来の研究概要

土木施設の劣化過程や故障の生起事象を確率過程としてモデル化し、ライフサイクル費用を最小にする最適補修政策を求める数理モデルが数多く提案されている。特に、健全度を離散的な状態変数で記述するマルコフ決定モデル²⁾⁻⁵⁾は、劣化過程の記述が簡単であり、数多くの実用モデル⁶⁾⁻¹¹⁾が提案されている。伝統的なマルコフ決定モデルは、システムの劣化過程を表現するマルコフ推移確率を、初期時点からの経過時間に依存しない斉次マルコフ劣化モデルで表現し、定常的な最適補修政策を求めることを目的としている。このようなマルコフ決定モデルに関する研究は、ハザードモデルを用いて劣化過程を表現する方法¹²⁾⁻¹⁷⁾が開発されたことにより、実用化が急速に進展した。例えば、貝戸等は橋梁部材の劣化過程を表すマルコフ推移確率行列を多段階指数ハザードモデルを用いて推計する方法を提案し、平均費用を最小にする橋梁補修政策を求めるマルコフ決定モデルを提案している¹¹⁾。また、青木等は照明ランプで構成されるシステムを対象として、システム全体の点検・補修タイミングに関する補修政策を求める方法論^{18),19)}を提案している。しかし、本研究で対象とする臨海部に立地する空港施設のコンクリート舗装のマネジメント問題を考える場合、1) 空港地盤の不同沈下過程がコンクリート舗装の劣化過程に多大な影響を及ぼすこと、2) 空港舗装の劣化過程には、地盤の不同沈下過程やコンクリートの疲労破壊等、複数のリスクが介在すること、3) 空港施設の供用時点において、地盤沈下や空港舗装の劣化過程に関するモニタリング情報が存在しないことが問題となる。

空港地盤の沈下速度は、空港建設からの経過時間に依存して変化する。このため、空港舗装の劣化過程を定常的な斉次マルコフ劣化モデルで表現することは不可能である。青木等は、劣化速度が経過時間に依存するような非斉次マルコフ劣化モデルを定式化し、時間依存の補修政策を求める計画モデルを提案している^{15),20)}。しかし、空港舗装の場合、地盤の不同沈下過程が不確

実であり、不同沈下過程により舗装劣化過程を表すマルコフ推移確率が変化する。すなわち、地盤沈下リスク、コンクリート舗装の疲労破壊リスクという複数のリスクを同時に考慮した非斉次マルコフ決定モデルを開発することが必要となる。徐等は、複数リスクを考慮したマルコフ決定モデルを開発している²¹⁾。しかし、空港舗装の劣化過程は現地の地盤沈下特性に依存するため、舗装の劣化リスクが地盤沈下リスクの影響を受けるという特殊性を有している。このため、空港舗装の最適維持補修モデルを定式化するためには、複数リスクを考慮した非斉次マルコフ決定モデルを開発することが必要となる。筆者らの知る限り、複数リスクを考慮した非斉次マルコフ決定モデルに関する研究事例は見当たらない。さらに、契約段階では地盤沈下過程、舗装劣化過程に関するモニタリングデータが存在しない。そこで、下村らのハイブリッド劣化モデル^{1),22)}を用いて契約段階における非斉次マルコフ決定モデルを定式化するとともに、モニタリングデータに基づいて、最適維持補修モデルをベイズ更新し、補修政策を逐次修正する方法をシステム化する。すなわち、1) 複数リスクを考慮した非斉次マルコフ決定モデルを用いて最適維持補修モデルを定式化するとともに、2) モニタリングデータを用いて最適維持補修モデルをベイズ更新するという学習型方法論を提案する点に本研究の新規性があると考えられる。

なお、本研究で用いるハイブリッド劣化モデル^{1),22)}には新規性はないが、最適維持補修モデルの内容と密接に関係しており、読者の便宜を図るため必要な範囲の中でハイブリッド劣化モデルについても説明する。

(2) 維持管理契約の特性

空港舗装のアセットマネジメントにおいては、ライフサイクル費用の低減化^{23),24)}が図れる最適補修戦略を策定することが重要である。特に、空港の使用性の観点から、施設を長時間にわたり閉鎖して大規模補修を実施することは、多大な経済損失を招くことになる。このため、空港コンクリート舗装の設計にあたっては、長期間にわたって十分な耐久性を有する舗装構造を選定することが求められる。一方で、適切な維持管理を行い、設計供用期間中の耐久性を確保することも要請される。したがって、コンクリート舗装のアセットマネジメントを実施する上で、コンクリート舗装の劣化モデルを作成し、ライフサイクル費用や補修需要を推計することが重要な課題となっている^{25),26)}。

本研究では、空港舗装の所有者と維持管理業務を実施する事業者の間に性能規定型維持管理契約（以下、維持管理契約と呼ぶ）が締結され、事業者により、空港コンクリート舗装のアセットマネジメントが実施される

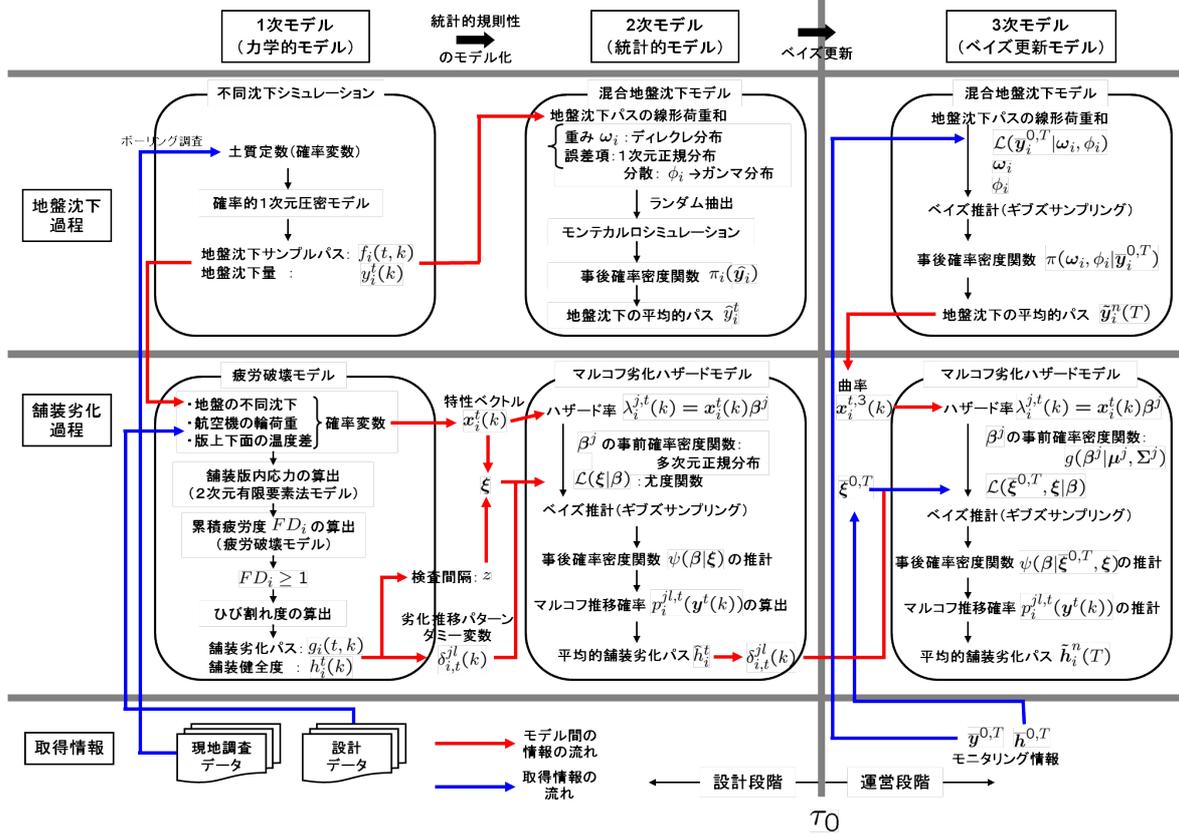


図-1 ハイブリッド劣化モデルの構造

問題をとりあげる。コンクリート舗装の構造は、すでに決定されており、考察の対象から除外する。さらに、契約期間を通じて、空港コンクリート舗装が維持すべき性能が規定されている。事業者は、コンクリート舗装が常に所与の性能規定を満足するように、維持補修を実施することが義務付けられている。また、維持管理契約では、每期における事業者の維持補修業務に対して一定額の対価が支払われる。それと同時に、コンクリート舗装が劣化した場合、大規模補修が実施される。大規模補修に関しても、事業者が実施しなければならず（維持管理契約の設計図書に含まれている）、契約期間全体を通じた大規模補修予算が規定されている。事業者は、大規模補修予算を契約期間内の各期間に最適に配分することにより、性能規定を満足する確率を最大にするように努力する。臨海部に建設された空港施設では、空港供用開始直後の期間において、地盤沈下リスクがライフサイクル費用に大きな影響を及ぼす。しかし、時間の経過とともに、地盤沈下過程は次第に減速し、安定的な状態に収束する。一方で、コンクリート舗装に作用する繰り返し荷重が累積するため、コンクリート舗装の疲労破壊リスクが大きくなる。このように、空港供用後、時間の経過に伴って、コンクリート舗装の劣化過程に影響を及ぼすリスク要因が変化していく。したがって、PFI 事業権契約の初期の段階では、地盤沈下リスクの管理が重要な課題となるが、後半に

なるほどコンクリート舗装の疲労破壊リスクに管理上の視点がシフトしていく。事業権契約の開始時点において、事業者はコンクリート舗装の維持補修計画を策定する。しかし、空港供用開始後、地盤沈下量のモニタリングデータに基づいて地盤沈下の予測結果を更新し、維持補修計画を逐次修正することにより再計画を策定することが重要である。空港供用後、一定の期間が経過すれば、コンクリート舗装の疲労破壊リスクが顕在化してくる。舗装健全度のモニタリングデータを用いて、舗装の劣化過程を表すマルコフ推移確率を補正するとともに、維持補修計画の見直しを行うことが求められる。地盤沈下、疲労破壊という多大なリスク要因にさらされている空港舗装マネジメントでは、1) 適切な初期モデルを用いた補修計画の策定と、2) モニタリングデータに基づいた補修計画のフォローアップを効率的に行うことによりライフサイクル費用のリスク管理を行う方法論が求められる。

(3) ハイブリッド劣化モデル

事業期間を建設段階、運用段階という2つの期間に分類する。建設段階においては、地盤沈下過程や舗装劣化過程に関する実績データが存在しないために、地盤沈下過程と舗装疲労過程を同時に考慮に入れて、コンクリート舗装の劣化過程を予測することが必要となる。筆者等は、力学的モデルと統計的モデルを融合し

た空港コンクリート舗装のハイブリッド劣化モデル¹⁾を提案している。ハイブリッド劣化モデルの基本構造を図-1に示す。同図には、ハイブリッド劣化モデルで用いる主要な定数、変数等を併記している。

ハイブリッド劣化モデルは、1) 力学的手法により地盤沈下過程、コンクリート舗装の疲労過程を予測する1次モデル、2) 1次モデルの予測結果を統計的劣化モデルとして表現した2次モデル、3) モニタリングデータを用いて、2次モデルをベイズ更新して作成した3次モデルで構成されている。1次モデルは、1) 地盤の不同沈下過程を予測する確率的1次元圧密モデル²⁷⁾、2) コンクリート舗装内に発生する応力状態を解析する2次元有限要素法モデル²²⁾、3) コンクリートの破壊確率曲線からコンクリート舗装の累積疲労度を算定する疲労破壊モデルという3つのサブモデルで構成されている。しかし、1次モデルを用いてライフサイクル費用評価を実施する場合、1) モデルの操作性に問題があり、膨大な計算時間が必要となる。2) シミュレーションで得られた膨大な分析結果に対して統計的処理を行うことが必要となる。3) 破壊確率曲線は、疲労破壊試験で得られた限られた実験サンプルを用いて経験的に作成された曲線であり、理論的基盤を持つ力学的モデルとはいえない。このように1次モデルは、分析精度が異なるサブシステムを連結したものであり、1次モデルの予測結果には多くの不確実性が介在する。本研究では、1次モデルに介在する不確実性のうち、土質条件に関しては、土質条件をランダムに変化させた1次元圧密モデルを用いて、多数の地盤沈下シナリオを発生させる。さらに、コンクリート舗装の疲労破壊に関する不確実性に関しては、航空機の走行時のばらつきを確率的に表現し、コンクリート舗装版の疲労破壊に関するサンプルパスを作成する。その上で、1次モデルを用いて発生した膨大な計算結果に含まれる統計的規則性を2次モデルを用いて表現している。さらに、運用段階では、地盤沈下量、コンクリート舗装の健全度に関するモニタリングデータが入手可能となる。そこで、新しく得られたモニタリングデータを用いて、2次モデルをベイズ更新した3次モデルを作成する。3次モデルを用いることにより、その時点以降における地盤沈下過程、舗装劣化過程の予測精度を向上することができる。

(4) 最適維持補修モデルの役割

本研究で対象とする空港コンクリート舗装に関するPFI事業権契約では、契約期間、および契約期末において空港コンクリート舗装が満足すべき性能が規定されている。さらに、契約期間を通じた大規模補修予算が契約により規定されており、事業者は補修予算の中で性能規定を満足するように空港舗装コンクリートを

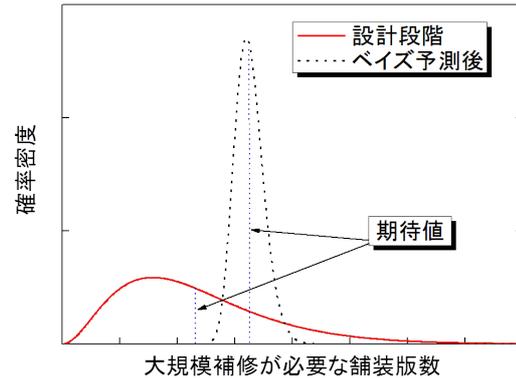


図-2 ベイズ更新の効果

維持管理することが求められる。事業者は契約期間内におけるライフサイクル費用を最小にする維持補修政策を適用し、契約期間末における補修費用超過リスクを可能な限り抑制する必要がある。

本研究では、コンクリート舗装の性能規定に関する制約条件の下で、期待ライフサイクル費用を最小にする最適補修政策を求める最適維持補修モデルを、複数リスクを考慮した確率動的計画モデルとして定式化する。その際、混合地盤沈下モデルを用いて地盤沈下パスの確率分布を表現するとともに、ハイブリッド劣化モデルを用いて舗装劣化過程を地盤沈下パスに依存した非斉次マルコフ過程として記述する。初期時点では、ハイブリッド劣化モデルで作成した統計的予測モデル(2次モデル)を用いて、最適維持補修モデルを定式化する。運用段階では、モニタリングデータを用いてベイズ更新した3次モデルを用いて、最適維持補修モデルを更新し、維持補修計画の内容を更新していくことになる。図-2は、空港供用開始時点において求めた最適補修政策を用いて、計画期間内の目標時点において大規模補修が必要となる舗装版数の確率分布を求めた結果を例示している。前述したように、運用段階では、モニタリングデータを用いて、地盤沈下過程、舗装劣化過程の予測精度を向上できる。図-2には、運用段階で新しく獲得したモニタリングデータを用いて、目標時点における補修需要分布を再推計した結果も併せて例示している。非斉次マルコフモデルをベイズ更新した結果、予測精度が向上し、目標時点における補修需要の分散が小さくなっている。しかし、同図の場合、ベイズ予測された補修需要の期待値が、空港供用時点における期待値よりも上回っており、ライフサイクル費用が当初の計画より増加している。したがって、ベイズ更新された予測結果に基づいて、将来の補修計画を修正することが必要となる。

