

ポアソン隠れマルコフ劣化モデルによる 舗装劣化過程のモデル化

Le Thanh NAM¹・貝戸清之²・小林潔司³・起塚亮輔⁴

¹正会員 Swiss Federal Institute of Technology (Zurich 8093, Switzerland)
E-mail: lethanh@ibi.baug.ethz.ch

²正会員 大阪大学准教授 大学院工学研究科地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)
E-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp

³フェロー会員 京都大学教授 経営管理大学院経営管理講座 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)
E-mail: kobayashi.kiyoshi.6n@kyoto-u.ac.jp

⁴正会員 東日本旅客鉄道株式会社 千葉保線技術センター (〒 260-0043 千葉市中央区弁天 2-23-2)
E-mail: ryosuke-okizuka@jreast.co.jp

道路舗装マネジメントでは、ポットホール等の局所的損傷に対する補修費用と、オーバレイ等の舗装表層・基層部の補修・更新費用で構成されるライフサイクル費用の評価を行うことが重要である。本研究では、舗装の劣化過程を比較的発生頻度が高い局所的損傷と、相対的に変化の遅い路面の劣化過程で構成される複合的な劣化過程としてモデル化する。その際、路面健全度の経時的変化過程をマルコフ劣化モデルで表現し、局所的損傷の発生率が路面の健全度分布に依存するようなポアソン隠れマルコフ劣化モデルを定式化する。さらに、マルコフ連鎖モンテカルロ (MCMC) 法を用いたモデル推計手法を示すとともに、具体的な適用事例を通して、提案したポアソン隠れマルコフ劣化モデルの適用可能性について実証的な分析を試みる。

Key Words : *Poisson hidden Markov model, pot hole, pavement management, MCMC*

1. はじめに

道路舗装の劣化には多大な不確実性が介在するため、劣化過程を確定的に予測することは不可能である。舗装マネジメントでは、日常的な道路巡回を通じて、ポットホール等の局所的損傷に対する応急補修を行うと同時に、一定年度の間隔を経て路面性状調査を実施し、オーバレイや打ち換え等の大規模な補修の必要性が検討される。近年、舗装劣化の統計的予測手法¹⁾⁻³⁾が提案され、ポットホール等に対する日常的な巡回・補修政策の合理化⁴⁾や、舗装の劣化予測手法と連動したライフサイクル費用評価手法⁵⁾⁻⁷⁾の高度化が試みられている。

ポットホール等の局所的損傷の発生と路面の劣化過程の間には相互関係が存在する可能性がある。特に、路面にひび割れが発生すれば、ポットホールが発生する可能性が大きくなる。このように路面の局所的な損傷発生が、路面の健全度に依存している場合、局所的損傷に対する応急的な補修費用と舗装の大規模補修により発生する補修費用の双方を同時に考慮したようなライフサイクル費用評価の方法を開発することが望まれる(通常、路面の健全度は路面性状調査を通してわだち掘れ、ひび割れ、平坦性で評価される。舗装マネジメントを考える上では、この他にも舗装耐荷力の影響も考慮しなければならない。著者らは、この点の重要性

を認識しつつも、本研究ではポットホールという局所的損傷と路面の劣化過程の相互関係に着目することとし、舗装耐荷力の問題に関しては今後の課題とする)。本研究では、ポットホール等の局所的損傷の発生過程をポアソン発生モデルとして表現する。さらに、路面の劣化過程をマルコフ劣化ハザードモデルを用いて表現する。その上で、路面健全度の低下がポットホールの発生過程に及ぼす影響を考慮したような舗装の劣化予測モデルを提案することとする。

さらに、ポットホールは日常的な道路巡回で観測される。一方で、路面健全度は路面性状調査を通して観測されるが、観測頻度は日常巡回と比較して圧倒的に少ない。日常的な道路巡回が実施される多くの時点では、ポットホールは観測できるが、路面健全度は観測できない。本研究では、このように観測頻度と変化(劣化進展)の速度が異なるポットホールのような局所的損傷と路面の劣化過程で構成される複合的な劣化過程を、ポアソン隠れマルコフ劣化モデルを用いて表現する。日常的な道路巡回時において、路面健全度は観測できないが、マルコフ劣化ハザードモデルを用いて路面健全度の確率分布を推計することは可能である。さらに、ポットホールの発生率は観測不可能な路面健全度に依存するが、マルコフ劣化ハザードモデルで推計した路面健全度の確率分布を用いて局所的損傷の発生過程を混合

ポアソン発生モデルで表現する。その上で、舗装の劣化過程をマルコフ劣化ハザードモデルと混合ポアソン発生モデルを連動させたポアソン隠れマルコフ劣化モデルを用いて表現する。以下、**2.**では本研究の基本的な位置づけを述べる。**3.**ではポアソン隠れマルコフ劣化モデルを定式化する。**4.**でモデルの推計手法を提示し、**5.**ではマルコフ連鎖モンテカルロ (Markov Chain Monte Carlo: MCMC) 法を用いた推計アルゴリズムを述べる。**6.**では適用事例について述べる。

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 従来の研究概要

社会基盤施設の統計的劣化予測モデルとしてマルコフ劣化モデルが提案されている^{8),9)}。初期の段階におけるマルコフ推移確率の推計方法として、健全度間の推移状態に関する実データを数え上げることにより、推移確率を推計する方法^{10),11)}が提案されている。また、杉崎等¹²⁾は、異なる点検間隔を有する目視点検データを用いて、マルコフ推移確率を集計的に推計する方法を提案している。その後、マルコフ推移確率の推計は、ハザード解析手法^{13),14)}の導入により、飛躍的に発展した。中でも、Mishalani and Madanat¹⁵⁾は、2つの隣接する健全度のみを対象として、マルコフ推移確率を指数ハザードモデルを用いて表現する方法を提案した。これとは独立に、津田等は、2つ以上の任意の健全度間における推移状態を表現する多段階指数ハザードモデル¹⁶⁾を提案し、マルコフ推移確率を推計する一般的な方法論を示した。その後、マルコフ推移確率が過去の記憶を有する非斉次マルコフ推移確率を推計するための多段階ワイブル劣化ハザードモデル¹⁷⁾、異なる劣化パターン間の推移過程を表現する階層型指数劣化ハザードモデル¹⁸⁾、異なる損傷間の競争関係をモデル化する競合型マルコフ劣化ハザードモデル¹⁹⁾が提案されている。また、マルコフ推移確率の推計方法に関しては、測定データが非常に少ない段階で、技術者の経験情報と測定結果を結合してマルコフ推移確率を推計するベイズ推計モデル^{20),21)}、予防補修に伴って測定データが欠損することにより発生する欠損バイアスを補正する方法²²⁾、ハザード率の異質性を考慮したランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル²³⁾や混合マルコフ劣化ハザードモデル²⁴⁾が提案されている。以上の方法は、いずれも社会基盤施設の健全度が確定的に観測できることを想定している。さらに、測定値に観測誤差が存在するなど不完全な情報に基づいて劣化過程を予測するマルコフ劣化予測モデルに関して研究が進展している。その中で、小林等²⁵⁾は健全度に測定誤差が存在する場合を対象として、測定誤差の背後に隠れているマ

ルコフ推移確率を推計する隠れマルコフ劣化モデル²⁶⁾を提案している。本研究で対象とする舗装の劣化過程は、ポットホール等の局所的損傷過程と、路面の劣化過程という2種類の劣化過程が存在し、路面健全度の低下がポットホールの発生頻度に影響を及ぼすという階層性を有している。さらに、日常的な道路巡回ではポットホールの発生状況は観測できるが、路面健全度を観測するためには路面性状調査が必要である。本研究では、日常的な道路巡回データ (ポットホールの発生数に関する情報) と路面性状調査データ (路面健全度に関する情報) を用いて、複合的な舗装の劣化過程を表現するためのポアソン隠れマルコフ劣化モデル²⁷⁾を提案する。筆者等の知る限り、ポアソン隠れマルコフ劣化モデルに関する既往研究は見当たらず、モデルの提案、推計方法、および社会基盤施設のアセットマネジメントに関する適応事例に新規性がある。