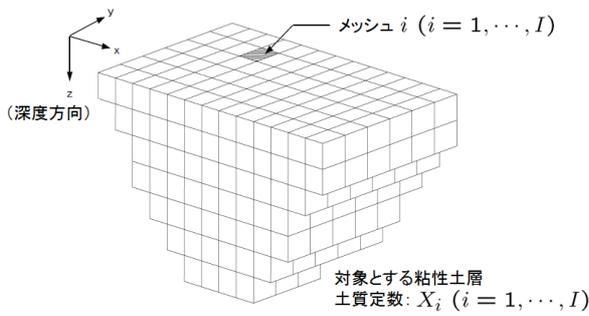


図-3 地盤のモデル化

3. 最適維持補修モデルの定式化

(1) 前提条件

PFI 事業者がカレンダー時刻 τ_0 に空港施設を建設し、事業権契約期間を通じて空港コンクリート舗装を管理する問題を考える。カレンダー時刻 τ_0 を初期時点 $t = 0$ とする離散時間軸 $t = 0, 1, 2, \dots, \bar{T}$ を導入する。 \bar{T} は事業権契約の最終期である。時間間隔として1年間を想定する。対象とする舗装区域を図-3に示すように、合計 I 個の平面メッシュに分割する。各メッシュは、コンクリート舗装版に対応しており、メッシュ単位で地盤沈下量と舗装劣化の予測が実施される。また、各離散時刻における地盤沈下量を連続的な状態変数 y_i^t ($i = 1, \dots, I; t = 0, \dots, \bar{T}$) を用いて表現する。ただし、事前の地盤工学的検討²⁷⁾により、本研究の適用事例としてとりあげた臨海部空港では部分的な隆起が生起しないことが設計図書で指摘されており、 $y_i^t \geq 0$ かつ、 $y_i^0 \leq \dots \leq y_i^t \leq \dots \leq y_i^{\bar{T}}$ が成立すると仮定する。一方、メッシュ i の舗装健全度を離散的な状態変数 $h_i^t = j$ ($i = 1, \dots, I; t = 0, \dots, \bar{T}$) で表現する。レーティング j ($j = 1, \dots, J$) は、 j の値が大きくなるほど劣化が進展していることを意味している。 $h_i^t = J$ の場合は、舗装が使用限界に到達していることを意味し、直ちに補修が実施される。

(2) 地盤の沈下過程

地盤の確率的沈下過程を、混合地盤沈下モデル²²⁾を用いて表現する。いま、1次モデルを用いて、メッシュ i ($i = 1, \dots, I$) の時点 t ($t = 0, \dots, \bar{T}$) における地盤沈下量を表す K 個の地盤沈下サンプルパス $f_i(t, k)$ ($k = 1, \dots, K$) が得られたと考える。地盤沈下サンプルパスは、確率的1次元圧密モデルを用いて計算した地盤沈下過程であり、添字 k ($k = 1, \dots, K$) は地盤沈下サンプルパスのサンプル番号を表す。混合地盤沈下モデルは、現実の地盤沈下量を、地盤沈下サンプルパスの荷

重和

$$y_i^t = \sum_{k=1}^K \omega_i(k) f_i(t, k) + \varepsilon_i \quad (1)$$

として表現できる。ここに、 ε_i は、測定誤差を表す確率変数であり、互いに独立な1次元正規分布 $\mathcal{N}(0, \sigma_i^2)$ に従うと仮定する。また、 $\omega_i(k)$ は、地盤沈下サンプルパス k に対して割り当てられた重みであり、 $\sum_{k=1}^K \omega_i(k) = 1$ ($i = 1, \dots, I$) が成立する。各サンプルパスに割り付けられる重み係数が一意的に決定されるためには混合地盤沈下モデルを構成するサンプルパスが互いに独立でなければならない。混合地盤沈下モデル (1) の重み $\omega_i(k)$ ($k = 1, \dots, K$) は、その総和が1になるように確率分布する。このような確率分布をディリクレ分布

$$D(\omega_i | \alpha) = \Psi(\alpha) \prod_{k=1}^K \{\omega_i(k)\}^{\alpha_k - 1} \quad (2)$$

$$\Psi(\alpha) = \frac{\Gamma(\sum_{k=1}^K \alpha_k)}{\prod_{k=1}^K \Gamma(\alpha_k)}$$

を用いて表現する。ただし、 $\Gamma(\cdot)$ はガンマ関数であり、 $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_K)$ は定数パラメータベクトルである。また、分散パラメータ $\phi_i = \sigma_i^{-2}$ がガンマ分布

$$g(\phi_i | \zeta, \gamma) = \frac{\gamma^\zeta}{\Gamma(\zeta)} \phi_i^{\zeta - 1} \exp(-\gamma \phi_i) \quad (3)$$

に従うと考える。 ζ, γ は定数パラメータである。この時、メッシュ i の地盤沈下サンプルパス $\hat{y}_i = (\hat{y}_i^0, \dots, \hat{y}_i^{\bar{T}})$ が生起する確率密度関数 $\pi_i(\hat{y}_i)$ は、

$$\pi_i(\hat{y}_i) \propto \phi_i^{\zeta - 1/2} \prod_{k=1}^K \hat{\omega}_i(k)^{\alpha_k - 1} \exp \left[-\phi_i \left\{ \gamma + \frac{1}{2} \hat{\varepsilon}_i^2 \right\} \right] \quad (4)$$

と表される。ただし、 $\hat{\varepsilon}_i = \hat{y}_i^t - \sum_{k=1}^K \hat{\omega}_i(k) f_i(t, k)$ ($i = 1, \dots, I; t = 0, \dots, \bar{T}$) である。記号「 $\hat{\cdot}$ 」は地盤沈下サンプルパスデータであることを意味する。

(3) 舗装の劣化過程

t 期から $t+1$ 期の間におけるコンクリート舗装版の健全度の推移確率を、マルコフ推移確率で表す。コンクリート舗装の劣化過程は、地盤沈下過程の影響を受ける。いま、全平面メッシュに関する地盤沈下サンプルパス $\hat{y} = (\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_I)$ が与えられると仮定する。サンプルパス群に対して、時間断面 t における各平面メッシュの地盤沈下量を表した地盤沈下量ベクトル $\hat{y}^t = (\hat{y}_1^t, \dots, \hat{y}_I^t)$ を定義する。メッシュ i の舗装の劣化過程は、そのメッシュの地盤沈下量だけでなく、当該メッシュ周辺の地盤沈下パターンにも依存すると考える。表記の便宜上、期間 $[t, t+1)$ のマルコフ推移確率は、 t 期における地盤沈下量ベクトル \hat{y}^t の関数として表現する。地盤沈下サンプルパス \hat{y} の下で、メッシュ i ($i = 1, \dots, I$) に対して定義されるマルコフ推移確率は、 t 期で評価された健

全度 $h_i^t(\hat{\mathbf{y}}^t) = j$ を与件とし, 次の $t+1$ 期において健全度 $h_i^{t+1}(\hat{\mathbf{y}}^t) = l$ が生起する条件付確率

$$\text{Prob}[h_i^{t+1}(\hat{\mathbf{y}}^t) = l | h_i^t(\hat{\mathbf{y}}^t) = j] = p_i^{j,l,t}(\hat{\mathbf{y}}^t) \quad (5)$$

として定義できる. ただし, 期間 $[t, t+1)$ 中は, 地盤沈下量は $\hat{\mathbf{y}}^t$ のまま一定であると仮定する. マルコフ推移確率をマルコフ劣化モデル¹²⁾を用いて表現する. そのために, t 期におけるメッシュ i の健全度 j ($j = 1, \dots, J-1$) のハザード率²⁸⁾⁻³¹⁾ $\lambda_i^{j,t}(\hat{\mathbf{y}}^t)$ を

$$\lambda_i^{j,t}(\hat{\mathbf{y}}^t) = \hat{\mathbf{x}}_i^t \boldsymbol{\beta}^j \quad (6)$$

と表す. ただし, $\hat{\mathbf{x}}_i^t = (\hat{x}_{i,1}^t, \dots, \hat{x}_{i,Q}^t)$ は, 説明変数ベクトルであり, その中に t 期の地盤沈下量 $\hat{\mathbf{y}}^t$ に関わる変数を含んでいる. $\boldsymbol{\beta}^j = (\beta_1^j, \dots, \beta_Q^j)'$ は未知パラメータベクトルである. 記号 l は転置を表す. ハザード率 $\lambda_i^{j,t}(\hat{\mathbf{y}}^t)$ は, 期間 $[t, t+1)$ の期間長に対して定義されている. このとき, t 期において健全度が j であり, $t+1$ 期においても健全度 j が継続する確率は,

$$p_i^{j,j,t}(\hat{\mathbf{y}}^t) = \exp\{-\lambda_i^{j,t}(\hat{\mathbf{y}}^t)\} \quad (7)$$

となる. さらに, t 期と $t+1$ 期の間で健全度が j から l ($l > j$) に推移するマルコフ推移確率 $p_i^{j,l,t}(\hat{\mathbf{y}}^t)$ ($j = 1, \dots, J-1; l = j, \dots, J$) は,

$$\begin{aligned} p_i^{j,l,t}(\hat{\mathbf{y}}^t) &= \text{Prob}[h_i^{t+1}(\hat{\mathbf{y}}^t) = l | h_i^t(\hat{\mathbf{y}}^t) = j] \\ &= \sum_{m=j}^l \prod_{s=j}^{m-1} \frac{\lambda_i^{st}}{\lambda_i^{st} - \lambda_i^{mt}} \prod_{s=m}^{l-1} \frac{\lambda_i^{st}}{\lambda_i^{s+1,t} - \lambda_i^{mt}} \exp(-\lambda_i^{mt}) \\ &\quad (j = 1, \dots, J-1; l = j+1, \dots, J) \end{aligned} \quad (8)$$

と表すことができる¹²⁾. ただし, $\lambda_i^{j,t} = \lambda_i^{j,t}(\hat{\mathbf{y}}^t)$ である. また, 表記上の規則として,

$$\begin{cases} \prod_{s=j}^{m-1} \frac{\lambda_i^{st}}{\lambda_i^{st} - \lambda_i^{mt}} = 1 & (m = j \text{ の時}) \\ \prod_{s=m}^{l-1} \frac{\lambda_i^{st}}{\lambda_i^{s+1,t} - \lambda_i^{mt}} = 1 & (m = l \text{ の時}) \end{cases}$$

が成立すると考える. さらに, 表記の便宜上,

$$\begin{aligned} &\prod_{s=j, \neq m}^{l-1} \frac{\lambda_i^{st}}{\lambda_i^{st} - \lambda_i^{mt}} \exp(-\lambda_i^{mt}) \\ &= \prod_{s=j}^{m-1} \frac{\lambda_i^{st}}{\lambda_i^{st} - \lambda_i^{mt}} \prod_{s=m}^{l-1} \frac{\lambda_i^{st}}{\lambda_i^{s+1,t} - \lambda_i^{mt}} \exp(-\lambda_i^{mt}) \end{aligned}$$

と簡略化する. また, $p_i^{j,J,t}(\hat{\mathbf{y}}^t)$ に関しては, マルコフ推移確率の条件より次式で表せる.

$$p_i^{j,J,t}(\hat{\mathbf{y}}^t) = 1 - \sum_{l=j}^{J-1} p_i^{j,l,t}(\hat{\mathbf{y}}^t) \quad (j = 1, \dots, J-1) \quad (9)$$

以上の推移確率を用いれば, 期間 $[t, t+1)$ で定義される条件付確率 (5) を要素とするマルコフ推移行列を

$$P_i^t(\hat{\mathbf{y}}^t) = \begin{pmatrix} p_i^{11,t}(\hat{\mathbf{y}}^t) & \cdots & p_i^{1J,t}(\hat{\mathbf{y}}^t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & p_i^{JJ,t}(\hat{\mathbf{y}}^t) \end{pmatrix} \quad (10)$$

と定義することができる. この時, 地盤沈下サンプルパス上における t 期までの地盤沈下の履歴

を $\hat{\mathbf{y}}^{0,t} = (\hat{\mathbf{y}}^0, \dots, \hat{\mathbf{y}}^t)$ と表す. メッシュ i ($i = 1, \dots, I$) の t 期における健全度の確率分布 $\mathbf{m}_i^t(\hat{\mathbf{y}}^{0,t}) = \{m_i^{1,t}(\hat{\mathbf{y}}^{0,t}), \dots, m_i^{J,t}(\hat{\mathbf{y}}^{0,t})\}$ は,

$$\mathbf{m}_i^t(\hat{\mathbf{y}}^{0,t}) = \mathbf{m}_i^0 \prod_{k=0}^{t-1} P_i^k(\hat{\mathbf{y}}^k) \quad (11)$$

と表される. ただし, $\mathbf{m}_i^0 = (1, 0, \dots, 0)$ である.

(4) 劣化・補修過程

いま, ある地盤沈下サンプルパス $\hat{\mathbf{y}}$ に着目する. t 期の期首におけるメッシュ i のコンクリート舗装版の状態を $(h_i^t, \hat{\mathbf{y}}^t)$ と表す. t 期に補修が実施される場合には, t 期の期首に直ちに補修が実施され, コンクリート舗装版の健全度が j_i^t ($j_i^t \leq h_i^t$) に回復する. 期間 $[t, t+1)$ の間, 地盤沈下量はすべての平面メッシュにおいて一定値 $\hat{\mathbf{y}}^t$ に留まると仮定する. 当該期間中に, コンクリート舗装は, マルコフ推移確率行列 $\mathbf{p}_i^t(\hat{\mathbf{y}}^t)$ に従って推移する. その結果, $t+1$ 期の期首にモニタリングが実施され, 平面メッシュ i の状態が $(h_i^{t+1}, \hat{\mathbf{y}}^{t+1})$ に推移したとしよう. この時, 期間 $[t, t+1)$ の間に, コンクリート舗装版の状態は, 最終的に $(h_i^t, \hat{\mathbf{y}}^t)$ から, $(h_i^{t+1}, \hat{\mathbf{y}}^{t+1})$ に推移する. このように舗装の補修アクションが実施された結果として実現するコンクリート舗装の健全度の推移過程を劣化・補修過程と呼ぶ.

t 期の期首において実施されるコンクリート舗装の補修政策 $s \in S$ を, 平面メッシュ i の健全度 $(h_i^t, \hat{\mathbf{y}}^t)$ に対して実施すべき補修アクションを指定する関数を用いて定義する. 補修政策は有限個存在し, S は補修政策の集合である. 補修政策 $s \in S$ の下で, 地盤沈下状態 $\hat{\mathbf{y}}^t$ が実現した時に t 期に実施される平面メッシュ i の補修アクション $\xi_i^{st}(\hat{\mathbf{y}}^t)$ を, 補修アクション実施後の健全度 $\xi_i^{st}(h_i^t, \hat{\mathbf{y}}^t) \in \Xi_i(h_i^t, \hat{\mathbf{y}}^t)$ を用いて,

$$\xi_i^{st}(\hat{\mathbf{y}}^t) = \begin{pmatrix} \xi_i^{st}(1, \hat{\mathbf{y}}^t) \\ \vdots \\ \xi_i^{st}(J, \hat{\mathbf{y}}^t) \end{pmatrix} \quad (12)$$

と定義する. ただし, $\Xi_i(h_i^t, \hat{\mathbf{y}}^t)$ は平面メッシュ i の状態 $(h_i^t, \hat{\mathbf{y}}^t)$ に対して定義される補修アクションの集合である. 補修政策 s の下で t 期における平面メッシュ i の状態 $(h_i^t, \hat{\mathbf{y}}^t)$ に対して補修アクション $\xi_i^{st}(h_i^t, \hat{\mathbf{y}}^t)$ を採用した場合の補修費用を $c_i^s(h_i^t, \hat{\mathbf{y}}^t)$ と表す.