(2) ポットホールと舗装ひび割れ

ポットホールの発生には、1) 繰り返し荷重 (大型車交通量、車線の横断勾配による負荷)、2) 道路形状等 (カーブ区間、交差点部)、3) 舗装の滞水 (水状況、降雨量、層の透水条件 (コンクリート床版、アスファルト舗装など) という要因が影響を及ぼすと考えられている。中でも、舗装の滞水が大きな要因となっていることが多い。実際に、積雪寒冷地の路面においては、特に冬季にポットホールが頻繁に発生する事象が数多く報告されており、実務的知見として滞水の影響が大きいことが指摘されている。また、この際の剥離のメカニズムに関しても、水浸ホイールトラッキング試験²⁸⁾により剥離現象を再現できることが確認されている。実際に、水浸ホイールトラッキング試験に基づいて、舗装下方からの剥離現象の進行によりポットホールが発生する過程が再現され、舗装下面の滞水がポットホールの原因の1つとなることが指摘されている。この場合、滞水状態にある路面のポットホールの発生は、1) 降雨、降雪、融雪散水などにより、舗装表面に滞水した水がひび割れなどのき裂が発生した箇所から舗装体に侵入する、2) さらに繰り返し作用する交通荷重により、滞水した水が骨材とアスファルトの間に侵入する、3) これに伴って、舗装が時間の経過とともに結合力を失い、骨材からアスファルトが剥離し、最終的に破損する、という過程を経ることになる。

一方で、路面健全度は路面性状調査を通して、わだち掘れ、ひび割れ、平坦性、あるいは総合的指標であるMCIで評価される。これらのうち、ポットホールとの関連性においては特にひび割れの影響が指摘されている (その他には排水不良箇所など)。ひび割れの発生メカニズムに関しては、種々の研究報告がなされている

ものの、依然として不明な点が少なくない。また、ひび割れ原因により、その発生メカニズムに違いが存在することが指摘されている。既往の研究報告を整理すると、一般的にひび割れの原因にはアスファルトコンクリート層底面から発生するものと、表面から発生するものが存在する^{29),30)}。底面から発生するひび割れの原因は、1) 路床も含めた舗装の構造的な強度不足、2) 切盛境などの支持層の不連続、3) リフレクションクラック、4) 温度応力、5) 材料の品質および施工不良とされている³⁰⁾。また、表面から発生するひび割れでは、特に車輪走行位置付近で縦方向に発生する「わだちわれ」に関する研究が多い^{31),32)}。ひび割れは以上の原因が複合的に生じた結果であるケースも多く、メカニズムの解明が困難な現象であると言える。一方、舗装のアセットマネジメントの視点に立てば、ひび割れのタイプ(縦、横、面ひび割れ)により補修方法や補修費用が異なることが課題となる。中でも、縦ひび割れは、発生範囲が広範に及ぶために、大規模補修が必要となる場合が多い。また、面ひび割れが発生した場合、ポットホールの発生等、管理瑕疵につながる可能性も想定されることから、早期に補修が実施される。しかし、面ひび割れの補修は、局所的な工事に対処可能な場合が少なくない。道路舗装アセットマネジメントにおけるライフサイクル費用を管理する上で、タイプ別のひび割れ発生頻度、ひび割れの進行速度に関する管理情報を獲得することが重要な課題となる。本研究では、このような舗装管理上の課題に対処するために、ポットホールとひび割れの関連性を考慮した劣化予測手法を提案する。なお、ポットホールの発生には、わだち掘れや平坦性の影響を無視しえないことも事実であり、本研究の適用事例においては、ひび割れ率よりも、MCIを用いてポアソン隠れマルコフ劣化モデルを推計した方がモデルの適合度が高かったために、最終的にMCIを用いていることを断わっておく。

(3) 舗装マネジメント

ポットホールの発生には滞水の影響が大きいとされる。一般的に、滞水に関しては、ドレイン管等で排水を十分に行う等、適切な排水構造を設けることで防止策となり得る。しかし、融雪を目的とした散水を実施する積雪地舗装の場合には、冬季の常時滞水が問題となる。実際に、小林等^{4),33)}は積雪地に位置する国道を対象に、日常的な道路巡回を通して獲得したポットホールの発生状況に関するデータを用いて、ポットホール発生過程をポアソン発生モデルで表現し、その発生要因を詳細に分析している。その結果、融雪散水の存在がポットホールの発生に大きく寄与することを指摘するとともに、積雪地における舗装アセットマネジメント

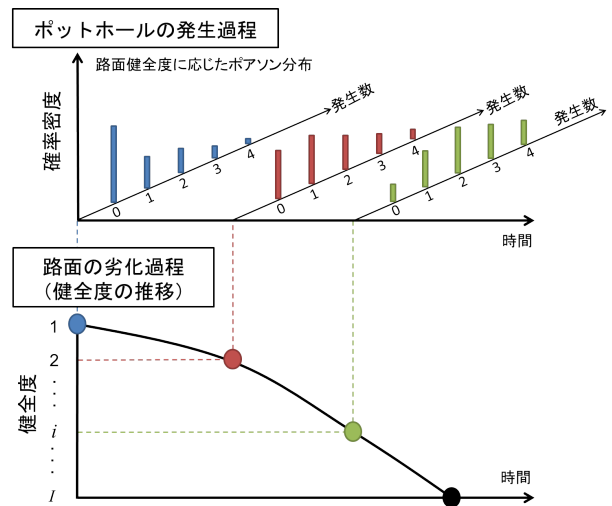


図-1 ポアソン隠れマルコフ劣化モデルの概要

トを実施するためには、冬季のポットホール発生等の積雪地に特有の現象を考慮した方法論の開発が不可欠であることを指摘した。また、その一方で、同一箇所でもポットホールが頻発する道路区間(常温混合物による応急補修を行っても常温混合物が頻繁に剥離する道路区間)に対して、その要因を舗装材料、道路条件、環境条件、施工条件から多角的に分析を行ったが、日常的な道路巡回データと道路台帳データのみからは要因を特定するに至らず、路面健全度の低下や耐荷力の低下の可能性を指摘するに止まった。本研究では小林等の問題提起を受けて、ポアソン隠れマルコフ劣化モデルを通して、ポットホールの発生過程と路面の劣化過程の相互関係を分析することを目的とする。

複数の劣化過程の相互関係を分析するような場合には、例えば路面健全度に応じて道路巡回データをサブデータベースに分割し、それぞれのサブデータベースに対してポアソン発生モデルを推計することが考えられる。しかしながら、一般的に健全度が低下したサブデータベースは相対的にサンプル数が少なくなり、その結果として推計精度が低下する可能性がある。さらに、それぞれのサブデータベースを独立に推計しても、ポットホールと路面健全度の相互関係を評価できるとは言い難い。また、後に詳述するように日常の道路巡回と路面性状調査には、巡回・調査頻度の相違により情報量が異なる場合、さらには両者を同一時点で実施できない場合がある。したがって、例えば道路巡回データの獲得時点での路面健全度を推計する必要性が生じる。このように路面健全度に関する劣化過程が隠れた状態であり、かつ複数の劣化過程に階層性が存在する状態をモデル化することが重要となる。本研究では図-1に示すように、ポットホールの発生過程を上位システム、路面健全度の低下過程を下位システムとするポアソン

隠れマルコフ劣化モデルを提案する。路面健全度が低下することにより、ポットホールの発生頻度が加速される。このため、初期時点からの路面健全度が低下するほど、ポットホールの発生頻度が高くなる（ポットホールの応急補修として常温混合物の耐久性が低下する）。以上のような路面健全度とポットホールの関連性については、道路管理者であれば経験的に獲得した暗黙知より自明であるかもしれない。しかし、それらの関連性を定量的に評価する（形式知化する）ことが今後の組織内での技術継承や、対外的な説明責任において求められる。具体的には、路面健全度が低下した場合、ポットホールに対する応急補修では期待されるような効果が発揮できないだけでなく、オーバーレイ等によって舗装表層・基層部を補修することがライフサイクル費用を抑制する上でも望ましくなることも考えられる。このようなポットホールと路面健全度という複合的な劣化過程の影響を考慮した舗装マネジメントシステムを開発することが重要である。

3. モデルの定式化

(1) 前提条件

道路管理者がカレンダー時刻 s_0 に舗装を補修し、それ以降の時刻にわたって日常的な道路巡回により舗装を管理する問題を考える。対象とする道路は複数の単位区間により構成されるが、記述を簡略化するために、ある単位区間のみに着目して議論を進める。のちに、4. で路線全体に関する議論に拡張する。図-2に示すように、カレンダー時刻 s_0 を初期時点 $t = 0$ とする離散時間軸 $t = 0, 1, 2, \dots, \infty$ を導入する。離散時間軸上の点を時点とよびカレンダー時刻と区別する。離散時点間の期間長を1に基準化する。対象とする舗装において、離散時間軸上で路面性状調査が実施される時点 $t = 0, t_1, \dots, t_n, \dots$ と表記する。さらに、調査時点 t_n における路面性状調査により、路面健全度 $h(t_n)$ が評価される。連続する2つの調査時点間の期間を $\tau_n = [t_n, t_{n+1})$ と呼び、期間長を $T_n = t_{n+1} - t_n$ と表す。路面健全度はレーティング指標 i ($i = 1, \dots, I$) で表される。 i の値が大きくなるほど路面性状が劣化している。 $h(t_n) = I$ の場合は、舗装が使用限界に到達していることを意味する。初期時点 $t = 0$ において $h(0) = 1$ である。さらに、各時点 $t = 0, 1, \dots$ において道路巡回が実施され、ポットホールの発生数を観測する。ポットホールが観測された場合、直ちに応急補修がなされる。期間 τ_n 内におけるポットホールの発生過程を分析するために、路面性状調査時点 t_n を始点 $u_n = 0$ とする局所離散時間軸 $u_n = 0, 1, \dots, T_n$ を考える。ただし、局所離散時間軸上の局所時点 u_n は、離散時間軸上の時点