平面メッシュ i の補修政策 $s \in S$ を実施した場合の健全度の推移確率行列を定義する. 補修政策 s に基づくアクション内容は平面メッシュの状態 $(h_i^t, \hat{\mathbf{y}}^t)$ に対して, アクション実施後の健全度 j_i^t を対応させる関数 $\xi_i^{st}(h_i^t, \hat{\mathbf{y}}^t)$ を用いて記述される. いま, 平面メッシュ i が状態 $(h_i^t, \hat{\mathbf{y}}^t)$ の時に補修政策 s を適用した場合, 平面

メッシュ*i*の健全度の推移確率は,

$$q_i^{h_i^t, j, st}(\hat{\mathbf{y}}^t) = \begin{cases} 1 & \xi_i^{st}(h_i^t, \hat{\mathbf{y}}^t) = j \text{ の時} \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \quad (13)$$

$$(h_i^t = 1, \dots, J; j = 1, \dots, h_i^t)$$

と表される。すなわち、補修が実施された後の健全度(補修が実施されない場合は元の健全度)に確率1で推移する。以上の推移確率を推移確率行列 $Q_i^{st}(\hat{\mathbf{y}}^t)$ として整理することにより,

$$Q_i^{st}(\hat{\mathbf{y}}^t) = \begin{pmatrix} q_i^{11, st}(\hat{\mathbf{y}}^t) & 0 & \dots & 0 \\ q_i^{21, st}(\hat{\mathbf{y}}^t) & q_i^{22, st}(\hat{\mathbf{y}}^t) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_i^{J1, st}(\hat{\mathbf{y}}^t) & q_i^{J2, st}(\hat{\mathbf{y}}^t) & \dots & q_i^{JJ, st}(\hat{\mathbf{y}}^t) \end{pmatrix} \quad (14)$$

を得る。健全度 J である場合、直ちに補修されるため常に $q_i^{JJ, st}(\hat{\mathbf{y}}^t) = 0$ が成立する。この場合、補修ルール s の下で、 t 期のモニタリング後の状態 $(h_i^t, \hat{\mathbf{y}}^t)$ から、補修アクションを実施し、 $t+1$ 期の期首におけるモニタリング実施後の状態 $(h_i^{t+1}, \hat{\mathbf{y}}^{t+1})$ に推移する確率を表す推移確率行列 $P_i^{st}(\hat{\mathbf{y}}^t)$ は,

$$P_i^{st}(\hat{\mathbf{y}}^t) = Q_i^{st}(\hat{\mathbf{y}}^t) P_i^t(\hat{\mathbf{y}}^t) \quad (15)$$

と表される。ただし、推移確率行列 $P_i^{st}(\hat{\mathbf{y}}^t)$ は,

$$P_i^{st}(\hat{\mathbf{y}}^t) = \begin{pmatrix} p_i^{11, st}(\hat{\mathbf{y}}^t) & p_i^{12, st}(\hat{\mathbf{y}}^t) & \dots & p_i^{1J, st}(\hat{\mathbf{y}}^t) \\ p_i^{21, st}(\hat{\mathbf{y}}^t) & p_i^{22, st}(\hat{\mathbf{y}}^t) & \dots & p_i^{2J, st}(\hat{\mathbf{y}}^t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_i^{J1, st}(\hat{\mathbf{y}}^t) & p_i^{J2, st}(\hat{\mathbf{y}}^t) & \dots & p_i^{JJ, st}(\hat{\mathbf{y}}^t) \end{pmatrix} \quad (16)$$

である。この時に、各期における健全度の相対的頻度分布は、式(15)を用いて

$$m_i^{st}(\hat{\mathbf{y}}^{0,t}) = m_i^0 \prod_{k=0}^{t-1} P_i^{sk}(\hat{\mathbf{y}}^k) \quad (17)$$

と表現できる。ただし、 $\hat{\mathbf{y}}^{0,t} = (\hat{\mathbf{y}}^0, \dots, \hat{\mathbf{y}}^t)$ は、 t 期までの地盤沈下サンプルパスデータを表す。

(5) 最適維持補修モデル

いま、 t 期のモニタリングの結果、平面メッシュ*i*の状態が (h_i^t, \mathbf{y}^t) であったと考える。補修政策 s の下で t 期における平面メッシュ*i*の状態 (h_i^t, \mathbf{y}^t) に対して補修アクション $\xi_i^{st}(h_i^t, \mathbf{y}^t)$ を採用した場合の補修費用を $c_i^s(h_i^t, \mathbf{y}^t)$ と表す。平面メッシュ*i*の健全度が h_i^t から $\xi_i^{st}(h_i^t, \mathbf{y}^t) = j$ に改善される場合には補修費用 $c_i^s(h_i^t, \mathbf{y}^t) = c_{h_i^t, j}$ が必要となる。すなわち、 $\xi_i^{st}(h_i^t, \mathbf{y}^t) = j$ の時、 $c_i^s(h_i^t, \mathbf{y}^t) = c_{h_i^t, j}$ が成立する。

補修を実施しない場合には $c_i^s(h_i^t, \mathbf{y}^t) = 0$ となる。補修費用は任意の $j \leq h_i^t \leq J; j = 1, \dots, J$ に対して条件

$$c_{jj} \leq \dots \leq c_{h_i^t, j} \leq \dots \leq c_{Jj} \quad (18)$$

を満足すると仮定する。条件(18)は劣化が進行したメッシュほど、同一の健全度に回復させるための補修費用が大きくなることを意味する。

事業者は、契約期間 $[0, \bar{T}]$ における期待ライフサイクル費用の最小化を図る。初期時点で達成可能なメッシュ*i*の期待ライフサイクル費用の最小値 $V_i^0(1, \mathbf{y}^0)$ は

$$V_i^0(1, \mathbf{y}^0) = \min_{s \in S} \left\{ E \left[\sum_{t=0}^{\bar{T}} \gamma^t c_i^s(h_i^t, \mathbf{y}^t) \right] \right\} \quad (19)$$

と表される。ただし、 γ^t は t 期における割引因子である。また、 h_i^t, \mathbf{y}^t は、それぞれ t 期の舗装健全度、および地盤沈下量であり確率変数である。記号 $E[\cdot]$ は、地盤沈下過程、および舗装の劣化・補修過程に関する期待値操作を表す。性能規定型維持管理契約では、契約期間全体を通じて、補修アクション実施後の健全度 j_i^t ($t = 1, \dots, \bar{T}$) が、性能水準に関する制約条件

$$j_i^t < J \quad (t = 1, \dots, \bar{T} - 1), \quad j_i^{\bar{T}} \leq Z \quad (20)$$

を満足しなければならない。ただし、 Z は契約終了時点における性能基準を表す。したがって、最適維持補修モデルは次式で表される。

$$\min_{s \in S} \left\{ E \left[\sum_{t=0}^{\bar{T}} \gamma^t c_i^s(h_i^t, \mathbf{y}^t) \right] \right\} \quad (21a)$$

$$\text{subject to 式(20)} \quad (21b)$$

$$(i = 1, \dots, I)$$

4. 最適維持補修モデルの解法

(1) 最適値関数の導出

最適維持補修モデル(21a),(21b)を再帰的に定義する。いま、 t 期の状態変数 (h_i^t, \mathbf{y}^t) を与件と考える。 t 期以降に最適補修政策を適用した場合に実現する期待ライフサイクル費用の当該期価値は、最適値関数

$$V_i^t(h_i^t, \mathbf{y}^t) = \min_{\xi_i^{st}(h_i^t, \mathbf{y}^t) \in \Xi_i(h_i^t, \mathbf{y}^t)} \left\{ c_i^s(h_i^t, \mathbf{y}^t) + \gamma E^s [V_i^{t+1}(h_i^{t+1}, \mathbf{y}^{t+1})] \right\} \quad (22)$$

を用いて定義される。ただし、 γ は1期後の割引因子である。 $E^s[\cdot]$ は補修政策 $s \in S$ の下で実現する地盤沈下、舗装劣化過程に関する期待値操作を表す。また、状態変数 (h_i^t, \mathbf{y}^t) の下での補修アクション集合 $\Xi_i(h_i^t, \mathbf{y}^t)$ に含まれる補修アクションは、すべて制約条件(20)を満足すると考える。さらに、初期時点で評価した契約期間にわたる期待ライフサイクル費用の現在価値は、最

適値関数 $V_i^0(1, \mathbf{y}^0)$ を用いて,

$$V_i^0(1, \mathbf{y}^0) = \min_{\xi_i^{s^0}(1, \mathbf{y}^0) \in \Xi_i(1, \mathbf{y}^0)} \left\{ c_i^s(1, \mathbf{y}^0) + \gamma E^s [V_i^1(h_i^1, \mathbf{y}^1)] \right\} \quad (23)$$

と定義できる. 式(22),(23)において, 地盤沈下量および空港コンクリート舗装の劣化過程に不確実性が介在している. 最適値関数(23)を求めるためには, これら2種類のリスクに関して最適値関数 $V_i^1(h_i^1, \mathbf{y}^1)$ の期待値を評価することが必要となる. まず, 地盤沈下量に関するリスクに着目する. 混合地盤沈下モデル(1),(4)を用いて, 地盤沈下サンプルパスをランダムに発生させる. サンプルパスの発生方法の詳細は参考文献22)に譲る. I 個のメッシュに対して定義された地盤沈下サンプルパスの組に対して, サンプルパスの添字 g を割り当てる. 地盤沈下過程に関して合計 L 組のサンプルパスを発生させれば, 式(23)を

$$V_i^0(1, \mathbf{y}^0) = \frac{1}{L} \sum_{g=1}^L \min_{\xi_i^{s^0}(1, \hat{\mathbf{y}}^{g0}) \in \Xi_i(1, \hat{\mathbf{y}}^{g0})} \left\{ c_i^s(1, \hat{\mathbf{y}}^{g0}) + \gamma E^{s^0} [V_i^{g1}(h_i^1, \hat{\mathbf{y}}^{g1})] \right\} \quad (24)$$

と書き換えることができる. ここに, $V_i^{g1}(h_i^1, \hat{\mathbf{y}}^{g1})$ はサンプルパス g 上で定義される第1期における最適値関数を表す. また, 記号 $E^{s^0}[\cdot]$ は, 地盤沈下サンプルパスの下で補修政策 $s \in S$ を適用した時に実現する舗装の劣化過程に関する期待値操作を表す. 地盤沈下過程がサンプルパス g に従って推移すると考え, サンプルパス g を与件とした部分問題を考える. サンプルパス g を与件とした部分問題における t 期の最適値関数 $V_i^{gt}(h_i^t, \hat{\mathbf{y}}^{gt})$ は,

$$V_i^{gt}(h_i^t, \hat{\mathbf{y}}^{gt}) = \min_{\xi_i^{st}(h_i^t, \hat{\mathbf{y}}^{gt}) \in \Xi_i(h_i^t, \hat{\mathbf{y}}^{gt})} \left\{ c_i^s(h_i^t, \hat{\mathbf{y}}^{gt}) + \gamma E^{s^0} [V_i^{g,t+1}(h_i^{t+1}, \hat{\mathbf{y}}^{g,t+1})] \right\} \quad (25)$$

と定義できる. つぎに, コンクリート舗装の劣化過程のリスクに着目する. $V_i^{g,t+1}(h_i^{t+1}, \hat{\mathbf{y}}^{g,t+1})$ は, $t+1$ 期に平面メッシュ i の状態が $(h_i^{t+1}, \hat{\mathbf{y}}^{g,t+1})$ であり, $t+1$ 期以降に, サンプルパス g 上で最適補修政策 s^* を適用することにより達成できる $t+1$ 期以降の最適期待ライフサイクル費用の当該期価値を表している. さらに,

$$E^{s^0} [V_i^{g,t+1}(h_i^{t+1}, \hat{\mathbf{y}}^{g,t+1})] = \sum_{h_i^{t+1}=1}^J p_i^{h_i^t, h_i^{t+1}, st}(\hat{\mathbf{y}}^{gt}) V_i^{g,t+1}(h_i^{t+1}, \hat{\mathbf{y}}^{g,t+1}) \quad (26)$$

と表現されることに留意する. したがって, 式(25)は,

$$V_i^{gt}(h_i^t, \hat{\mathbf{y}}^{gt}) = \min_{\xi_i^{st}(h_i^t, \hat{\mathbf{y}}^{gt}) \in \Xi_i(h_i^t, \hat{\mathbf{y}}^{gt})} \left\{ c_i^s(h_i^t, \hat{\mathbf{y}}^{gt}) + \gamma \sum_{h_i^{t+1}=1}^J p_i^{h_i^t, h_i^{t+1}, st}(\hat{\mathbf{y}}^{gt}) V_i^{g,t+1}(h_i^{t+1}, \hat{\mathbf{y}}^{g,t+1}) \right\} \quad (27)$$

と書き換えることができる. ここで, 推移確率 $p_i^{h_i^t, h_i^{t+1}, st}(\hat{\mathbf{y}}^{gt})$ はサンプルパス g 上における補修政策 s の下で補修アクション $\xi_i^{st}(h_i^t, \hat{\mathbf{y}}^{gt})$ に対応して定義される推移確率であり, 式(15)で定義される推移確率行列 $P_i^{st}(\hat{\mathbf{y}}^{gt})$ の第 (h_i^t, h_i^{t+1}) 要素に該当する.

最適維持補修モデルでは, まず混合地盤沈下モデル(1),(4)を用いて, 地盤沈下サンプルパスをランダムに発生させる. 地盤沈下過程に関して合計 L 本のサンプルパスが得られたと考え, その中からあるサンプルパス g をとりあげる. サンプルパス g 上で定義される再帰方程式(27)は, 通常確率動的計画問題の再帰方程式に他ならない. \bar{T} 期における終端条件を用いて, 再帰方程式(27)を後ろ向きに解くことができる. 契約終了期において,

$$V_i^{g\bar{T}}(h_i^{\bar{T}}, \hat{\mathbf{y}}^{g\bar{T}}) = \begin{cases} 0 & (h_i^{\bar{T}} = 1, \dots, Z) \\ c_{h_i^{\bar{T}}, j_i^{\bar{T}}} & (h_i^{\bar{T}} = Z+1, \dots, J) \end{cases} \quad (28)$$

が成立する. ただし, $c_{h_i^{\bar{T}}, j_i^{\bar{T}}}$ は性能基準 $j_i^{\bar{T}} \leq Z$ を満たすために必要な補修費用である. さらに, t 期の最適化問題は, 再帰的に式(27)で表される. 以上のプロセスを第0期まで繰り返す. この時, 地盤沈下サンプルパス g 上における第0期の最適値関数は

$$V_i^{g0}(1, \hat{\mathbf{y}}^{g0}) = c_i^{s^*}(1, \hat{\mathbf{y}}^{g0}) + \gamma E^{s^*} [V_i^{g1}(h_i^1, \hat{\mathbf{y}}^{g1})] \quad (29)$$

と表すことができる. 最適値関数 $V_i^{g0}(1, \hat{\mathbf{y}}^{g0})$ は, 地盤沈下サンプルパス g を既知として求めたものである. しかし, 0期の期首において, 地盤沈下過程は未知であり, 将来時点で起こりえる地盤沈下過程の不確実性を考慮することが必要となる. すなわち, 第0期の期首で評価した期待ライフサイクル費用は, 次式で表される.

$$V_i^0(1, \mathbf{y}^0) = \frac{1}{L} \sum_{g=1}^L V_i^{g0}(1, \hat{\mathbf{y}}^{g0}) \quad (30)$$

(2) 最適実行政策の導出

地盤沈下過程に不確実性が存在するため, 各時点において将来生じうる地盤沈下サンプルパスは無限に存在する. しかし, 時間の経過とともに, 地盤沈下量が確定していき, 契約時点の終了期には, 契約期間中に実現した各期の空港コンクリート舗装の(維持補修政策を実施する直前の)健全度と地盤沈下量の流列 $(\bar{h}_i^t, \bar{\mathbf{y}}^t)$, ($t = 0, \dots, \bar{T}$) が確定する. このように現実に実現した地盤沈下量, 健全度に対して各期ごとに求めた最適政策を最適実行政策と呼び $\bar{\xi}^{s^*t}(h_i^t, \bar{\mathbf{y}}^t)$ と表す.

いま, 契約時点から一定期間が経過し, t ($0 < t < \bar{T}$) 期の状態変数 $(\bar{h}_i^t, \bar{\mathbf{y}}^t)$ が確定したとする. この時, t 期

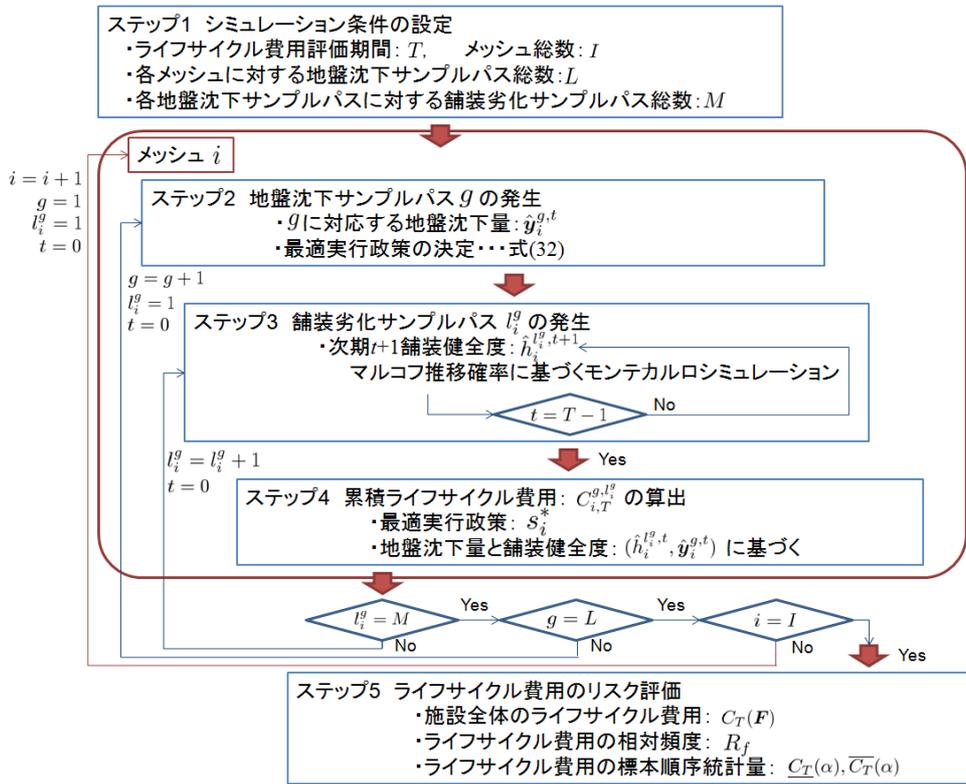


図-4 ライフサイクル費用のリスク評価手順

の最適実行政策 $\bar{\xi}_i^{s^*t}(\bar{h}_i^t, \bar{y}^t)$ は、最適化問題

$$V_i^t(\bar{h}_i^t, \bar{y}^t) = \frac{1}{L} \sum_{g^t=1}^L \min_{\xi_i^{s^*t}(\bar{h}_i^t, \bar{y}^t) \in \Xi_i(\bar{h}_i^t, \bar{y}^t)} \left\{ c_i^s(\bar{h}_i^t, \bar{y}^t) + \gamma E^{s^o} \left[V_i^{g^t, t+1}(\bar{h}_i^{t+1}, \bar{y}^{g^t, t+1}) \right] \right\} \quad (31)$$

を解くことにより求まる。ただし、 g^t は t 期を起点として発生させた地盤沈下サンプルパスを意味しており、その作成方法は参考文献 22) に示している。また、初期時点における最適実行政策は、問題 (23) の最適解として与えられる。問題 (31) は、 t 期における状態変数 \bar{h}_i^t, \bar{y}^t に関する情報を与件とした確率動的計画問題であり、4.(1) で示した方法で解くことができる。すなわち、各期の最適実行政策は、最適化問題はその期における状態変数 (\bar{h}_i^t, \bar{y}^t) に依存した状況依存的ルール $\bar{\xi}_i^{s^*t}(\bar{h}_i^t, \bar{y}^t)$ として定義される。初期時点から時間が経過するにつれて、各メッシュの舗装健全度と地盤沈下量の系列 $(\bar{h}_i^t, \bar{y}^t), (t=0, \dots, \bar{T})$ が確定していく。それと対応して、最適実行政策の系列 $\bar{\xi}_i^{s^*t}(\bar{h}_i^t, \bar{y}^t) (t=0, \dots, \bar{T})$ が事後的に確定する。

(3) ライフサイクル費用のリスク評価

最適値関数 $V^0(\mathbf{1}, \mathbf{y}^0) = \sum_{i=1}^I V_i^0(\mathbf{1}, \mathbf{y}^0)$ は、初期時点において評価したライフサイクル費用の期待値を表す。プロジェクトリスクマネジメントの観点からは、ライフサイクル費用の確率分布 (リスク) を求めることが望ま

しい。最適補修モデル (23) を解くだけでは初期時点における期待ライフサイクル費用の割引現在価値が求まるだけであり、ライフサイクル費用リスクを評価できないという限界がある。このため、現実に実現するであろう地盤沈下、舗装劣化サンプルパス $(\bar{h}_i^t, \bar{y}^t), (t=0, \dots, \bar{T})$ と、それと対応する各期の最適実行政策を求め、1組みのその結果、1組みのサンプルパスとそれと対応した最適実行政策を行使することにより契約終了時点においてライフサイクル費用が確定する。初期時点においては、地盤沈下過程、舗装の劣化過程は不確実であるため、契約期間中に生起する地盤沈下過程、舗装劣化過程のサンプルパスを発生させることにより、初期時点におけるライフサイクル費用の確率分布を評価することが可能となる。

ライフサイクル費用のリスク評価方法を図-4 に示している。初期時点における健全度 $\mathbf{h}^0 = (1, \dots, 1)$ 、地盤沈下量 $\mathbf{y}^0 = (y_1^0, \dots, y_I^0)$ を与件とし、各メッシュに対して L 組の地盤沈下サンプルパスを発生させる。さらに、1組の地盤沈下サンプルパス g に対して初期時点からフィードフォワード的に再帰方程式 (31) を解くことにより最適実行政策を求め、最適実行政策の下で、マルコフ推移確率に基づいてモンテカルロシミュレーションにより次期の舗装健全度を発生させる。このようなプロセスを契約終了時点まで継続することにより、地盤沈下サンプルパス g に対応して1組の舗装

劣化サンプルパス l_i^g の流れを求めることができる。サンプルパス (g, l_i^g) 上で実現するメッシュ i の舗装健全度と地盤沈下量の流れを $(\hat{h}_i^{l_i^g, t}, \hat{y}^{g, t})$, $(t = 0, \dots, \bar{T})$ と表す。サンプルパス (g, l_i^g) に対応して1組の最適実行政策の流れを求めることができる。さらに、1組の地盤沈下サンプルパス g に対して、上記の計算を M 回繰り返すことにより、地盤沈下、舗装劣化サンプルパス $(g, l_i^g) \in \Theta_i$ ($g = 1, \dots, L; l_i^g = 1, \dots, M$) に対して最適実行政策 $\bar{c}_i^{g, t}(\hat{h}_i^{l_i^g, t}, \hat{y}^{g, t})$ ($t = 0, \dots, \bar{T}$) を求める。ただし、 Θ_i はメッシュ i におけるサンプルパスの集合である。サンプルパス (g, l_i^g) に対応する地盤沈下量、舗装健全度を $(\hat{h}_i^{l_i^g, t}, \hat{y}^{g, t})$ ($t = 0, \dots, \bar{T}$) と表す。サンプルパス (g, l_i^g) 上における T ($0 \leq T \leq \bar{T}$) 期までのライフサイクル費用の初期時点における現在価値を、

$$C_{i,T}^{g,l_i^g} = \sum_{t=0}^T \gamma^t c_i^{g,t}(\hat{h}_i^{l_i^g, t}, \hat{y}^{g, t}) \quad (32)$$

と定義する。さらに、対象施設全体における期間 T までのライフサイクル費用の現在価値は

$$C_T(\mathbf{F}) = \sum_{i=1}^I C_{i,T}^{g,l_i^g} \quad (33)$$

と表せる。ただし、 $\mathbf{F} = \{(g, l_i^g) : i = 1, \dots, I\}$ である。ここで、 \bar{F} 個の離散的なカテゴリー $[C_{T_{f-1}}, C_{T_f})$, $(f = 1, \dots, \bar{F})$ を設定する。ただし、 $C_{T_{\bar{F}}}$ は十分大きい正数であり、 $0 = C_{T_0} < C_{T_1} < \dots < C_{T_f} < C_{T_{f+1}} < \dots < C_{T_{\bar{F}}} < \infty$ が成立する。その上で、各カテゴリーが出現する相対頻度 R_f ($f = 1, \dots, \bar{F}$) を

$$R_f = \frac{\#\{\mathbf{F} \in \Theta | C_{T_{f-1}} \leq C_T(\mathbf{F}) < C_{T_f}\}}{LM} \quad (34)$$

と定義する。ただし、 $\#\{A\}$ は集合 A の要素数を指示する記号、 Θ はサンプルパス \mathbf{F} の集合である。以上で求めた相対頻度分布 R_f ($f = 1, \dots, \bar{F}$) は、期間 T までのライフサイクル費用リスクを表す確率密度関数 $\rho(C_T(\mathbf{F}) | \mathbf{h}^0, \mathbf{y}^0)$ の離散近似を与える。期間を \bar{T} に設定すれば、契約開始時点で評価したライフサイクル費用リスクを評価することが可能となる。以上の計算の手順を図-4に示す。さらに、期間 T までの累積ライフサイクル費用 $C_T(\mathbf{F})$ の $100(1 - 2\alpha)\%$ 信頼区間に関しては、標本順序統計量

$$\begin{aligned} \underline{C}_T(\alpha) &= \arg \sup_{C_T^*} \\ &\left\{ \frac{\#\{\mathbf{F} \in \Theta | C_T(\mathbf{F}) \leq C_T^*\}}{LM} \leq \alpha \right\} \end{aligned} \quad (35a)$$

$$\begin{aligned} \overline{C}_T(\alpha) &= \arg \inf_{C_T^{**}} \\ &\left\{ \frac{\#\{\mathbf{F} \in \Theta | C_T(\mathbf{F}) \geq C_T^{**}\}}{LM} \leq \alpha \right\} \end{aligned} \quad (35b)$$

を用いて定義できる。なお、記号「arg」は、操作「sup」、あるいは「inf」を達成する変数値を指示する記号であ

る。たとえば、式(35a)の場合、右辺が満足するような C_T^* の上界値を指示している。

5. 最適維持補修モデルのベイズ更新

(1) ベイズ更新の考え方

初期時点においては、地盤沈下過程、舗装劣化過程に関するモニタリングデータが存在しない。そのため、1次モデルを用いて作成したサンプル情報のみを用いて、混合地盤劣化モデルとマルコフ劣化モデルを推計することにより統計的劣化予測モデル(2次モデル)を作成する。しかし、現実の地盤沈下過程や舗装の劣化過程が力学モデルによる予測結果に従う保証はない。したがって、契約期間中に得られるモニタリングデータを用いて、混合地盤劣化モデルとマルコフ劣化モデルをベイズ更新することにより最適維持補修モデルを逐次更新していくことが重要となる。図-5には、混合地盤劣化モデルとマルコフ劣化モデルで作成される統計的劣化予測モデルのベイズ推計と、新たなモニタリング情報を用いた最適維持補修モデルのベイズ更新の手順(3次モデルの作成手順)を説明している。以下、本研究では毎年獲得できるモニタリングデータに基づいて最適維持補修モデルを毎年ベイズ更新し、最適維持補修計画を更新するような状況を想定する。

いま、初期時点から T 期経過した時点に着目する。1次モデルの地盤沈下予測情報、舗装劣化予測情報をそれぞれ \mathbf{y}, \mathbf{h} と表す。さらに、空港供用開始後の期間 T までのモニタリングデータを $\bar{\mathbf{y}}^{0,T}, \bar{\mathbf{h}}^{0,T}$ と表す。ただし、地盤沈下のモニタリングデータは $\bar{\mathbf{y}}^{0,T} = \{\bar{y}_i^{0,T} : i = 1, \dots, I\}$, $\bar{y}_i^{0,T} = (\bar{y}_i^0, \dots, \bar{y}_i^T)$ と定義される。また、舗装劣化モニタリングデータは $\bar{\mathbf{h}}^{0,T} = \{\bar{h}_i^{0,T} : i = 1, \dots, I\}$, $\bar{h}_i^{0,T} = (\bar{h}_i^0, \dots, \bar{h}_i^T)$ と定義される。ここに、記号「 $\bar{\cdot}$ 」は、実測値であることを意味している。本節では、まず1次モデルで作成したデータ \mathbf{y}, \mathbf{h} に、その後のモニタリングデータ $\bar{\mathbf{y}}^{0,T}, \bar{\mathbf{h}}^{0,T}$ を追加したデータベースを用いて、混合地盤沈下モデル、マルコフ劣化モデルをベイズ推計する方法を提案する。初期時点では1次モデルで作成した地盤沈下予測情報 \mathbf{y} と舗装劣化予測情報 \mathbf{h} を用いて2次モデルをベイズ推計することになる。供用開始後は、 \mathbf{y}, \mathbf{h} と $\bar{\mathbf{y}}^{0,T}, \bar{\mathbf{h}}^{0,T}$ の双方を用いて3次モデルをベイズ推計する。2次モデル、3次モデルは、用いるサンプル情報が異なるだけであり、いずれも同一の方法でベイズ推計することになる。以下では、3次モデルのベイズ推計法について記述する。

(2) 混合地盤沈下モデルのベイズ推計

1次情報 \mathbf{y} とモニタリングデータ $\bar{\mathbf{y}}^{0,T}$ を用いて、混合地盤沈下モデルをベイズ推計³²⁾する。混合地盤沈下