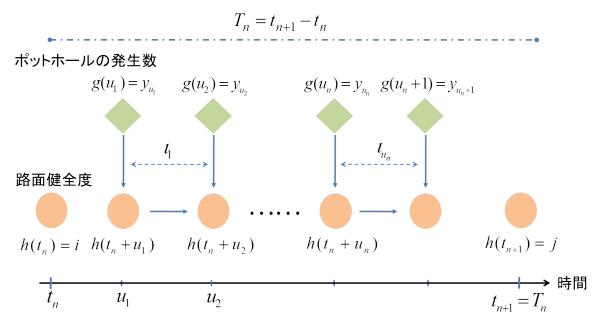


図-2 局所時間軸

$t_n + u_n$ と対応し、 $t_{n+1} = t_n + T_n$ が成立する。局所時点 u_n におけるポットホールの発生数を表す状態変数を $g(u_n) = y_{u_n}$ ($y_{u_n} = 0, 1, \dots$) と表記する。時点 t_n と $t_{n+1} = t_n + T_n$ における路面性状調査により、路面健全度が $h(t_n) = \bar{i}$ と $h(t_{n+1}) = \bar{j}$ と判明したと考える。ただし、 $\bar{i} \leq \bar{j}$ が成立する。このとき、期間 $[t_n, t_{n+1})$ 内の局所時点 $u_n = 1, \dots, T_n - 1$ における健全度 $h(t_n + u_n)$ に関する情報は獲得できないが次式が成立する。

$$h(t_n) = \bar{i} \leq \dots \leq h(t_n + u_n) \leq \dots \leq h(t_{n+1}) = \bar{j} \quad (1)$$

(2) 舗装の劣化過程

再び、舗装の補修が実施された時点 s_0 を起点とする離散時間軸 $t = 0, 1, \dots$ を考える。離散時間軸上の期間 $[t, t + 1)$ における路面健全度の劣化過程を表すマルコフ推移確率は、時点 t における健全度 $h(t) = i$ を与件とし、時点 $t + 1$ において健全度 $h(t + 1) = j$ が生起する条件付確率

$$\text{Prob}[h(t + 1) = j | h(t) = i] = p_{ij} \quad (2)$$

として定義できる。マルコフ推移確率は、津田等¹⁶⁾が開発したマルコフ劣化ハザードモデル（多段階指数劣化ハザードモデル）を用いて表現できる。詳細は津田等¹⁶⁾に譲るが、読者の便宜を図るために以下に簡単に概要を述べておく。時点 t における健全度 i ($i = 1, \dots, I - 1$) のハザード率^{13), 14)}を

$$\lambda^i = \mathbf{x}\boldsymbol{\beta}^i \quad (3)$$

と表す。ただし、 $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_Q)$ は、説明変数ベクトルであり、 $\boldsymbol{\beta}^i = (\beta_1^i, \dots, \beta_Q^i)'$ は未知パラメータベクトルである。ここで、記号 $'$ は転置を、 Q は説明変数の数を表す。さらに、 $\boldsymbol{\beta} = (\boldsymbol{\beta}^{1'}, \dots, \boldsymbol{\beta}^{I-1'})'$ と表記する。ハザード率 λ^i は、期間 $[t, t + 1)$ に対して定義されている。このとき、時点 t において健全度 i の状態から、時点 $t + 1$ においても健全度 i が継続する確率は、

$$p_{ii} = \text{Prob}[h(t + 1) = i | h(t) = i] = \exp(-\lambda^i) \quad (4)$$

となる. さらに, 時点 t と時点 $t+1$ の間で健全度が i から j ($j > i$) に推移するマルコフ推移確率 p_{ij} ($i = 1, \dots, I-1; j = i, \dots, I$) は,

$$\begin{aligned} p_{ij} &= \text{Prob}[h(t+1) = j | h(t) = i] \\ &= \sum_{m=i}^j \prod_{s=i}^{m-1} \frac{\lambda^s}{\lambda^s - \lambda^m} \prod_{s=m}^{j-1} \frac{\lambda^s}{\lambda^{s+1} - \lambda^m} \exp(-\lambda^m) \\ &\quad (i = 1, \dots, I-1; j = i+1, \dots, I) \end{aligned} \quad (5)$$

と表すことができる¹⁶⁾. ただし, 表記上の規則として,

$$\begin{cases} \prod_{s=i}^{m-1} \frac{\lambda^s}{\lambda^s - \lambda^m} = 1 & (m = i \text{ の時}) \\ \prod_{s=m}^{j-1} \frac{\lambda^s}{\lambda^{s+1} - \lambda^m} = 1 & (m = j \text{ の時}) \end{cases} \quad (6)$$

が成立すると考える. さらに, 表記の便宜上,

$$\begin{aligned} &\prod_{s=i, \neq m}^{j-1} \frac{\lambda^s}{\lambda^s - \lambda^m} \exp(-\lambda^m) \\ &= \prod_{s=i}^{m-1} \frac{\lambda^s}{\lambda^s - \lambda^m} \prod_{s=m}^{j-1} \frac{\lambda^s}{\lambda^{s+1} - \lambda^m} \exp(-\lambda^m) \end{aligned} \quad (7)$$

と簡略化する. また, p_{iI} に関しては, マルコフ推移確率の条件より次式で表せる.

$$p_{iI} = 1 - \sum_{j=i}^{I-1} p_{ij} \quad (i = 1, \dots, I-1) \quad (8)$$

このとき, 期間 $[t, t+1)$ で定義される条件付確率 (4), (5), (8) を要素とするマルコフ推移行列を

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & \cdots & p_{1I} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & p_{II} \end{pmatrix} \quad (9)$$

と定義できる. また, 期間 $[t, t+u]$ ($u = 1, 2, \dots$) における推移確率行列 (以下, u 期推移確率行列と呼ぶ) は

$$P(u) = \{P\}^u \quad (10)$$

と表される. なお, u 期推移確率行列を

$$P(u) = \begin{pmatrix} p_{11}(u) & \cdots & p_{1I}(u) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & p_{II}(u) \end{pmatrix} \quad (11)$$

と表記する. ただし, u 期推移確率行列の各要素は, マルコフ劣化ハザードモデル (4), (8) を用いて

$$p_{ii}(u) = \exp(-\lambda^i u) \quad (12a)$$

$$p_{ij}(u) = \sum_{m=i}^j \prod_{s=i, \neq m}^{j-1} \frac{\lambda^s}{\lambda^s - \lambda^m} \exp(-\lambda^m u) \quad (12b)$$

と表すことができる¹⁶⁾.

(3) ポアソン隠れマルコフ過程

時点 t_n ($n = 1, 2, \dots$) において実施される路面性状調査において路面健全度に関する情報を獲得することができる. しかし, 局所時点 u_n ($u_n = 1, \dots, T_n - 1$) においては, 路面健全度に関する情報を獲得できない. すなわち, 局所時点 u_n の健全度は, 観測者に観察できな

い確率変数であるが, ひとまず健全度 $h(t_n + u_n) = l_{u_n}$ が既知であると仮定する.