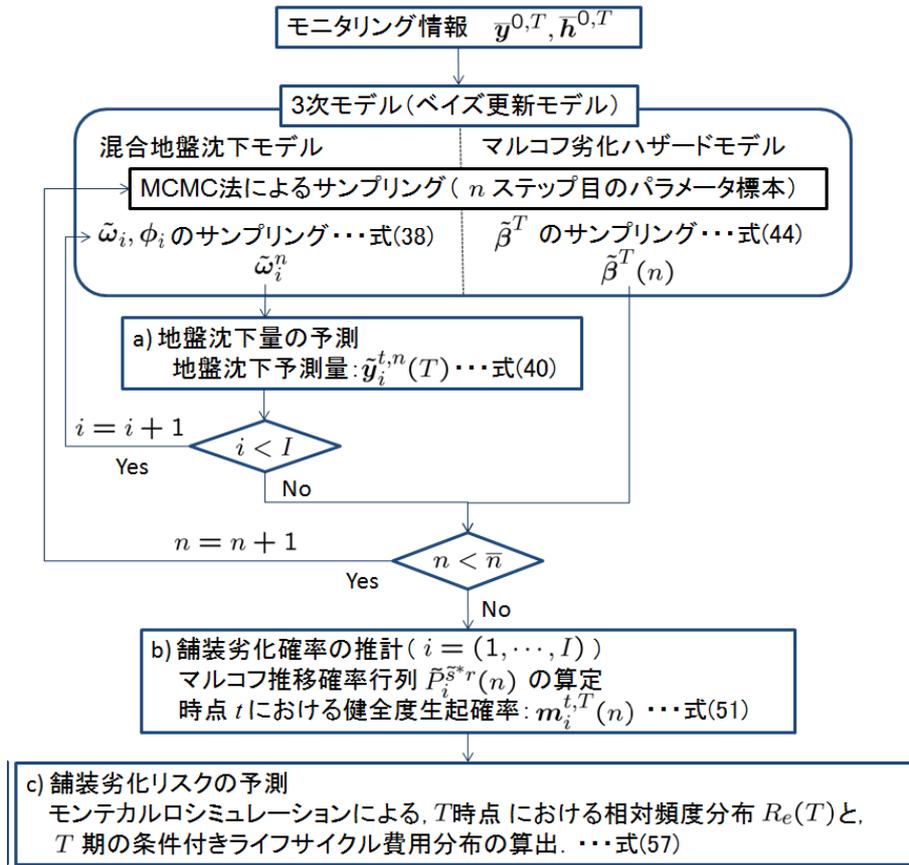


図-5 ベイズ更新の手順

モデルのベイズ推計に関しては、参考文献 22) で詳細に検討している。その内容を簡単に紹介する。いま、重みベクトル ω_i と確率誤差項の分散の逆数 ϕ_i を与件とした時、モニタリング結果 $\bar{y}_i^{0,T}$ が観測される尤度は、

$$\mathcal{L}(\bar{y}_i^{0,T} | \omega_i, \phi_i) \propto \prod_{t=0}^T \phi_i^{1/2} \exp \left[-\frac{\phi_i}{2} \left\{ \bar{y}_i^t - \sum_{k=1}^K \omega_i(k) f_i(t, k) \right\}^2 \right] \quad (36)$$

と表される。ただし、関数 $f_i(t, k)$ は 1 次情報 \mathbf{y} で作成した地盤沈下サンプルパスである。 ω_i の事前確率密度関数が、ディリクレ分布 (2)、分散の逆数 ϕ_i がガンマ分布 (3) に従う場合、 $\omega_i, \phi_i (= \sigma_i^{-2})$ の事後分布は

$$\begin{aligned} & \psi(\omega_i, \phi_i | \bar{y}_i^{0,T}) \\ & \propto \mathcal{L}(\bar{y}_i^{0,T} | \omega_i, \phi_i) D(\omega_i | \alpha) g(\phi_i | \zeta, \gamma) \\ & \propto \phi_i^{\zeta + (T-1)/2} \exp \left[-\phi_i \left\{ \gamma + \frac{1}{2} \sum_{t=0}^T (\bar{y}_i^t - \sum_{k=1}^K \omega_i(k) f_i(t, k))^2 \right\} \right] \prod_{k=1}^K \omega_i(k)^{\alpha_k - 1} \end{aligned} \quad (37)$$

と表せる。初期時点では、尤度 $\mathcal{L}(\bar{y}_i^{0,T} | \omega_i, \phi_i)$ が定義できないため、 ω_i, ϕ_i は、それぞれ事前分布に従うことになる。本研究では、ギブスサンプリング^{33)–36)}を用い

て、パラメータ ω_i, ϕ_i の標本値を事後分布 (37) よりサンプル抽出する。ギブスサンプリングにより求めた地盤沈下モデルのパラメータ標本を $\tilde{\omega}_i(n), \tilde{\phi}_i(n)$ と表す。ただし、 n は MCMC 法により求めたサンプル番号を表し、 $n = \underline{n} + 1, \dots, \bar{n}$ のパラメータ標本をベイズ推計に用いる。また、記号「 $\tilde{\cdot}$ 」はギブスサンプル標本であることを表す。

つぎに、 T 期における混合地盤モデルのベイズ更新により作成したパラメータ標本 $\tilde{\omega}_i$ を用いて、メッシュ $i (i = 1, \dots, I)$ の地盤沈下予測量 $\tilde{y}_i^t(T, n) = \{\tilde{y}_i^{T+1,n}(T), \dots, \tilde{y}_i^{\bar{T},n}(T)\}$ を作成する問題を考える。ただし、 $\tilde{y}_i^{t,n}(T) (t = T, \dots, \bar{T})$ は、重み標本 $\tilde{\omega}_i(n) = \{\tilde{\omega}_i^n(1), \dots, \tilde{\omega}_i^n(K)\}$ を用いて $t (> T)$ 期の平面メッシュ i の地盤沈下量を予測した結果である。 T 期の地盤沈下量の実測値 \bar{y}_i^T と重み標本 $\tilde{\omega}_i^n(k)$ を与件とすれば、 T 期における混合地盤沈下モデルの予測残差 $\tilde{\varepsilon}_i^T(n)$ は、

$$\tilde{\varepsilon}_i^T(n) = \bar{y}_i^T - \sum_{k=1}^K \tilde{\omega}_i^n(k) f_i(T, k) \quad (38)$$

と表される。重み標本 $\tilde{\omega}_i^n(k)$ を与件とすれば、 T 期の時点で予測した $t (> T)$ 期における地盤沈下量 $\tilde{y}_i^{t,n}(T)$ は、次式で示す混合地盤沈下モデルで表される。

$$\tilde{y}_i^{t,n}(T) = \sum_{k=1}^K \tilde{\omega}_i^n(k) f_i(t, k) + \tilde{\varepsilon}_i^T(n) \quad (39)$$

以上の手順を経て、地盤沈下予測量 $\tilde{y}_i(T, n)$ を得る。この時、 T 期において地盤沈下量 y_i^T を観測した場合に、それ以降の $t (t > T)$ 期における地盤沈下量 $\tilde{y}_i^t(T)$ に関する確率分布関数 $H_i(\tilde{y}_i^t(T)|\bar{y}_i^T)$ は、

$$H_i(\tilde{y}_i^t(T)|\bar{y}_i^T) = \frac{\#\{\tilde{y}_i^{t,n}(T) \leq \bar{y}_i^t(T), n \in \mathcal{M}\}}{\bar{n} - \underline{n}} \quad (40)$$

と表される。ただし、 $\mathcal{M} = \{n|\underline{n} \leq n \leq \bar{n}\}$ である。

(3) マルコフ劣化モデルのベイズ推計

1次情報 \mathbf{y} , \mathbf{h} とモニタリングデータ $\bar{\mathbf{y}}^{0,T}$, $\bar{\mathbf{h}}^{0,T}$ を用いて、マルコフ劣化モデルをベイズ推計する。マルコフ劣化モデルのベイズ推計法に関しては、貝戸・小林が提案した方法¹⁷⁾を用いるが、以下にその概要を紹介しておく。地盤沈下過程に関する情報 \mathbf{y} , $\bar{\mathbf{y}}^{0,T}$ は、マルコフ劣化ハザードモデルの説明変数の一部として用いる。そこで、説明変数に関する情報 \mathbf{x} , $\bar{\mathbf{x}}^{0,T} = \{\bar{\mathbf{x}}_i^t : i = 1, \dots, I; t = 0, \dots, T\}$ をプールした新しいデータセット $(\bar{\mathbf{x}}^{0,T}, \mathbf{x})$ を定義する。一方、舗装健全度に関しても、1次情報 \mathbf{h} とモニタリングデータ $\bar{\mathbf{h}}^{0,T} = \{\bar{h}_i^t : t = 0, \dots, T\}$ が利用可能である。そこで、新しい添字 r を用いて、データセットに含まれる健全度、説明変数ベクトルの組を (h_i^r, \mathbf{x}_i^r) ($r = 1, \dots, \bar{R}$) と再定義する。 \bar{R} はプール後のサンプル数を表す。以上の情報を用いて、マルコフ劣化ハザードモデルのパラメータベクトル $\tilde{\boldsymbol{\beta}}^T = \{\tilde{\boldsymbol{\beta}}^{j,T} : j = 1, \dots, J-1\}$ をベイズ推計する問題を考える。添字 T は T 期までのモニタリングデータを用いてベイズ推計したパラメータ値であることを意味している。パラメータベクトル $\tilde{\boldsymbol{\beta}}^T$ の事後密度関数 $\psi(\boldsymbol{\beta}^T|\bar{\mathbf{x}}^{0,T}, \mathbf{x})$ は、

$$\psi(\boldsymbol{\beta}^T|\bar{\mathbf{x}}^{0,T}, \mathbf{x}) \propto \mathcal{L}(\bar{\mathbf{x}}^{0,T}, \mathbf{x}|\boldsymbol{\beta}^T) \prod_{j=1}^{J-1} g(\boldsymbol{\beta}^{j,T}|\boldsymbol{\mu}^j, \boldsymbol{\Sigma}^j) \quad (41)$$

と表すことができる。ここに、 $\mathcal{L}(\bar{\mathbf{x}}^{0,T}, \mathbf{x}|\boldsymbol{\beta}^T)$ は、モニタリングデータ $\bar{\mathbf{x}}^{0,T}$ と1次情報 \mathbf{x} の双方をプールしたデータセットを用いて定義される尤度関数である。一方、 $g(\boldsymbol{\beta}^{j,T}|\boldsymbol{\mu}^j, \boldsymbol{\Sigma}^j)$ は、 $\boldsymbol{\beta}^{j,T}$ の事前分布であり、 Q 次元正規分布 $\mathcal{N}_Q(\boldsymbol{\mu}^j, \boldsymbol{\Sigma}^j)$ に従うと仮定する。 Q 次元正規分布 $\mathcal{N}_Q(\boldsymbol{\mu}^j, \boldsymbol{\Sigma}^j)$ の確率密度関数は、

$$g(\boldsymbol{\beta}^{j,T}|\boldsymbol{\mu}^j, \boldsymbol{\Sigma}^j) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{Q}{2}} \sqrt{|\boldsymbol{\Sigma}^j|}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{\beta}^{j,T} - \boldsymbol{\mu}^j)(\boldsymbol{\Sigma}^j)^{-1}(\boldsymbol{\beta}^{j,T} - \boldsymbol{\mu}^j)'\right\} \quad (42)$$

で与えられる。ただし、 $\boldsymbol{\mu}^j$ は $\mathcal{N}_Q(\boldsymbol{\mu}^j, \boldsymbol{\Sigma}^j)$ の事前期待値ベクトル、 $\boldsymbol{\Sigma}^j$ は分散共分散行列である。記号 l は転置操作を表す。したがって、事後分布は

$$\psi(\boldsymbol{\beta}^T|\bar{\mathbf{x}}^{0,T}, \mathbf{x}) \propto \prod_{j=1}^{J-1} \prod_{l=j}^J \prod_{i=1}^I \left[\prod_{r=1}^T \right]$$

$$\left[\sum_{v=j}^l \prod_{s=j, \neq v}^{l-1} \frac{\tilde{\lambda}_i^s(r)}{\tilde{\lambda}_i^s(r) - \tilde{\lambda}_i^v(r)} \exp(-\tilde{\lambda}_i^v(r)) \right]^{\delta_i^{j,l}(r)} \cdot \prod_{j=1}^{J-1} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{\beta}^{j,T} - \boldsymbol{\mu}^j)(\boldsymbol{\Sigma}^j)^{-1}(\boldsymbol{\beta}^{j,T} - \boldsymbol{\mu}^j)'\right\} \quad (43)$$

となる。ただし、 $\tilde{\lambda}_i^s(r) = \tilde{\lambda}_i^{s,r}(\bar{\mathbf{y}}^r)$ は、モニタリングデータを用いてベイズ推計された r 期のハザード率、 $\delta_i^{j,l}(r)$ は、隣接する2つの時点の健全度データに対して $h_i^r = j, h_i^{r+1} = l$ の時に1、そうでないときに0となるダミー変数である。ギブスサンプリングにより、事後確率密度関数 (43) から抽出したパラメータ標本を $\tilde{\boldsymbol{\beta}}^T(e)$ ($e = \underline{e}, \dots, \bar{e}$) と表す。添字 T は、 T 期までのモニタリングデータを用いてベイズ推計したことを表している。パラメータ $\boldsymbol{\beta}^T$ の同時確率分布関数 $G^T(\boldsymbol{\beta})$ は

$$G^T(\boldsymbol{\beta}) = \frac{\#\{\tilde{\boldsymbol{\beta}}^T(e) \leq \boldsymbol{\beta}, e \in \mathcal{M}\}}{\bar{e} - \underline{e}} \quad (44)$$

と表せる。ただし、 $\#\{\tilde{\boldsymbol{\beta}}^T(e) \leq \boldsymbol{\beta}, e \in \mathcal{M}\}$ は論理式 $\tilde{\boldsymbol{\beta}}^T(e) \leq \boldsymbol{\beta}, e \in \mathcal{M}$ が成立するパラメータ標本の総数である。パラメータ $\boldsymbol{\beta}^{j,T}$ の事後分布の期待値ベクトル $\tilde{\boldsymbol{\mu}}(\boldsymbol{\beta}^{j,T})$ 、分散・共分散行列 $\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}(\boldsymbol{\beta}^{j,T})$ は、それぞれ

$$\tilde{\boldsymbol{\mu}}(\boldsymbol{\beta}^{j,T}) = \{\tilde{\mu}(\beta_1^{j,T}), \dots, \tilde{\mu}(\beta_Q^{j,T})\}' \\ = \left\{ \sum_{e=\underline{e}+1}^{\bar{e}} \frac{\tilde{\beta}_1^{j,T}(e)}{\bar{e} - \underline{e}}, \dots, \sum_{e=\underline{e}+1}^{\bar{e}} \frac{\tilde{\beta}_Q^{j,T}(e)}{\bar{e} - \underline{e}} \right\}' \quad (45a)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}(\boldsymbol{\beta}^{j,T}) = \begin{pmatrix} \tilde{\sigma}^2(\beta_1^{j,T}) & \dots & \tilde{\sigma}(\beta_1^{j,T}, \beta_Q^{j,T}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\sigma}(\beta_Q^{j,T}, \beta_1^{j,T}) & \dots & \tilde{\sigma}^2(\beta_Q^{j,T}) \end{pmatrix} \quad (45b)$$

と表される。ただし、

$$\tilde{\sigma}^2(\beta_q^{j,T}) = \sum_{e=\underline{e}+1}^{\bar{e}} \frac{\{\tilde{\beta}_q^{j,T}(e) - \tilde{\mu}(\beta_q^{j,T})\}^2}{\bar{e} - \underline{e}} \quad (46a)$$

$$\tilde{\sigma}(\beta_q^{j,T}, \beta_r^{j,T}) \\ = \sum_{e=\underline{e}+1}^{\bar{e}} \frac{\{\tilde{\beta}_q^{j,T}(e) - \tilde{\mu}(\beta_q^{j,T})\}\{\tilde{\beta}_r^{j,T}(e) - \tilde{\mu}(\beta_r^{j,T})\}}{\bar{e} - \underline{e}} \quad (46b)$$

である。以上で求めた期待値 $\tilde{\boldsymbol{\mu}}(\boldsymbol{\beta}^{j,T})$ を、パラメータ $\boldsymbol{\beta}^{j,T}$ のベイズ推計値と考え

$$\tilde{\boldsymbol{\beta}}^{j,T} = \tilde{\boldsymbol{\mu}}(\boldsymbol{\beta}^{j,T}) \quad (47)$$

と表記する。

(4) 最適維持補修モデルの更新

以上で求めた T 期以降における地盤沈下予測量ベクトル $\tilde{\mathbf{y}}_i(T, n)$ を与件と考える。さらに、マルコフ劣化モデルのパラメータベクトル $\tilde{\boldsymbol{\beta}}^{j,T}$ を用いて、舗装劣化サンプルパスを発生させる。図-5にはベイズ予測の方

法を整理している. マルコフ劣化ハザードモデルは,

$$\tilde{\lambda}_i^{j,t}(T, n) = \tilde{\alpha}_i^t(T, n) \tilde{\beta}^{j,T} \quad (48)$$

と表される. ただし, $\tilde{\alpha}_i^t(T, n)$ は, t ($T < t \leq \bar{T}$) 期における地盤沈下予測量 $\tilde{y}_i^t(T, n)$ を用いて定義された説明変数ベクトル, n は地盤沈下モデルに関するギブスサンプル標本を表す添字である. 地盤沈下が継続すれば, 説明変数値は時間とともに変化する. マルコフ劣化ハザードモデル $\tilde{\lambda}_i^{j,t}(T, n)$ が求まれば, 式 (8) を用いて, 期間 $[t, t+1]$ 中に生起する舗装劣化過程をマルコフ推移確率行列 $\tilde{P}_i^t(T, n)$ で表現できる.

いま, 補修政策 $s \in S$ の下で任意の時点 $t \geq T$ において実現するメッシュ i の健全度 j の生起確率を $\tilde{m}_i^{j, st}(T, n)$ と表す. ただし, $\sum_{j=1}^J \tilde{m}_i^{j, st}(T, n) = 1$ が成立する. 現在時点 T において, 着目しているメッシュ i の健全度が $\bar{h}_i^t = j$ であれば, T 期における生起確率は,

$$\tilde{m}_i^T = (0, \dots, 1, \dots, 0) \quad (49)$$

と表される. ただし, 第 j 番目の要素のみが 1 となっている. この時, 補修政策 $s \in S$ の下で将来時点 t ($> T$) に実現する健全度生起確率 $\tilde{m}_i^{st, T}(n) = \{\tilde{m}_i^{1, st}(T, n), \dots, \tilde{m}_i^{J, st}(T, n)\}$ は, 地盤沈下過程のサンプル標本 n に対して定義されるマルコフ推移確率行列 $\tilde{P}_i^{sr}(T, n)$ ($r = T, \dots, t \leq \bar{T}$) を用いて,

$$\tilde{m}_i^{st, T}(n) = \tilde{m}_i^T \tilde{P}_i^{sT}(T, n) \cdots \tilde{P}_i^{s, t-1}(T, n) \quad (50)$$

と表現できる. その結果, 各メッシュの T 期以降の健全度生起確率の流列 $\{\tilde{m}_i^T, \tilde{m}_i^{sT+1, T}(n), \dots, \tilde{m}_i^{s\bar{T}, T}(n)\}$ を求めることができる.

T 期までの地盤沈下量, 舗装健全度に関するモニタリングデータベクトル $\bar{y}^{0, T}, \bar{h}^{0, T}$ が得られ, 地盤沈下過程, 舗装の劣化過程がベイズ更新された時, T 期以降にメッシュ i において達成可能な期待ライフサイクル費用の最小値 $V_i^T(\bar{h}_i^T, \bar{y}^T)$ は

$$V_i^T(\bar{h}_i^T, \bar{y}^T) = \min_{s \in S} \left\{ E^{T, \bar{T}} \left[\sum_{t=T}^{\bar{T}} \gamma^{t-T} c_i^s(h_i^t, \tilde{y}^t) \right] \right\} \quad (51)$$

と表される. また, (h_i^t, \tilde{y}^t) は, それぞれ t ($T \leq t \leq \bar{T}$) 期における健全度, および地盤沈下量を表す. ただし, 記号 $E^{T, \bar{T}}[\cdot]$ は, T 期以降における地盤沈下過程, および舗装の劣化・補修過程に関する期待値操作を表す. すなわち, 地盤沈下過程 $\tilde{y}^t = \{\tilde{y}_i^t(T, n) : i = 1, \dots, I\}$ は, ギブスサンプリングで得られた地盤沈下サンプルパスで表現される. また, 舗装の劣化・補修過程は, 地盤沈下サンプルパスのそれぞれに対応して, 式 (50) で表現される. したがって, T 期において解くべき維持

補修モデルは, 次式で表される.

$$\min_{s \in S} \left\{ E^{T, \bar{T}} \left[\sum_{i=1}^I \sum_{t=T}^{\bar{T}} \gamma^{t-T} c_i^s(h_i^t, \tilde{y}^t) \right] \right\} \quad (52a)$$

$$\text{subject to 式 (20)} \quad (52b)$$

(5) ライフサイクル費用リスクの更新

T 期における健全度 $\bar{h}^T = (\bar{h}_1^T, \dots, \bar{h}_I^T)$, 地盤沈下量 $\bar{y}^T = (\bar{y}_1^T, \dots, \bar{y}_I^T)$ を与件とする. ベイズ更新された混合地盤沈下モデルを用いて推計された地盤沈下サンプルパスの確率分布 (40) に基づいて, 各メッシュに対して T 期を起点とする L 組の地盤沈下サンプルパスを発生させる. さらに, 1 つの地盤沈下サンプルパスに対して, ベイズ更新されたマルコフ劣化ハザードパラメータ (47) を用いて定義されるマルコフ推移確率 (16) を用いて M 本の舗装劣化サンプルパスをモンテカルロシミュレーションにより発生させる. 地盤沈下, 舗装劣化のサンプルパス $(g, l_i^g) \in \Theta_i$ ($g = 1, \dots, L; l_i^g = 1, \dots, M$) に対して最適補修政策 $s_i^* = (s_i^{1*}, \dots, s_i^{\bar{T}-1*})$ を求める. 各サンプルパス (g, l_i^g) 上で実現する地盤沈下量, 舗装健全度を $(\hat{h}_i^{l_i^g, t}, \hat{y}^{g, t})$ ($t = T, \dots, \bar{T}$) と表す. シナリオ (g, l_i^g) 上における T ($0 \leq T \leq \bar{T}$) 期までに要した補修費用の実績値の初期時点における現在価値を,

$$\bar{C}_{i, T} = \sum_{t=0}^T \gamma^t \bar{c}_i^{s_i^*}(\bar{h}_i^t, \bar{y}^t) \quad (53)$$

と定義する. T 期を起点とするメッシュ i の合計 LM 個のシナリオに対して, 期間 \bar{T} までのライフサイクル費用の初期時点における現在価値 $C_{i, T}^{g, l_i^g} \in \mathbf{C}_T$ は,

$$C_{i, T}^{g, l_i^g} = \sum_{t=0}^{\bar{T}-T} \gamma^{t+T} c_i^{s_i^*}(\hat{h}_i^{l_i^g, t}, \hat{y}^{g, t}) \quad (54)$$

と定義できる. ただし, $\mathbf{C}_T = \{C_{i, T}^{g, l_i^g}, (g, l_i^g) \in \Theta_i\}$ はサンプル集合である. したがって, 期間 T までのライフサイクル費用の実績値 $\bar{C}_{i, T}$ とプロジェクト残期間におけるライフサイクル費用の和 (以下, T 期における条件付きライフサイクル費用と呼ぶ) に関するサンプルを

$$C_T(\mathbf{F} : T) = \sum_{i=1}^I \left(\bar{C}_{i, T} + C_{i, T}^{g, l_i^g} \right) \quad (55)$$

と定義する. ただし, $\mathbf{F} = \{(g, l_i^g) : (i = 1, \dots, I)\}$ である. この時, 相対頻度分布 $R_f(T)$ ($f = 1, \dots, \bar{F}$)

$$R_f(T) = \frac{\#\{\mathbf{F} \in \Theta | C_{T, f-1} \leq C_T(\mathbf{F} : T) < C_{T, f}\}}{LM} \quad (56)$$

は, T 期における条件付きライフサイクル費用の確率密度関数の離散近似を与える.

6. 適用事例

(1) 適用事例の概要

本研究では、臨海部空港である H 空港を適用事例としてとりあげる。同空港では、近距離国際旅客便の就航と深夜早朝時間帯を利用した国際貨物便就航を目的とし、エプロンを含む基本施設の他、空港保安施設、付帯施設、構内道路・駐車場および緑地の設計、施工、および 30 年間にわたる維持管理を対象とした PFI 事業を実施している。中でも、エプロン部は、航空機が駐機するエリアであり、高い耐流動性および耐油性が求められることからコンクリート舗装が適用されている。同エプロンは、埋立地盤上に位置しており、地盤の不同沈下によるコンクリート舗装の疲労破壊が問題となる。そこで、同空港の PFI 事業権契約においては、空港の大規模補修費も含めた補修費用総額が契約書に記載されている。このことより、下村等は、確率的 1 次元圧密モデルを用いて地盤の不同沈下を予測する混合地盤沈下モデル²²⁾を開発している。コンクリートの疲労破壊は、地盤の不同沈下と航空機荷重、温度応力により発生する。舗装コンクリートの信頼性設計法³⁷⁾⁻⁴⁰⁾として、疲労破壊輪数や舗装計画交通量に対して信頼度に応じた係数を適用する方法^{37),38)}、地盤・材料などに対して信頼度に応じた係数を適用する方法^{39),40)}が提案されている。信頼度は、舗装の性能指標が、性能規定として設定された値を下回らない確率として定義できる。空港コンクリート舗装 (NC 舗装) の性能指標は、1) 使用性、2) 安全性、3) 快適性、4) 環境に対する配慮等を念頭において定義される。空港の使用性・安全性については、円滑な航空機の移動が可能であるとともに、疲労破壊抵抗性を有していることが求められる。一方、快適性・環境への配慮に関しては、平坦性や振動・騒音の少ない舗装構造が求められる。すなわち、上記の使用性・安全性に着目すれば、信頼性の考え方は、構造設計に適用できると考えられ、空港コンクリート舗装が十分な疲労耐久性を有しているかによって、構造的な破壊に至るか否かを評価する。以上の信頼性解析の考え方で作成されたコンクリート舗装劣化モデルに関しては既発表であり、その詳細は参考文献 41) を参照して欲しい。さらに、下村ら¹⁾は、以上の混合地盤沈下モデルとコンクリート舗装劣化モデルを総合化し、地盤の不同沈下過程とコンクリート舗装の劣化過程を同時に予測するハイブリッド予測モデルを提案し、コンクリート舗装の劣化過程を非斉次マルコフ過程として表現する方法を提案している。

本適用事例における設計段階で作成された空港コンクリート舗装劣化モデル (1 次モデル) は臨界部空港の特殊性を考慮するため地盤沈下予測、航空機交通と地

表-1 5 段階健全度評価基準

健全度	区分	ひび割れ度 (cm/m ²)
1	A	1.1 未満
2	B1	1.1~4.4
3	B2	4.4~7.8
4	B3	7.8~11.1
5	C	11.1 以上

注) 空港舗装補修要領 (案)⁴²⁾においては、A: 補修の必要なし、B: 早いうちの補修が望ましい、C: できるだけ早急に補修の必要があるという 3 段階のレーティングによって管理しているが、本研究においては、上記 B ランクを更に 3 段階に等分し、5 段階のレーティング指標とした。

盤不同沈下によるコンクリート疲労破壊予測を内蔵した大規模シミュレーションモデルとなっている。このため、1 次モデルを用いて地盤沈下、舗装劣化過程を予測するために多大な演算時間を要し、1 次モデルを用いて最適補修政策を検討することは事実上不可能である。しかも、地盤沈下、舗装劣化過程に多大な不確実性が介在するため、1 次モデルの予測結果と実績値が一致する保証もない。本適用事例では、1) 空港舗装の補修政策の最適化を図るための操作性の高い最適維持補修モデルの定式化、2) 複数リスクを考慮した非斉次的マルコフ決定モデルとそのアルゴリズムの開発、3) モニタリングデータを用いて最適補修政策をベイズ更新するような学習の方法論を提案した点に新規性がある。

本適用事例では、H 空港におけるエプロン部に位置する 825m×400m の範囲をとりあげ、ハイブリッド予測モデルを用いて、地盤沈下過程、舗装劣化過程をシミュレートした。エプロン部の圧密沈下の検討に際しては、1 辺が 25.5m×25.5m の平面メッシュを基本単位とする合計 528 個のメッシュに分割した。さらに、2 次元有限要素法による解析にあたっては、平面メッシュをさらに 8.5m×8.5m の微小メッシュに分割している。また、空港コンクリート舗装の健全度を、表-1 に示す 5 段階の健全度で表現する。補修は、健全度 2~4 の場合はひび割れ部注入補修を健全度 5 の場合は NC 打ち換え補修を実施し、補修が実施される健全度は 1 まで回復すると考える。維持費用を除いた補修費用 (単位: 万円) は、 $c'_{21} = 27.9$ 、 $c'_{31} = 61.9$ 、 $c'_{41} = 95.9$ 、 $c'_{51} = 3238.4$ である。ひび割れ部注入補修に用いられる注入剤には耐用年数があり、耐用年数が経つと再度注入する必要がある。当然ながら、注入工事のたびに補修費用が発生する。本適用事例では、注入剤の耐用年数を 5 年とし、割引因子 γ として割引率 4% を用いている。また、補修の有無に関わらず、巡回点検や定期点検などの維持費用がかかり、維持費用 (単位: 万円) は 1 メッシュあたり $c = 1.4$ (単位: 万円) である。また、初期時点における各平面メッシュの健全度は全て 1 である。

ハイブリッド劣化モデルを用いた地盤沈下サンプルパスおよび舗装劣化サンプルパスの作成方法の詳細は

表-2 マルコフ劣化ハザードモデル(2次モデル)の推計

健全度 j	結果		
	定数項 $\beta^{j,1}$	交通量 $\beta^{j,2}$	曲率 $\beta^{j,3}$
1	-1.761 (1.937)	—	4.035 (0.8441)
2	-2.467 (0.4712)	0.7550 (0.7014)	2.163 (0.1758)
3	-1.634 (0.1149)	—	1.019 (0.2358)
4	-2.156 (0.9966)	—	0.6506 (1.195)

注) 括弧内はMCMCによるサンプルが定常的マルコフ過程からの抽出であることを判断する Geweke 検定統計量³⁶⁾を表す。また、交通量は時点 $t=30$ における交通量を、曲率は当該サンプルにおける曲率の最大値を 1 とし基準化している。

参考文献 1),22) に譲る。さらに、ハイブリッド劣化モデルで作成した舗装劣化サンプルを用いて、初期時点におけるマルコフ劣化ハザードモデルを推計した。その際、マルコフ劣化モデルの説明変数として、交通量、地盤沈下量、不同沈下によるコンクリート舗装の湾曲の程度を表す曲率等を取りあげるとともに、これらの説明変数の組み合わせに対してマルコフ劣化ハザードモデルを推計した。符号条件、Geweke 検定統計量を用いた有意性検定に基づいて、最終的に表-2 に示すようなマルコフ劣化ハザードモデルを推計した。なお、着目するコンクリート版と隣接するコンクリート版の中心位置の地盤沈下量を用いて、不同沈下が発生した場合のコンクリート舗装の曲率を定義していることを付記しておく。