いま, 2つの連続する路面性状調査時点 t_n, t_{n+1} における健全度 $h(t_n) = \bar{i}, h(t_{n+1}) = \bar{j}$ を既知とし, 2つの調査時点を用いて定義される期間 $\tau_n = [t_n, t_{n+1})$ に着目する. 当該期間 τ_n において舗装の補修が実施されないと考える. さらに, 調査時点 t_n を始点とする局所時点 $u_n = 0, 1, \dots, T_n - 1$ におけるポットホールが発生数 $g(u_n) = y_{u_n}$ ($u_n = 0, \dots, T_n - 1$) も観測されている. 一方, 局所時点 u_n ($u_n = 1, \dots, T_n - 1$) に関する健全度 $h(t_n + u_n)$ における情報は獲得できないが, 健全度 $h(t_n) = \bar{i}, h(t_{n+1}) = \bar{j}$ に関する情報より, 式 (1) が成立することは保証される. ここで, 期間 τ_n を構成する局所期間 $l_{u_n} = [u_n, u_n + 1)$ ($u_n = 0, \dots, T_n - 1$) に着目する. 当該期間 l_{u_n} においてポットホールが到着率 $\mu(l_{u_n}, \mathbf{z}_{u_n}) > 0$

$$\mu(l_{u_n}, \mathbf{z}_{u_n}) = \mathbf{z}_{u_n} \boldsymbol{\alpha}^{l_{u_n}} \quad (13)$$

で表されるポアソン発生モデルに従って生起すると考える. ただし, $\mathbf{z}_{u_n} = (z_{1, u_n}, \dots, z_{P, u_n})$ は, 局所時点 u_n で観測される説明変数ベクトルである. $\boldsymbol{\alpha}^{l_{u_n}} = (\alpha_1^{l_{u_n}}, \dots, \alpha_P^{l_{u_n}})'$ は未知パラメータベクトルであり, $\boldsymbol{\alpha} = (\boldsymbol{\alpha}^1, \dots, \boldsymbol{\alpha}^{I-1})'$ と表記する. 記号 $'$ は転置を, P は説明変数の数を表す. 到着率 $\mu(l_{u_n}, \mathbf{z}_{u_n})$ は, 局所期間 $[u_n, u_n + 1)$ に対して定義されている. このとき, ポットホールが時点 t において平均 $\mu(l_{u_n}, \mathbf{z}_{u_n})$ のポアソン発生モデルに従って到着する. ただし, l_{u_n} は局所時点 u_n における路面健全度であり, 局所期間 l_{u_n} において一定であると仮定する. 局所期間 l_{u_n} の期間長を 1 に基準化しているため, 局所期間 l_{u_n} 中に y_{u_n} 個のポットホールが発生する条件付き確率 $\pi(y_{u_n} | l_{u_n}, \mathbf{z}_{u_n})$ は,

$$\begin{aligned} &\pi(y_{u_n} | l_{u_n}, \mathbf{z}_{u_n}) \\ &= \text{Prob}[g(u_n) = y_{u_n} | h(t_n + u_n) = l_{u_n}, \mathbf{z}_{u_n}] \\ &= \exp\{-\mu(l_{u_n}, \mathbf{z}_{u_n})\} \frac{\{\mu(l_{u_n}, \mathbf{z}_{u_n})\}^{y_{u_n}}}{y_{u_n}!} \end{aligned} \quad (14)$$

と表すことができる. 当然のことながら, 式 (14) に関して $\sum_{y_n=0}^{\infty} \pi(y_{u_n} | l_{u_n}) = 1$ が成立する. ただし, $0! = 1$ である. さらに, 時点 t_n において健全度が $h(t_n) = i$ である条件の下で, 局所時点 u_n において舗装の健全度が l_{u_n} となる条件付き確率 $\rho_{u_n}(l_{u_n} | i)$ を

$$\begin{aligned} &\rho_{u_n}(l_{u_n} | i) \\ &= \text{Prob}\{h(t_n + u_n) = l_{u_n} | h(t_n) = i\} \\ &= p_{il_{u_n}}(u_n) \end{aligned} \quad (15)$$

と定義すれば, 局所期間 l_{u_n} に y_{u_n} 個のポットホールが発生する確率 $\tilde{\pi}_{u_n}(y_{u_n})$ は

$$\tilde{\pi}_{u_n}(y_{u_n}, \mathbf{z}_{u_n})$$

$$= \sum_{l_{u_n}=i}^j \pi(y_{u_n}|l_{u_n}, z_{u_n}) \rho_{u_n}(l_{u_n}|i) \quad (16)$$

と定義される. ここで, 路面性状調査時点 t_n において健全度が $h(t_n) = \bar{i}$ であり, 局所時点 u_n ($u_n = 0, \dots, T_n - 1$) における観測値ベクトル $\bar{\xi}_n$ が観測される条件付き確率 (尤度) $\mathcal{L}(\bar{\xi}_n, \theta)$ を定義する. ただし, 記号「 $\bar{\cdot}$ 」は観測値であることを意味し, $\bar{\xi}_n = \{\bar{y}_n, \bar{z}_n, \bar{i}, \bar{j}\}$ は観測値ベクトルを, $\theta = (\alpha, \beta)$ は未知パラメータベクトルを意味する.

尤度 $\mathcal{L}(\bar{\xi}_n, \theta)$ を, 時点 t_n に健全度 $h(t_n) = \bar{i}$ が観測されたという条件の下で, 1) 局所時点 u_n ($u_n = 0, \dots, T_n - 1$) においてポットホール数の観測値ベクトル \bar{y}_n が測定され, 2) 時点 t_{n+1} に健全度 $h(t_{n+1}) = \bar{j}$ が観測される条件付き確率 (尤度) の積として定義する. すなわち, 尤度 $\mathcal{L}(\bar{\xi}_n, \theta)$ は, 再帰的に

$$\mathcal{L}(\bar{\xi}_n, \theta) = \pi(\bar{y}_0|\bar{i}, \bar{z}_0) \sum_{l_1=i}^j p_{l_1} \ell_1(l_1) \quad (17a)$$

$$\ell_{u_n}(l_{u_n}) = \pi(\bar{y}_{u_n}|l_{u_n}, \bar{z}_{u_n}) \sum_{l_{u_{n+1}}=l_{u_n}}^j p_{l_{u_{n+1}}|l_{u_n}} \ell_{u_{n+1}}(l_{u_{n+1}}) \quad (17b)$$

$$(1 \leq u_n \leq T_n - 1) \\ \ell_{T_n-1}(l_{T_n-1}) = \pi(\bar{y}_{T_n-1}|l_{T_n-1}, \bar{z}_{T_n-1}) p_{l_{T_n-1}|\bar{j}} \quad (17c)$$

と定義できる. 上記のモデルでは, 局所時刻 u_n において健全度 l_{u_n} が観測されない (隠れた) ことを考慮したモデルとなっており, 本研究ではポアソン隠れマルコフモデルと呼ぶ.

4. 推計方法

(1) データセット

道路管理者が K 個の道路区間で構成される路線全体を管理する問題を考える. 各道路区間 k ($k = 1, \dots, K$) に対して, 直近の補修時点 s_0 を始点とする離散時間軸 $t = 0, 1, \dots$ を考え, 時点 t_n ($n = 1, \dots, N$) において路面性状調査が実施され, 健全度 $h_k(t_n)$ を観測したと考える. N は路面性状調査の実施回数を表す. さらに, 各期間 $\tau_n = [t_n, t_{n+1})$ ($n = 0, \dots, N - 1$) に対して, 各局所時点 u_n ($u_n = 0, \dots, T_n - 1$) において道路巡回が実施され, ポットホール個数ベクトル $\bar{y}_n^k = (\bar{y}_0^k, \dots, \bar{y}_{T_n-1}^k)$, ポットホールの発生に影響を及ぼす説明変数ベクトル $\bar{z}_n^k = (\bar{z}_0^k, \dots, \bar{z}_{T_n-1}^k)$, が観測されたと考える. このとき, 道路区間 k の期間 τ_n のそれぞれに対してデータ $\bar{\xi}_n^k = \{\bar{y}_n^k, \bar{z}_n^k, \bar{h}^k(t_n), \bar{h}^k(t_{n+1})\}$ を定義する. さらに, データセット全体を集合 $\bar{\Xi} = \{\bar{\xi}_n^k : n = 0, \dots, N, k = 1, \dots, K\}$ と定義する. データ $\bar{\xi}_n^k$ が

観測される尤度 $\mathcal{L}(\bar{\xi}_n^k, \theta)$ は, 式 (17a)-(17c) を用いて定義される. したがって, データセット全体 $\bar{\Xi}$ が観測される確率 (尤度) は

$$\mathcal{L}(\bar{\Xi}, \theta) = \prod_{k=1}^K \prod_{n=1}^N \mathcal{L}(\bar{\xi}_n^k, \theta) \quad (18)$$

と定式化される. したがって, ポアソン隠れマルコフ劣化モデルの推計問題は, 尤度関数 (18) を最大にするようなパラメータベクトル $\hat{\theta}$ を求める問題に帰着する.

ポアソン隠れマルコフ劣化モデルの尤度関数 (17a)-(17c) は, パラメータに関して高次の非線形多項式となっており, 1 階の最適化条件が (複素数解を含めて) 非常に多くの解を有している³⁴⁾. 当然のことながら, ポットホールの発生確率 $\pi^k(\bar{y}_{u_n}^k | l_{u_n}^k, \bar{z}_{u_n}^k)$, 推移確率 $p_{l_{u_n}^k | l_{u_{n+1}}^k}$ の推計値は実数解でなければならない. さらに, これらの確率の推計値として, 数ある実数解の中から 0 と 1 の間にある解を選択しなければならない. 最尤法の代わりにベイズ推計法を用いれば, 高次の非線形多項式を解く問題を回避できる. しかし, 尤度関数 (17a)-(17c) が, 極めて多くの項を含んでおり, 計算量が膨大になってしまう欠点がある³⁵⁾⁻³⁸⁾. このような最尤法の難点を克服するために, 尤度関数の完備化操作が必要となる.

(2) 完備化操作

再び, ある道路区間 k に着目する. さらに, 路面性状調査が時点 t_n, t_{n+1} において実施され, 路面の健全度 $\bar{i}_n^k, \bar{j}_{n+1}^k$ が測定されたと考える. さらに, ポアソン隠れマルコフ劣化モデルを推計するために, 期間 $[t_n, t_{n+1})$ における路面の健全度の推移パターンを潜在変数ベクトル $\mathbf{m}_n^k = (m_1^k, \dots, m_{T_n-1}^k)$ を用いて表す. 劣化過程の性質より, 施設が補修されない限り,

$$\bar{i}_n^k \leq m_1^k \leq \dots \leq m_{T_n-1}^k \leq \bar{j}_{n+1}^k \quad (19)$$

を満足する. 真の健全度ベクトル \mathbf{m}_n^k は本来測定不可能であり, 時点 t_n, t_{n+1} における健全度 $\bar{i}_n^k, \bar{j}_{n+1}^k$ しか観測できない. しかし, 議論の便宜上, ひとまず潜在変数の値が $\tilde{\mathbf{m}}_n^k = (\tilde{m}_1^k, \dots, \tilde{m}_{T_n-1}^k)$ に確定したと仮定する. さらに, 潜在変数 \mathbf{m}_n^k の仮想的実現値 $\tilde{\mathbf{m}}_n^k$ に対して, ダミー変数

$$\delta_{s_{u_n}^k}^k = \begin{cases} 1 & \tilde{m}_{u_n}^k = s_{u_n}^k \\ 0 & \tilde{m}_{u_n}^k \neq s_{u_n}^k \end{cases} \quad (20)$$

$$(s_{u_n}^k = \bar{i}_n^k, \dots, \bar{j}_{n+1}^k; u_n = 1, \dots, T_n - 1)$$

を導入する. 潜在変数の仮想的実現値ベクトル $\tilde{\mathbf{m}}_n^k$ を与件とすれば, 尤度関数 (17a)-(17c) を

$$\bar{\mathcal{L}}(\tilde{\mathbf{m}}_n^k, \bar{\xi}_n^k, \theta) = \prod_{u_n=0}^{T_n-1} \prod_{s_{u_n+1}^k=\bar{j}_{n+1}^k}^{\bar{j}_n^k} \pi^k(\bar{y}_{u_n}^k | s_{u_n}^k, \bar{z}_{u_n}^k)^{\delta_{s_{u_n}^k}^k} \{p_{s_{u_n}^k | s_{u_n+1}^k}^k\}^{\delta_{s_n}^k}$$

$$= \prod_{u_n=0}^{T_n-1} \pi^k(\bar{y}_{u_n} | \tilde{m}_{u_n}^k, \bar{z}_{u_n}^k) p_{\tilde{m}_{u_n}^k, \tilde{m}_{u_n+1}^k} \quad (21)$$

と書き換えることができる³⁷⁾. 以上の操作を完備化 (completion) と言う. 完備化された尤度関数 (21) (以下, 完備化尤度関数と呼ぶ) は, 通常の尤度関数 (17a)-(17c) より大幅に簡略化されていることが理解できる. ただし, 完備化尤度関数 (21) の中に含まれる潜在変数 \tilde{m}_n^k は, 測定できない変数である. そこで, 完備化尤度関数を用いて, 潜在変数の確率分布を推計することを考える. 完備化尤度関数を展開すれば, 潜在変数 \tilde{m}_n^k に関する全条件付事後分布 (full conditional posterior distribution) を導出できる. 劣化過程の特性により, 補修が実施されない限り, 条件 (19) が成立する. ここで, $\tilde{m}_{-u_n}^k = (\tilde{m}_1^k, \dots, \tilde{m}_{u_n-1}^k, \tilde{m}_{u_n+1}^k, \dots, \tilde{m}_{T_n}^k)$, $\tilde{m}_{-u_n}^{m,k} = (\tilde{m}_1^k, \dots, \tilde{m}_{u_n-1}^k, m, \tilde{m}_{u_n+1}^k, \dots, \tilde{m}_{T_n}^k)$ とすれば, $m_{u_n}^k = m$ ($m \in \{\tilde{m}_{u_n-1}^k, \dots, \tilde{m}_{u_n+1}^k\}$) の全条件付事後確率は, ベイズの法則より

$$\begin{aligned} & \text{Prob}\{m_{u_n}^k = m | \tilde{m}_{-u_n}^k\} \\ &= \frac{\bar{\mathcal{L}}(\tilde{m}_{-u_n}^{m,k}, \bar{\xi}_n^k, \theta)}{\sum_{m=\tilde{m}_{u_n-1}^k}^{\tilde{m}_{u_n+1}^k} \bar{\mathcal{L}}(\tilde{m}_{-u_n}^{m,k}, \bar{\xi}_n^k, \theta)} \\ &= \frac{\pi^k(\bar{y}_{u_n}^k | m, \bar{z}_{u_n}^k) \omega_{m,t}^k(\tilde{m}_{u_n-1}^k, \tilde{m}_{u_n+1}^k)}{\sum_{m=\tilde{m}_{u_n-1}^k}^{\tilde{m}_{u_n+1}^k} \pi^k(\bar{y}_{u_n}^k | m, \bar{z}_{u_n}^k) \omega_{m,t}^k(\tilde{m}_{u_n-1}^k, \tilde{m}_{u_n+1}^k)} \end{aligned} \quad (22)$$

と表される. ただし,

$$\omega_{m,t}^k(\tilde{m}_{u_n-1}^k, \tilde{m}_{u_n+1}^k) = \begin{cases} p_{j_n^k, m}^k p_{m, \tilde{m}_n^k}^k & u_n = 1 \\ p_{\tilde{m}_{u_n-1}^k, m}^k p_{m, \tilde{m}_{u_n+1}^k}^k & 2 \leq u_n \leq T_n - 2 \\ p_{\tilde{m}_{T_n-2}^k, m}^k p_{m, j_n^k}^k & u_n = T_n - 1 \end{cases} \quad (23)$$

である. すなわち, 道路区間 k におけるポットホール の発生確率 $\pi^k(\bar{y}_{u_n}^k | m, \bar{z}_{u_n}^k)$ と推移確率 $p_{m, \tilde{m}_{u_n+1}^k}^k$ ($u_n = 0, \dots, T_n - 1; n = 1, \dots, N, k = 1, \dots, K$) が求まれば, $\tilde{m}_{-u_n}^k$ を与件とした局所時点 u_n の健全度 $m_{u_n}^k \in \{\tilde{m}_{u_n-1}^k, \dots, \tilde{m}_{u_n+1}^k\}$ の全条件付事後確率を求めることができる. 完備化尤度関数 (21) では, 潜在変数 \tilde{m}_n^k は確定的である. ただし, ポットホールの発生確率と健全度間の推移確率には未知パラメータ α, β が含まれており, 潜在変数に関する全条件付事後確率を先験的に求めることができない. 全条件付事後確率 (32) を用いた MCMC 法を用いて, 反復的に潜在変数 m をランダム発生させ, パラメータ α, β をベイズ推計することになる. これらの未知パラメータと全条件付事後確率を求める方法についても, 5. で改めてとりあげる. このような手続きにより, 完備化尤度関数を用いて求めたパラメータのベイズ推計値が, 真の尤度関数を用いて求めたパラメータの最尤推計値に収束することが証

明されている³⁹⁾.

5. アルゴリズム

(1) MCMC 法

隠れマルコフ劣化モデルを含む混合分布モデルの推計では, 尤度関数が高度な非線形性を有しているため, 通常の最尤法やベイズ推計法を用いることが困難である^{34), 35)}. このようなことから, 混合分布モデルの推計方法として, 通常の尤度関数ではなく, 完備化尤度関数を定義するとともに, MCMC 法を用いて混合分布モデルを推計する方法が提案されている³⁶⁾⁻³⁹⁾. 既往の隠れマルコフ劣化モデルでは, マルコフ推移確率が定数で与えられ, これらの定数パラメータを集計的に推計するに留まっている. しかし, 本研究で提案するポアソン隠れマルコフ劣化モデルでは, マルコフ劣化ハザードモデルを用いて, マルコフ推移確率を推計することが必要となる. すでに, 小林等²⁵⁾は, 隠れマルコフ劣化モデルを推計するための MCMC 法の中に, マルコフ推移確率のベイズ推計アルゴリズムを内包したような MCMC アルゴリズムを開発している. 本研究では, 小林等が提案した MCMC 法を修正し, ポアソン隠れマルコフ劣化モデルのベイズ推計法を提案する.