(2) 初期時点におけるライフサイクル費用評価

4.(1) で言及した方法により、初期時点における最適実行政策を求めるとともに、図-4 に示した手順に従って、ライフサイクル費用のリスク評価を行った。最適補修モデル (23) を解くためには、1 期以降に実現する L 本の地盤沈下サンプルパスを発生させることが必要となる。さらに、ライフサイクル費用のリスク評価を行うためには、 L 本の地盤沈下サンプルパスのそれぞれに対して、各メッシュごとに M 本の舗装劣化サンプルパスを発生させ、最適実行政策を逐次求めることが必要となる。数値計算にあたっては、528 個の各平面メッシュに対して各期ごとに $L = 100$ 本、 $M = 100$ 本のサンプルパスを発生させてライフサイクル費用のリスク評価を行なった。図-6 には、以上の計算によって求めたメッシュ全体のライフサイクル費用の確率分布を示している。さらに、各メッシュのライフサイクル費用のリスク評価の結果のうち、もっとも地盤沈下量が大きいと予測される平面メッシュ $i = 41$ に着目し、当該メッ

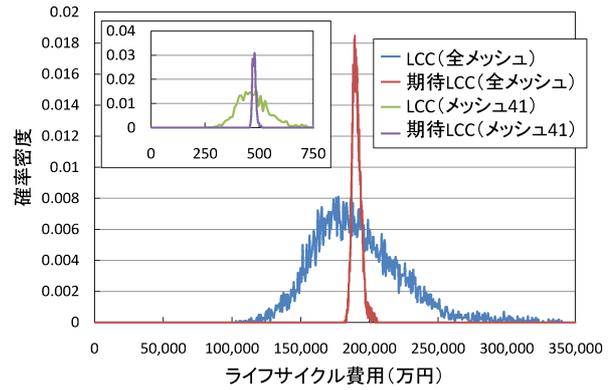


図-6 ライフサイクル費用のリスク評価と感度分析

シュに関わるライフサイクル費用のリスク評価結果も併せて示している。同図に示すように、初期時点で評価したライフサイクル費用の割引現在価値は確率分布しており、事業者が事業権契約を締結する時点において、将来発生する維持補修費用の変動リスクは無視できないと考える。

以上で言及したように、ライフサイクル費用のリスク評価のために 528 個の各平面メッシュに対して各期ごとに $L = 100 \times M = 100$ 本の合計 528 万本のサンプルパスを発生させてライフサイクル費用のリスク評価を行っており、非常に計算負荷が多くなっている。しかし、各メッシュに対しては、 $L = 100$ 本の地盤沈下サンプルパスを発生させているにすぎず、これらの地盤沈下サンプルパスを用いて求めた最適実行政策の精度が課題となる。再帰方程式 (31) を解くことにより最適実行政策を求めることができるが、再帰方程式を解くためには 1 期後の最適関数の期待値 (式 (31) の右辺第 2 項) を求めることが必要となる。サンプルパスの発生パターンが最適関数の期待値に及ぼす影響を分析するために、合計 528 万本のサンプルパスを 1 ケースと考えるとともに、サンプルパスの発生パターンを変更した 1000 通りの計算ケースを作成し、それぞれのケースに対して初期時点における最適関数値 (期待ライフサイクル費用の割引現在価値) を求めた。図-6 にはこれらのケースに対して求めた期待ライフサイクル費用の割引現在価値 $\sum_{i=1}^T V_i^0(1, \mathbf{y}^0)$ 、およびメッシュ $i = 41$ の期待ライフサイクル費用の割引現在価値の確率分布を併記している。同図に示すように、各サンプルパスに対して求めたライフサイクル費用の確率分布と比較して、期待ライフサイクル費用の確率分布の分散ははるかに小さくなっていることが理解できよう。さらに、初期時点における最適実行政策は、1000 通りの計算ケースに対してすべて同一の補修政策が選択されていることを付記しておく。したがって、最適補修モデルを用いて、ライフサイクル費用のリスク評価を行うという

表-3 期待値パス上の最適補修政策 (初期時点)

再計画時点	健全度 h_{41}^T	30期 $\xi_{41}^{sT}(h_{41}^T, E\mathbf{y}^T)$	30期以外の期 $\xi_{41}^{sT}(h_{41}^T, E\mathbf{y}^T)$
0期	1	1	1
	2	2	2
	3	3	3
	4	4	1
	5	1	1

注) 30期では健全度5のときのみ補修を行う事後補修政策が、それ以外の期では予防補修政策が最適補修政策として採用される。

目的に対して、本適用事例で採用したようなサンプルパスの発生方法で実用的には問題はないと考える。さらに、筆者らの先行研究(22)により、モニタリングデータが蓄積されることにより混合地盤沈下モデルによる地盤沈下予測リスクが急速に減少することが判明している。したがって、契約期間が進行するにつれて最適値関数の近似精度は急速に向上するため、少なくとも本適用事例に関する限り、 $L = 100$ と設定したシミュレーションによっても最適実行政策を十分な精度で求めることが可能であると判断できる。

(3) 最適実行政策と初期補修計画

4.(2)で言及したように、契約時点の終了期には、契約期間中に実現した各期の地盤沈下量の流れ $\bar{\mathbf{y}}^t, (t = 0, \dots, \bar{T})$ が確定する。各期の最適実行政策は、その期に確定した地盤沈下量と与件として、再帰方程式(31)を解くことにより求めることができる。しかし、初期時点においては各期の地盤沈下量、舗装健全度に関する情報は入手できない。そこで、実際に実現する地盤沈下過程に関する1つのシナリオとして、初期時点を起点とする地盤沈下過程の期待値パス $E\mathbf{y} = \{E\mathbf{y}^t, (t = 0, \dots, \bar{T})\}$ を作成した。期待値パスはモンテカルロシミュレーションを用いて発生させた地盤沈下サンプルパスを平均化して求めることができる。さらに、各期で実現する地盤沈下過程が期待値パスに従って進行することを想定し、4.(2)で言及した方法を用いて各期の最適実行政策を逐次求めた。このように求めた最適実行政策の流れを用いて、初期時点における補修計画を作成する。供用開始後は、每期ごとに地盤沈下、舗装劣化に関するモニタリングデータを獲得し、最適維持補修モデルを每期ベイズ更新する。モデルが更新されれば、その時点以降の地盤沈下期待値パスを再計算し、補修計画の内容を毎年修正(以下、再計画と呼ぶ)する。期待値パスに対応する最適実行政策は、各メッシュごとに定義されるが、ここでは、もともと地盤沈下量が大きいと予測される平面メッシュ $i = 41$ に着目する。表-3に、同メッシュにおける最適補修計画を示している。同表は t 期において観測される健全度 h_i^t に対して補修政策 s を実施したときの補修アクション(補修後の健全度) $\bar{\xi}_i^{s* t}(h_i^t, E\mathbf{y}^t)$

を表示している。すなわち、 $\bar{\xi}_i^{s* t}(h_i^t, E\mathbf{y}^t) = h_i^t$ となる場合は、当該の健全度 h_i^t に対して補修を実施しないことを意味する。一方、 $\bar{\xi}_i^{s* t}(h_i^t, E\mathbf{y}^t) = 1$ となる場合は、健全度2~4の場合はひび割れ部注入補修を、健全度5の場合はNC打ち換え補修を実施し、健全度が1まで回復することを意味する。本研究では、契約期間が有限であるため、契約終了までの残期間の長さに対応して、最適政策が異なる結果となっている。すなわち、30期においては、健全度4になっても補修が行われませんが、それ以外の期間では健全度が4に到達した時点で予防補修工法が採用される結果となっている。

(4) 地盤沈下過程に関するベイズ更新

空港施設の供用が開始し、地盤沈下量、舗装の健全度に関するモニタリングデータが得られた場合を考える。継続的に地盤沈下量、舗装の健全度に関するデータを獲得し、混合地盤沈下モデル、マルコフ劣化モデルを毎年ベイズ更新するとともに、ベイズ更新された新しいモデルを用いて、当該時点以降における維持補修計画(再計画)を毎年更することとなる。いま、地盤沈下過程のモニタリングの結果、現実の沈下過程が期待値パスから乖離していた場合を考える。現実には、空港施設の供用が開始されておらず、モニタリングデータは利用可能ではない。そこで、不同沈下が期待値パスより大きくなる場合を仮想的に与え、施設の供用開始後、1~20期にわたってモニタリングデータが得られた場合を想定する。具体的には、重みベクトル ω_i と分散パラメータ ϕ_i をそれぞれディリクレ分布、ガンマ分布から発生させ、30期までの最大曲率が6.78、全メッシュの平均曲率が0.432となるモニタリングデータが得られた場合を考える。ただし、マルコフ劣化モデルに関しては、ベイズ更新を考えないこととする。図-7には、初期時点において力学的地盤沈下モデル(1次モデル)を用いて評価した地盤沈下量の最大値と最小値を表す最大値パス、最小値パス、および平均的な地盤沈下過程を表す期待値パスを示している。さらに、同図には仮想的に想定した地盤沈下サンプルパス(20期までのモニタリングデータ)を併記している。各年度ごとに、新しいモニタリングデータが獲得できれば、そのデータを用いて混合地盤沈下モデルのベイズ更新を行う。一例として、図-7には、5期までのモニタリングデータに基づいて、混合地盤沈下モデルのベイズ更新を行った結果も示している。すなわち、同図にはベイズ更新後における95%信頼区間を構成する上・下限値パスを併記しているが、ベイズ更新を行った結果、予測される地盤沈下サンプルパスの信頼領域の幅が狭まっている。

いま、空港施設の供用が開始され、 T 期まで時間が

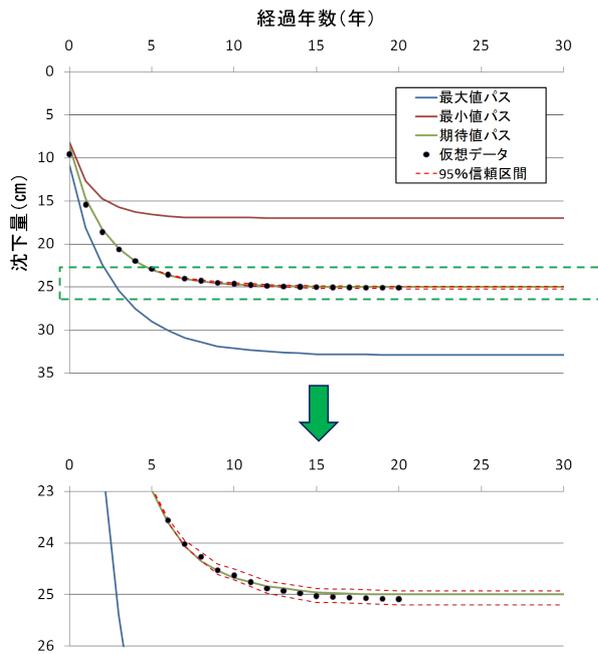


図-7 地盤沈下過程に関するベイズ更新

経過した場合に着目する。さらに、 T 期の期首に新たにモニタリングデータが追加され、同期までのモニタリングデータが蓄積されている。その上で、それらのデータを用いて最適維持補修モデルがベイズ更新されたと考える。その上で、 T 期を現在時点と考え、 T 期から契約終了時点までの維持補修計画を見直す(再計画を作成する)問題を考える。このように追加的なモニタリングデータを用いて、維持補修計画を見直すタイミングを再計画時点と呼ぶ。每期ごとに、新しいモニタリングデータを用いて維持補修計画を見直した場合、再計画時点が每期訪れることになる。いま、当該期 T における地盤沈下量を起点とする新たな地盤沈下期待値パス Ey^T を定義する。当該期以降の地盤沈下過程が期待値パスに従う場合における各期の最適実行政策を逐次求めた。表-4には、メッシュ $i = 41$ において新たな期待値パス上で求めた最適実行政策の更新結果を一括して示している。同表には、1期から20期までの各時点を再計画時点として定義し、その期までの地盤沈下に関するモニタリングデータを与件として、再計画時点を起点とする地盤沈下の期待値パスに対する最適補修政策を求めた結果を示している。同表に示すように、最適補修政策として1)健全度5の段階で事後補修する政策、2)健全度4で予防補修するという2つ補修政策が選択されている。しかし、再計画時点が進展するに従って、それぞれの政策が選択される期間が異なっていることに留意する必要がある。

新しいモニタリングデータを用いて条件付きライフサイクル費用リスクは毎年再評価されるが、ここでは

表-4 最適補修政策のベイズ更新結果 (期待値パス)

再計画時点	健全度	30期	左記以外の期
	h_{41}^T	$\xi_{41}^{sT}(h_{41}^T, Ey^T)$	$\xi_{41}^T(h_{41}^T, Ey^T)$
1, 2期	1	1	1
	2	2	2
	3	3	3
	4	4	1
	5	1	1
再計画時点	健全度	3~10,30期	左記以外の期
3期	1	1	1
	2	2	2
	3	3	3
	4	4	1
	5	1	1
再計画時点	健全度	4~15,30期	左記以外の期
4期	1	1	1
	2	2	2
	3	3	3
	4	4	1
	5	1	1
再計画時点	健全度	5~20,30期	左記以外の期
5, 6, 7期	1	1	1
	2	2	2
	3	3	3
	4	4	1
	5	1	1
再計画時点	健全度	8~24,30期	左記以外の期
8期	1	1	1
	2	2	2
	3	3	3
	4	4	1
	5	1	1
再計画時点	健全度	9~25,30期	左記以外の期
9~20期	1	1	1
	2	2	2
	3	3	3
	4	4	1
	5	1	1

5期、10期、15期、20期における条件付きライフサイクル費用のリスク再評価結果を示す。条件付きライフサイクル費用のリスク再評価にあたっては、その期においてベイズ更新された混合地盤沈下モデルを用いて、各メッシュごとに当該期 T を起点とする地盤沈下サンプルパスを $L = 100$ 本発生させる。さらに、マルコフ劣化ハザードモデルを用いて、地盤沈下サンプルパスのそれぞれに対して舗装劣化サンプルパスを $M = 100$ 本発生させ、それぞれのサンプルパス上で発生する維持補修費用を求めた。その上で、再計画時点までに発生した維持補修費と再計画時点以降に発生する維持補修費の総和を初期時点における現在価値に割り引いた条件付きライフサイクル費用を求めた。再計画時点以降に発生する維持補修費を確率的に予測することができないため、条件付きライフサイクル費用も確率分布することとなる。再評価時点として5期、10期、15期、20期に着目し、初期時点の現在価値で評価したライフサイクル費用の確率分布を求めた結果を図-8に示している。契約期間が進行するに従って、地盤沈下過程に

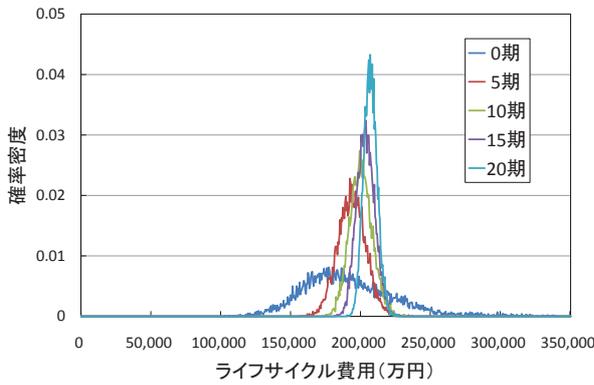


図-8 リスク評価のベイズ更新 (その1)

健全度 j	定数項 $\beta^{j,1}$	交通量 $\beta^{j,2}$	曲率 $\beta^{j,3}$
1	-1.761	—	6.053
2	-2.467	0.7550	5.409
3	-1.634	—	3.568
4	-2.156	—	0.9759

関するモニタリングデータが増加するため、地盤沈下サンプルパスの予測精度が増加していく。その結果、ライフサイクル費用の確率分布の分散が小さくなる。なお、本事例では期待値パスより地盤沈下速度が大きいサンプルパスを実現する地盤沈下過程を想定したため、ライフサイクル費用の確率分布の平均値は、時間の経過に従って大きくなる(確率分布が右にシフトする)ように変化している。