まず, ポットホールの到着率 (13) に含まれるパラメータ $\alpha^i = (\alpha_1^i, \dots, \alpha_p^i)$ は, 未知パラメータである. これらの定数の事前確率密度関数として, 正規分布を仮定する. すなわち, パラメータ α^i の事前確率密度関数が $\alpha^i \sim \mathcal{N}_P(\zeta^{i,\alpha}, \Sigma^{i,\alpha})$ である. ただし, P 次元正規分布 $\mathcal{N}_P(\zeta^{i,\alpha}, \Sigma^{i,\alpha})$ の確率密度関数は,

$$\begin{aligned} \phi(\alpha^i | \zeta^{i,\alpha}, \Sigma^{i,\alpha}) &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{P}{2}} \sqrt{|\Sigma^{i,\alpha}|}} \\ & \exp\left\{-\frac{1}{2}(\alpha^i - \zeta^{i,\alpha})\{\Sigma^{i,\alpha}\}^{-1}(\alpha^i - \zeta^{i,\alpha})'\right\} \end{aligned} \quad (24)$$

となる. ただし, $\zeta^{i,\alpha}$ は $\mathcal{N}_P(\zeta^{i,\alpha}, \Sigma^{i,\alpha})$ の事前期待値ベクトル, $\Sigma^{i,\alpha}$ は事前分散共分散行列である. 同様に, β^i の事前確率密度関数も多次元正規分布に従うと考え, $\beta^i \sim \mathcal{N}_Q(\zeta^{i,\beta}, \Sigma^{i,\beta})$ を仮定する. ただし, Q 次元正規分布 $\mathcal{N}_Q(\zeta^{i,\beta}, \Sigma^{i,\beta})$ の確率密度関数は,

$$\begin{aligned} \psi(\beta^i | \zeta^{i,\beta}, \Sigma^{i,\beta}) &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{Q}{2}} \sqrt{|\Sigma^{i,\beta}|}} \\ & \exp\left\{-\frac{1}{2}(\beta^i - \zeta^{i,\beta})\{\Sigma^{i,\beta}\}^{-1}(\beta^i - \zeta^{i,\beta})'\right\} \end{aligned} \quad (25)$$

となる. ただし, $\zeta^{i,\beta}$ は事前期待値ベクトル, $\Sigma^{i,\beta}$ は事前分散共分散行列である. このとき, 完備化事後確率密度関数 $\rho(\alpha, \beta | \tilde{m}, \bar{\xi})$ は,

$$\begin{aligned} \rho(\alpha, \beta | \tilde{m}, \bar{\xi}) &\propto \mathcal{L}(\alpha, \beta, \tilde{m}, \bar{\xi}) \prod_{i=1}^{I-1} \left\{ \phi(\alpha^i | \zeta^{i,\alpha}, \Sigma^{i,\alpha}) \right. \\ & \left. \psi(\beta^i | \zeta^{i,\beta}, \Sigma^{i,\beta}) \right\} \end{aligned}$$

$$\propto \prod_{k=1}^K \prod_{n=1}^N \prod_{u_n=0}^{T_n-1} \left[\exp\left(-\bar{z}_{u_n}^k \alpha^{\tilde{m}_{u_n}^k}\right) \left(\bar{z}_{u_n}^k \alpha^{\tilde{m}_{u_n}^k}\right)^{\bar{y}_{u_n}^k} \sum_{l=\tilde{m}_{u_n}^k}^{\tilde{m}_{u_n}^k+1} \left\{ \prod_{h=\tilde{m}_{u_n}^k, \neq l}^{l-1} \frac{\lambda_h^k}{\lambda_h^k - \lambda_l^k} \exp(-\lambda_l^k) \right\} \right] \prod_{i=1}^{I-1} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\alpha^i - \zeta^{i,\alpha})\{\Sigma^{i,\alpha}\}^{-1}(\alpha^i - \zeta^{i,\alpha})'\right\} -\frac{1}{2}(\beta^i - \zeta^{i,\beta})\{\Sigma^{i,\beta}\}^{-1}(\beta^i - \zeta^{i,\beta})'\} \quad (26)$$

となる。

(2) ギブスサンプリング

ポアソン隠れマルコフ劣化モデルでは、事後確率密度関数 $\rho(\alpha, \beta | \tilde{m}, \bar{\xi})$ を直接解析的に求めることができない。そこで、代表的な MCMC 法であるギブスサンプリング法⁴⁰⁾を用いて、パラメータ α, β の標本サンプルを事後確率密度関数から抽出する。式 (26) において、 α, β は互いに独立であり、これらのパラメータの完備化条件付事後密度関数 $\rho(\alpha | \tilde{m}, \bar{\xi}), \rho(\beta | \tilde{m}, \bar{\xi})$ は

$$\rho(\alpha | \tilde{m}, \bar{\xi}) \propto \prod_{k=1}^K \prod_{n=1}^N \prod_{u_n=0}^{T_n-1} \exp\left(-\bar{z}_{u_n}^k \alpha^{\tilde{m}_{u_n}^k}\right) \left(\bar{z}_{u_n}^k \alpha^{\tilde{m}_{u_n}^k}\right)^{\bar{y}_{u_n}^k} \prod_{i=1}^{I-1} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\alpha^i - \zeta^{i,\alpha})\{\Sigma^{i,\alpha}\}^{-1}(\alpha^i - \zeta^{i,\alpha})'\right\} \quad (27a)$$

$$\rho(\beta | \tilde{m}, \bar{\xi}) \propto \prod_{k=1}^K \prod_{n=1}^N \prod_{u_n=0}^{T_n-1} \sum_{l=\tilde{m}_{u_n}^k}^{\tilde{m}_{u_n}^k+1} \left\{ \prod_{h=\tilde{m}_{u_n}^k, \neq l}^{l-1} \frac{\lambda_h^k}{\lambda_h^k - \lambda_l^k} \exp(-\lambda_l^k) \right\} \prod_{i=1}^{I-1} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\beta^i - \zeta^{i,\beta})\{\Sigma^{i,\beta}\}^{-1}(\beta^i - \zeta^{i,\beta})'\right\} \quad (27b)$$

と表せる。また、潜在変数 m の全条件付事後分布は式 (22) で表される。ギブスサンプラーを用いた MCMC 法により、隠れマルコフ劣化モデルを推計することが可能となる。図-3 に、ポアソン隠れマルコフ劣化モデルをベイズ推計するための具体的手順を整理している。読者の便宜を図るために、同図中には、推計法の詳細を説明する節番号や式番号を明記している。以下では、以上の各ステップの内容を、より詳細に説明する。

a) ステップ 1 初期値設定

事前分布 (24),(25) のパラメータベクトル (行列) $\zeta^{i,r}, \Sigma^{i,r} (i = 1, \dots, I-1; r = \alpha, \beta)$ の値を任意に設定する。潜在変数の初期値 $\tilde{m}^{(0)} = (\tilde{m}_n^{k(0)} : k = 1, \dots, K; n = 1, \dots, N)$ を設定する。ただし、 $\tilde{m}_n^{k(0)} = (\tilde{m}_1^{k(0)}, \dots, \tilde{m}_{T_n-1}^{k(0)})$ であり、 $\bar{i}_n^k \leq \tilde{m}_1^{k(0)} \leq \dots \leq$

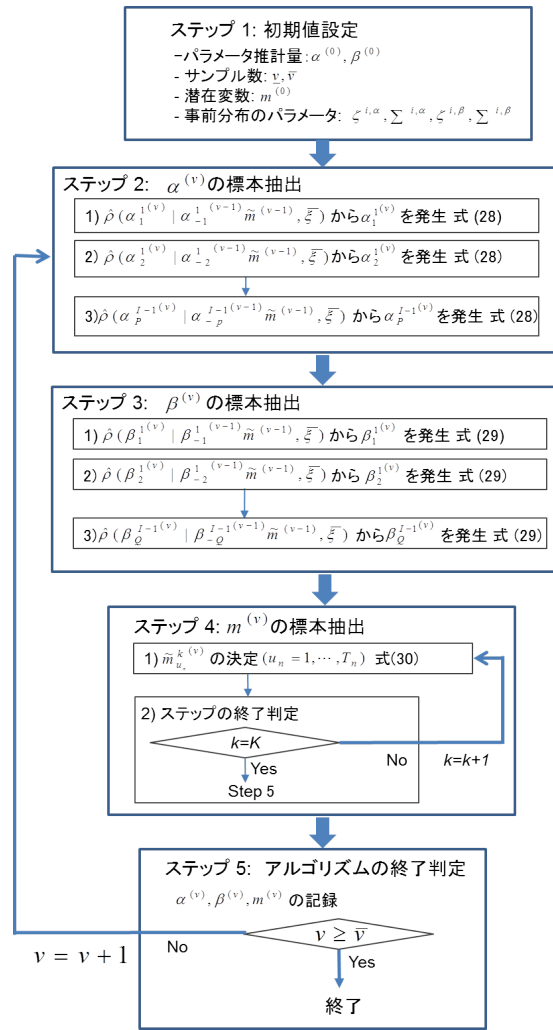


図-3 推計アルゴリズム

$\tilde{m}_{T_n-1}^{k(0)} \leq \bar{j}_n^k$ を満足する。さらに、パラメータ推計量の初期値 $\alpha^{(0)}, \beta^{(0)}$ を任意に設定する。これらの初期値の影響は、MCMC 法によるシミュレーション回数が蓄積されるにつれ、次第に薄れていく。MCMC のサンプル標本回数 v を $v = 1$ とする。

b) ステップ 2 パラメータ $\alpha^{(v)}$ の標本抽出

ステップ 2 では、潜在変数 $\tilde{m}^{(v-1)}$ を与件とし、ポットホール発生確率のパラメータ $\alpha^{(v)} = (\alpha^{1(v)}, \dots, \alpha^{I-1(v)})$ に関するパラメータ標本を獲得する。ただし、 $\alpha^{i(v)} = (\alpha_z^{i(v)} : z = 1, \dots, P)$ である。ステップ 2 で用いるギブスサンプラーは式 (27a) で表される完備化条件付事後密度関数 $\rho(\alpha^{(v)} | \tilde{m}^{(v-1)}, \bar{\xi})$ を用いて定義できる。仮想的健全度 $\tilde{m}^{(v-1)}$ と測定データ $\bar{\xi}$ を与件としたとき、完備化された $\alpha^{i(v)}$ に関するギブスサンプラーは

$$\hat{\rho}(\alpha^{i(v)} | \tilde{m}^{(v-1)}, \bar{\xi}) \propto \prod_{k=1}^K \prod_{n=1}^N \prod_{u_n=0}^{T_n-1}$$

$$\left\{ \exp\left(-\bar{z}_{u_n}^k \alpha^{\tilde{m}_{u_n}^{k(v-1)}(v)}\right) \left(\bar{z}_{u_n}^k \alpha^{\tilde{m}_{u_n}^{k(v-1)}(v)}\right)^{\bar{y}_{u_n}^k} \right\}^{\delta_i^{u_n k}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\alpha^{i(v)} - \zeta^{i,\alpha})\{\Sigma^{i,\alpha}\}^{-1}(\alpha^{i(v)} - \zeta^{i,\alpha})\right\} \quad (28)$$

と表すことができる。ただし、 $\delta_i^{u_n k}$ は

$$\delta_i^{u_n k} = \begin{cases} 1 & \tilde{m}_{u_n}^k = i \text{ の時} \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \quad (29)$$

となるダミー変数である。さらに、未知パラメータベクトル α^i から第 p ($p = 1, \dots, P$) 要素 α_p^i を除いた未知パラメータベクトルを α_{-p}^i と表す。このとき、式 (28) より、 α_{-p}^i を既知とした時の α_p^i の条件付き事後確率密度関数 $\hat{\rho}(\alpha_p^i | \alpha_{-p}^i, \tilde{m}^{(v-1)}, \bar{\xi})$ は

$$\hat{\rho}(\alpha_p^i | \alpha_{-p}^i, \tilde{m}^{(v-1)}, \bar{\xi}) \propto \prod_{k=1}^K \prod_{n=1}^N \prod_{u_n=0}^{T_n} \left\{ \exp\left(-\bar{z}_{p,u_n}^k \alpha_p^{\tilde{m}_{u_n}^{k(v-1)}(v)}\right) \left(\bar{z}_{p,u_n}^k \alpha_p^{\tilde{m}_{u_n}^{k(v-1)}(v)}\right)^{\bar{y}_{p,u_n}^k} \right\}^{\delta_i^{u_n k}} \exp\left\{-\frac{\sigma_{pp}^i}{2}(\alpha_p^i - \hat{\zeta}_p^i)^2\right\} \hat{\zeta}_p^i = \zeta_p^i + \sum_{h=1, \neq p}^P (\alpha_h^i - \zeta_h^i) \sigma_{hp}^i \quad (30)$$

と表すことができる。 ζ_p^i は事前期待値ベクトル ζ^i の第 p 要素であり、 σ_{hp}^i は事前分散共分散行列 Σ^{i-1} の第 (h, p) 要素である。また、 $\sum_{h=1, \neq p}^P$ は 1 から P までの要素のうち p を除いた要素の総和を意味する。このとき、 $\alpha^{(v)} = (\alpha_1^{1(v)}, \dots, \alpha_Q^{I-1(v)})$ を以下の手順でランダムサンプリングする。

・**ステップ 2-1** $\hat{\rho}(\alpha_1^{1(v)} | \alpha_{-1}^{1(v-1)}, \tilde{m}^{(v-1)}, \bar{\xi})$ から $\alpha_1^{1(v)}$ を乱数発生する。

・**ステップ 2-2** $\hat{\rho}(\alpha_2^{1(v)} | \alpha_{-2}^{1(v-1)}, \tilde{m}^{(v-1)}, \bar{\xi})$ から $\alpha_2^{1(v)}$ を乱数発生する。

・**ステップ 2-3** 以下、同様の手順を繰り返す。

・**ステップ 2-4** $\hat{\rho}(\alpha_P^{I-1(v)} | \alpha_{-P}^{I-1(v-1)}, \tilde{m}^{(v-1)}, \bar{\xi})$ から $\alpha_P^{I-1(v)}$ を乱数発生する。

なお、本研究では、式 (31) から事後分布のパラメータ α の標本をサンプリングする手法として、適応的棄却サンプリング⁴¹⁾を用いる。

c) ステップ 3 パラメータ $\beta^{(v)}$ の標本抽出

多段階指数ハザードモデルのパラメータ $\beta^{(v)}$ の標本を抽出する。未知パラメータベクトル β^e ($e = 1, \dots, Q$) から第 q ($q = 1, \dots, Q$) 要素 β_q^e を除いた未知パラメータベクトルを β_{-q}^e と表す。このとき、式 (27b) より、 β_{-q}^e を既知とした時の β_q^e のギブスサンプラー $\hat{\rho}(\beta_q^e | \beta_{-q}^e, \tilde{m}^{(v-1)}, \bar{\xi})$ は

$$\hat{\rho}(\beta_q^e | \beta_{-q}^e, \tilde{m}^{(v-1)}, \bar{\xi}) \propto \prod_{i=1}^i \prod_{j=i}^I \prod_{k=1}^K \prod_{u_n=1}^{T_n-1} \prod_{l=i}^{j-1} \left[\prod_{l=i}^{j-1} (\beta_q^i x_q^k)^{\delta_{ij}^{u_n k} - \delta_{ie}^{u_n k}} \right]$$

$$\sum_{h=i}^j \prod_{l=i, \neq h}^{h-1} \frac{1}{\lambda_l^k - \lambda_h^k} \exp(-\lambda_h^k) \Big]_{\delta_{ij}^{tk}} \exp\left\{-\frac{\sigma_{qq}^e}{2}(\beta_q^e - \hat{\zeta}_q^e)^2\right\} \hat{\zeta}_q^e = \zeta_q^e + \sum_{h=1, \neq q}^Q (\beta_h^e - \zeta_h^e) \sigma_{hq}^e \quad (31)$$

と表せる。ただし、 $\delta_{ie}^{u_n k}$ 、 $\delta_{ij}^{u_n k}$ は

$$\delta_{ie}^{u_n k} = \begin{cases} 1 & \tilde{m}_{u_n}^k = i = e \text{ の時} \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \delta_{ij}^{u_n k} = \begin{cases} 1 & \tilde{m}_{u_n}^k = i, \tilde{m}_{u_n+1}^k = j \text{ の時} \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases}$$

となるダミー変数である。 ζ_q^e は事前期待値ベクトル ζ^e の第 q 要素であり、 σ_{hq}^e は事前分散共分散行列 Σ^{e-1} の第 (h, q) 要素である。以上のギブスサンプラーを用いて、ステップ 3 と同様の手順によりサンプル標本 $\beta^{(v)}$ を得ることができる。

d) ステップ 4 潜在変数の更新

全条件付事後確率 (22) に基づいて、新しい潜在変数 $\tilde{m}^{(v)}$ をランダムサンプリングする。いま、潜在変数ベクトル $\tilde{m}_{-u_n}^{k(v)} = (\tilde{m}_1^{k(v)}, \dots, \tilde{m}_{u_n-1}^{k(v)}, \tilde{m}_{u_n+1}^{k(v)}, \dots, \tilde{m}_{T_n-1}^{k(v)})$ を定義する。このとき、 $m_{u_n}^{k(v)} \in \{\tilde{m}_{u_n-1}^{k(v)}, \dots, \tilde{m}_{u_n+1}^{k(v)}\}$ の全条件付事後確率は、

$$\text{Prob}\{m_{u_n}^{k(v)} = m | \alpha^{(v)}, \tilde{m}_{-u_n}^{k(v-1)}, \bar{\xi}\} = \frac{\pi^k(\bar{y}_{u_n}^{k(v)} | m, \bar{z}_{u_n}^k) \omega_{m, u_n}^k(\tilde{m}_{u_n-1}^{k(v)}, \tilde{m}_{u_n+1}^{k(v-1)})}{\sum_{m=\tilde{m}_{u_n-1}^{k(v-1)}}^{\tilde{m}_{u_n+1}^{k(v)}} \pi^k(\bar{y}_{u_n}^{k(v)} | m, \bar{z}_{u_n}^k) \omega_{m, u_n}^k(\tilde{m}_{u_n-1}^{k(v)}, \tilde{m}_{u_n+1}^{k(v-1)})} \quad (32)$$