(5) 舗装劣化過程に関するベイズ更新

つぎに、施設の供用開始後、モニタリングを行った結果、地盤沈下過程は期待値パスどおりに推移しているが、舗装の劣化過程が初期時点の想定より早く進行している場合を想定する。仮想的に、舗装劣化過程を表すマルコフ劣化モデルのハザード率(表-2 参照)に対して、定数項、交通量に関するパラメータを固定し、曲率に関するパラメータを表-5に示すように想定した。つまり、2次モデルで推計したマルコフ劣化モデルに対して、不同沈下が舗装の劣化に与える影響が当初の予定より大きくなる状況を想定している。表-5に示した仮想的マルコフ劣化モデルを用いて、各メッシュのモニタリングデータの流列をランダムに作成した。以下では、このよう作成したモニタリングデータが観測されたことを想定し、最適維持補修モデルのベイズ更新を試みる。図-9には、マルコフ劣化モデルをベイズ更新した結果を5期ごとに示している。舗装劣化過程に関するベイズ更新によって推計したパラメータ値の期待値が、時間が経過するにしたがって仮想的マルコフ劣化モデルのパラメータ値に近づいていることが読み取れる。図中の凡例にある「真のパラメータ値」は、モ

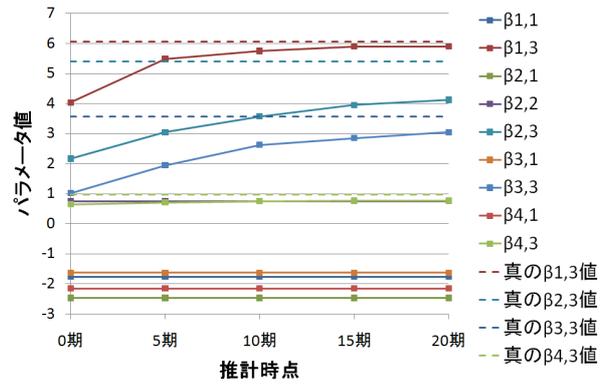


図-9 マルコフ劣化モデルの学習過程

ニタリングデータを発生させるために用いた仮想的マルコフ劣化ハザードモデルのパラメータを意味している。さらに、時点(5期, 10期, 15期, 20期)において条件付きライフサイクル費用のリスク再評価を行った結果を図-10に示している。本節におけるリスク再評価においても、各期を始点とする地盤沈下サンプルパスを各メッシュごとに $L = 100$ 本発生させ、各地盤沈下サンプルパスごとに舗装劣化サンプルパスをさらに $M = 100$ 本ずつ発生させることにより、条件付きライフサイクル費用の確率分布を求めている。図-8に示した場合と比較して、20期までモニタリングを継続してもライフサイクル費用の確率分布の分散は、それほど小さくならない。このことは、図-9に示したように、混合地盤沈下モデルと比較して、マルコフ劣化ハザードモデルの学習スピードが緩慢であることと密接に関連している。すなわち、地盤沈下リスクに関しては、2次圧密の問題が発生しなければ、時間が経過するに従って次第に安定化していくため、費用超過リスクは次第に一定値に収束している。これに対して、コンクリート舗装の疲労破壊に関しては、契約期間が一定程度進行した段階で費用超過リスクが顕在化する。すなわち、性能規定契約の初期段階では混合地盤沈下モデルのベイズ更新による維持補修計画の修正が重要な課題となる。一方で、契約期間の後半では、コンクリート舗装の疲労破壊リスクが顕在化し、マルコフ劣化モデルのベイズ更新と、それに基づく最適実行政策の見直しが重要なアセットマネジメント課題となることを示唆している。

7. おわりに

本研究では、臨海部空港における性能規定型維持管理契約を対象とした最適維持補修モデルを提案した。空港地盤の不同沈下過程がコンクリート舗装の劣化過程に影響を及ぼすため、空港地盤の不同沈下リスク、コンクリート舗装の疲労破壊リスクという2種類のライフ

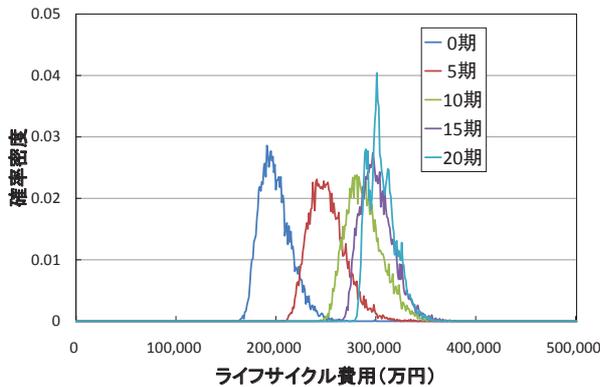


図-10 リスク評価のベイズ更新 (その 2)

サイクル費用リスクが存在する。そこで、これら 2 種類のリスクを考慮し、期待ライフサイクル費用を最小にする最適維持補修政策を求める非斉次マルコフ決定モデルを提案した。本モデルでは、実際に観測される地盤沈下状態と舗装の健全度に応じて、最適補修政策が状況依存的に決定されることになる。本モデルを用いて、ライフサイクル費用の確率分布を求めることができる。空港供用後に継続して地盤沈下過程と舗装劣化過程をモニタリングすることにより、混合地盤沈下モデルやマルコフ劣化モデルをベイズ更新することにより、最適補修政策やライフサイクル費用評価の精度を改善することが可能である。さらに、現実の空港舗装マネジメントを対象とした適用事例を用いて、本研究で提案した方法論の有効性を実証的に検討した。本研究で提案した方法論は、十分な実用性を有するものとするが、今後研究課題が残されている。第 1 に、適用事例の空港舗装は、供用が開始されておらず、現時点ではモニタリングデータが蓄積されていない。したがって、仮想データを用いて、モデルのベイズ更新を試みている。実モニタリングデータを用いたベイズ更新を行い、モデルの実用性について検討することが必要である。第 2 に、コンクリート舗装のハイブリッド劣化モデルはいくつかの前提条件の下に成立する。特に、混合地盤沈下モデルでは、地盤の 2 次圧密を考慮していない。事前の地盤工学的検討により、本研究の適用事例としてとりあげた臨海部空港では、2 次圧密の影響はほとんど無視し得ることが報告されている。しかし、2 次圧密を無視できない環境では、ハイブリッド劣化モデルを定式化し直すことが必要である。特に、適用事例では PFI 事業権契約にあたり、2 次圧密が発生することが想定されていない。現実には、2 次圧密が発生した場合、PFI 事業権契約自体の契約変更を考慮することが必要となろう。第 3 に、補修履歴が舗装の劣化過程に及ぼす影響を考慮していない。適用事例では、ひび割れ部注入補修によって健全度が 1 に回復すると考えている。しかし、補修履歴が、その後の劣化過程に影響

を及ぼす可能性がある。補修による影響を考慮した劣化モデルの開発が必要である。第 4 に、本研究では舗装構造に関する設計緒元を所与と考え、維持補修計画の最適化のみを考慮していた。ライフサイクル費用の最適化を図るためには、舗装構造の設計と維持補修政策の最適化を達成することが必要である。最後に、ベイズ更新の取り扱いを高度化すること必要である。モデル分析者は、初期時点において、将来時点でモニタリングデータが獲得できれば、最適補修政策がベイズ更新されることは知っている。将来の学習過程も考慮に入れた上で、現時点における補修政策を最適化することが可能である。このような高度な学習過程を考慮に入れた最適維持補修モデルが、どこまで実用的であるかについては議論の余地があるが、理論的研究の深化のためには重要な検討課題である。

なお、本研究の一部は文部科学省「若手研究者の自立的な研究環境整備促進」事業によって大阪大学グローバル若手研究者フロンティア研究拠点にて実施された。また、本研究の一部は(財)港湾空港建設技術サービスセンターの平成 20 年度研究開発助成を受けた。

参考文献

- 1) 下村泰造, 小林潔司, 貝戸清之, 小濱健吾: 空港コンクリート舗装のハイブリッド劣化モデル, 土木計画学研究・論文集, Vol.26, No.1, pp.47-58, 2009.
- 2) 例えば, Heyman, D.P. and Sobel, M.J. (eds.): *Stochastic Models, Handbooks in Operations Research and Management Science*, Vol.2, North-Holland, 1990.
- 3) 例えば, 三根久, 河合一: 信頼性・保全性の数理, 朝倉書店, 1982.
- 4) 例えば, White, D. J.: *Markov Decision Process*, Wiley, pp.130-146, 1993.
- 5) 例えば, Eckles, J. E.: Optimal maintenance with incomplete information, *Operations Research*, Vol.16, pp.1058-1067, 1968.
- 6) Madanat, S.: Incorporating inspection decisions in pavement management, *Transportation Research, Part B*, Vol.27B, pp.425-438, 1993.
- 7) Madanat, S. and Ben-Akiva, M.: Optimal inspection and repair policies for infrastructure facilities, *Transportation Science*, Vol.28, pp.55-62, 1994.
- 8) Durango, P. and Madanat, S.: Optimal maintenance and repair policies for infrastructure facilities under uncertain deterioration rates: An adaptive control approach, *Transportation Research, Part A*, Vol.36, pp.763-778, 2002.
- 9) 織田澤利守, 石原克治, 小林潔司, 近藤佳史: 経済的寿命を考慮した最適修繕政策, 土木学会論文集, No.772/IV-65, pp.169-184, 2004.
- 10) Jido, M., Otazawa, T. and Kobayashi, K.: Synchronized Repair Policy for Bridge Management, in: Watanabe, E., Frangopol, D. M. and Utsunomiya, T. (eds.), *Bridge Maintenance, Safety, Management and Cost*, CD-ROM, Balkema, 2005.
- 11) 貝戸清之, 保田敬一, 小林潔司, 大和田慶: 平均費用法に基づいた橋梁の最適補修戦略, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.83-96, 2005.

- 12) 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
- 13) Mishalani, R. and Madanat, S.: Computation of infrastructure transition probabilities using stochastic duration models, *ASCE Journal of Infrastructure Systems*, Vol.8, No.4, pp.139-148, 2002.
- 14) Shin, H. C. and Madanat, S.: Development of a stochastic model of pavement distress initiation, 土木学会論文集, No.744/IV-61, pp.61-67, 2003.
- 15) 青木一也, 山本浩司, 津田尚胤, 小林潔司: 多段階ワイブル劣化ハザードモデル, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2005.
- 16) 貝戸清之, 熊田一彦, 林秀和, 小林潔司: 階層型指数劣化ハザードモデルによる舗装ひび割れ過程のモデル化, 土木学会論文集 F, Vol.63, No.3, pp.386-402, 2007.
- 17) 貝戸清之, 小林潔司: マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定, 土木学会論文集 A, Vol.63, No.2, pp.336-355, 2007.
- 18) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: 劣化予測のためのハザードモデルの推計, 土木学会論文集, No.791/VI-67, pp.111-124, 2005.
- 19) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: トンネル照明システムの最適点検・更新政策, 土木学会論文集, No.805/VI-67, pp.105-116, 2005.
- 20) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: 時間依存型劣化過程を有するシステムの集計的最適点検・補修政策, 土木学会論文集 F, Vol.62, No.2, pp.240-257, 2006.
- 21) 徐飛, 小林潔司: 複数リスクを考慮した最適水力発電契約モデル, 土木学会論文集 D, Vol.64, No.3, pp.391-410, 2008.
- 22) 下村泰造, 小濱健吾, 貝戸清之, 小林潔司: 空港舗装アセットマネジメントのためのハイブリッド型地盤沈下モデル, 土木学会論文集 F, Vol.64, No.4, pp.463-482, 2008.
- 23) 小林潔司: 分権的ライフサイクル費用評価と集計的効率性, 土木学会論文集, No.793/IV-68, pp.59-71, 2005.
- 24) 小林潔司, 上田孝行: インフラストラクチャのマネジメント: 研究展望, 土木学会論文集, No.744/IV-61, pp.15-27, 2003.
- 25) Yuan, J. and Mooney, M. A.: Development of Adaptive Performance Models for the Oklahoma Airfield Pavement Management System, *TRB 2003 Annual Meeting Nov.15*, 2002.
- 26) Federal Aviation Administration: Pavement Management System, *Advisory Circular*, No.150/5380-7, 1988.
- 27) 土田孝, 小野憲司: 数値シミュレーションによる不同沈下の予測とその空港舗装設計への適用, 港湾技術研究所報告, Vol.27, No.4, pp.123-200, 1988.
- 28) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.
- 29) Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.
- 30) Tobin, J.: Estimation of relationships for limited dependent variables, *Econometrica*, Vol.26, pp.24-36, 1958.
- 31) Amemiya, T. and Boskin, M.: Regression analysis when the dependent variable is truncated lognormal, with an application to the determinants of the duration of welfare dependency, *International Economic Review*, Vol.15, pp.485, 1974.
- 32) Ibrahim, J.G., Ming-Hui, C. and Sinha, D.: *Bayesian Survival Analysis*, Springer Series in Statistics, 2001.
- 33) 伊庭幸人: 計算統計学のフロンティアー計算統計 II, マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺, 岩波書店, 2005.
- 34) Gilks, W.R. and Wild, P.: Adaptive rejection sampling for Gibbs sampling, *Applied Statistics*, Vol.41, pp.337-348, 1992.
- 35) Jeffreys, H.: *The Theory of Probability*, Oxford University Press, 1961.
- 36) 和合肇: ベイズ計量経済分析, マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用, 東洋経済新報社, 2005.
- 37) 八谷好高: 空港コンクリート舗装のマネジメントシステムに関する研究, 港湾技研資料, No.698, 1991.
- 38) 小梁川雅, 野田悦郎, 伊藤正秀: 供用履歴を受けたコンクリート舗装の疲労特性に関する研究, 舗装工学論文集, Vol.9, pp.149-156, 2004.
- 39) 宮田俊介, 丸山暉彦, 中村健: 信頼性を考慮した舗装設計法に関する研究, 土木学会第 57 回年次学術講演会, pp.873-874, 2002.
- 40) 竹内康, 小梁川雅, 西澤辰男, 木村慎: 路盤の経年変化がコンクリート舗装の疲労破壊に及ぼす影響, 舗装工学論文集, 土木学会, Vol.3, pp.93-100, 1998.
- 41) 下村泰造, 西澤辰男, 吉永清人, 福岡知久: 疲労度設計法を用いた空港コンクリート舗装の維持管理手法の検討, 舗装工学論文集, 土木学会, Vol.12, pp.211-218, 2007.
- 42) 国土交通省航空局: 空港舗装補修要領(案), 1999.

(2009. 12. 17 受付)

AN OPTIMAL MAINTENANCE MANAGEMENT MODEL FOR AIRPORT CONCRETE PAVEMENT

Taizo SHIMOMURA, Yuji FUJIMORI, Kiyoyuki KAITO, Kengo OBAMA
and Kiyoshi KOBAYASHI

In this paper, an optimal management model is formulated for the performance-based rehabilitation/maintenance contract for airport concrete pavement, whereby two types of life cycle cost risks, i.e., ground consolidation risk and concrete depreciation risk, are explicitly considered. The non-homogenous Markov chain model is formulated to represent the deterioration processes of concrete pavement which are conditional upon the ground consolidation processes. The optimal non-homogenous Markov decision model with multiple types of risk is presented to design the optimal rehabilitation/maintenance plans. And the methodology to revise the optimal rehabilitation/maintenance plans based upon the monitoring data by the Bayesian up-to-dating rules. The validity of the methodology presented in this paper is examined based upon the case studies carried out for the H airport.