と表される。ただし、

$$\omega_{m, u_n}^k(\tilde{m}_{u_n-1}^{k(v)}, \tilde{m}_{u_n+1}^{k(v-1)}) = \begin{cases} p_{\tilde{m}_{u_n-1}^{k(v)}, m}^k p_{m, \tilde{m}_{u_n+1}^{k(v-1)}}^k & u_n = 1 \\ p_{\tilde{m}_{u_n-1}^{k(v)}, m}^k p_{m, \tilde{m}_{u_n+1}^{k(v-1)}}^k & 2 \leq u_n \leq T_n - 2 \\ p_{\tilde{m}_{u_n-2}^{k(v)}, m}^k p_{m, \tilde{m}_{u_n+1}^{k(v-1)}}^k & u_n = T_n - 1 \end{cases} \quad (33)$$

と表される。すべての k ($k = 1, \dots, K$); $n = 1, \dots, N$ に対して、 $u_n = 1$ より逐次、潜在変数 $\tilde{m}_{u_n}^{k(v)}$ ($u_n = 1, \dots, T_n$) を求める。

e) ステップ 5 アルゴリズムの終了判定

以上で求めたパラメータ推計量の更新値 $\alpha^{(v)}$ 、 $\beta^{(v)}$ 、潜在変数の更新値 $\tilde{m}^{(v)}$ を記録する。 $v < \bar{v}$ の場合、 $v = v+1$ として、ステップ 2 へ戻る。そうでない場合、アルゴリズムを終了する。

なお、以上のアルゴリズムの初期段階においては、パラメータの初期値設定の影響が残存している。このため、シミュレーション回数 v が十分大きな値になるまでは、パラメータ標本の発生過程が定常過程に到達していないと考え、発生したパラメータ標本を除去すること

が望ましい。ここで、パラメータ標本として採用するシミュレーション回数 v の最小値を \underline{v} と表す。すなわち、ギブスサンプリングで求めたサンプル $\alpha^{(v)}, \beta^{(v)}$ ($v = \underline{v} + 1, \underline{v} + 2, \dots, \bar{v}$) を、事後確率密度関数 $\rho(\alpha, \beta | \bar{\xi})$ からの標本と見なすこととする。したがって、これらの標本を用いて、パラメータベクトル α, β の事後分布に関する各種の統計量を計算することも可能となる。なお、ギブスサンプリングの定常性に関しては、次節で述べる Geweke の検定統計量を用いて判断することができる。

(3) 事後分布に関する統計量

MCMC 法によって得られた標本に基づいて、パラメータベクトル α, β に関する統計的性質を分析することができる。MCMC 法を用いた場合、パラメータの事後確率密度関数 $\rho(\alpha, \beta | \bar{\xi})$ を解析的な関数として表現することはできない。得られた標本を用いてノンパラメトリックに分布関数や密度関数を推計することとなる。いま、ギブスサンプリングから得られた標本を $\theta^{(v)} = (\alpha^{(v)}, \beta^{(v)})$ ($v = 1, \dots, \bar{v}$) と表そう。このうち、最初の \underline{v} 個の標本は収束過程からの標本と考え、標本集合から除去する。その上で、パラメータの標本添字集合を $\mathcal{M} = \{\underline{v} + 1, \dots, \bar{v}\}$ と定義する。パラメータ α と β に関する統計量を同様の方法で定義できるため、以下ではパラメータ α に焦点を絞って議論する。まず、パラメータ α の同時確率分布関数 $G(\alpha)$ は、

$$G(\alpha) = \frac{\#\{\alpha^{(v)} \leq \alpha, v \in \mathcal{M}\}}{\bar{v} - \underline{v}} \quad (34)$$

と表すことができる。ただし、 $\#\{\alpha^{(v)} \leq \alpha, v \in \mathcal{M}\}$ は論理式 $\alpha^{(v)} \leq \alpha, n \in \mathcal{M}$ が成立するサンプルの総数である。また、パラメータ α^i の事後分布の期待値ベクトル $\tilde{\zeta}^i(\alpha^i)$ 、分散・共分散行列 $\tilde{\Sigma}^i(\alpha^i)$ は、それぞれ

$$\begin{aligned} \tilde{\zeta}^i(\alpha^i) &= (\tilde{\zeta}(\alpha_1^i), \dots, \tilde{\zeta}(\alpha_P^i))' \\ &= \left(\sum_{v=\underline{v}+1}^{\bar{v}} \frac{\alpha_1^{i(v)}}{\bar{v} - \underline{v}}, \dots, \sum_{v=\underline{v}+1}^{\bar{v}} \frac{\alpha_P^{i(v)}}{\bar{v} - \underline{v}} \right)' \end{aligned} \quad (35a)$$

$$\tilde{\Sigma}^i(\alpha^i) = \begin{pmatrix} \tilde{\sigma}^2(\alpha_1^i) & \dots & \tilde{\sigma}(\alpha_1^i \alpha_P^i) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\sigma}(\alpha_P^i \alpha_1^i) & \dots & \tilde{\sigma}^2(\alpha_P^i) \end{pmatrix} \quad (35b)$$

と表される。ただし、

$$\tilde{\sigma}^2(\alpha_z^i) = \sum_{v=\underline{v}+1}^{\bar{v}} \frac{\{\alpha_z^{i(v)} - \tilde{\zeta}(\alpha_z^i)\}^2}{\bar{v} - \underline{v}} \quad (36a)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}(\alpha_z^i \alpha_r^i) \\ = \sum_{v=\underline{v}+1}^{\bar{v}} \frac{\{\alpha_z^{i(v)} - \tilde{\zeta}(\alpha_z^i)\} \{\alpha_r^{i(v)} - \tilde{\zeta}(\alpha_r^i)\}}{\bar{v} - \underline{v}} \end{aligned} \quad (36b)$$

である。また、ギブスサンプリングによる標本を用いて、パラメータ α の信用域を定義できる。たとえば、パラメータ α の $100(1 - 2\varepsilon)\%$ 信用域は、標本順序統計量

$$(\underline{\alpha}_z^{i,\varepsilon}, \bar{\alpha}_z^{i,\varepsilon}) \quad (i = 1, \dots, I - 1; z = 1, \dots, P)$$

$$\underline{\alpha}_z^{i,\varepsilon} = \arg \max_{\alpha_z^{i*}} \left\{ \frac{\#\{\alpha_z^{i(v)} \leq \alpha_z^{i*} \in \mathcal{M}\}}{\bar{v} - \underline{v}} \leq \varepsilon \right\} \quad (37a)$$

$$\bar{\alpha}_z^{i,\varepsilon} = \arg \min_{\alpha_z^{i**}} \left\{ \frac{\#\{\alpha_z^{i(v)} \geq \alpha_z^{i**} \in \mathcal{M}\}}{\bar{v} - \underline{v}} \leq \varepsilon \right\} \quad (37b)$$

を用いて $\underline{\alpha}_z^{i,\varepsilon} < \alpha_z^i < \bar{\alpha}_z^{i,\varepsilon}$ と定義できる。

MCMC 法では、初期パラメータ値 $\theta^{(0)}$ が不変分布である事後分布からの標本である保証はない。ギブスサンプリングで発生させた \bar{v} 個のサンプルのうち、最初の \underline{v} 個の標本 $\theta^{(v)} = (\alpha^{(v)}, \beta^{(v)})$ ($v = 1, \dots, \underline{v}$) を事後分布に収束する過程からのサンプリングと考える。その上で、第 $\underline{v} + 1$ 回以降の標本をとりあげよう。 $\underline{v} + 1$ 以降の標本が、不変分布である事後分布からの標本であるかどうかを Geweke の方法⁴²⁾を用いて仮説検定を試みる。いま、パラメータのギブス標本 $\theta^{(v)}$ ($v = 1, \dots, \bar{v}$) の中から、最初の v_1 個と最後の v_2 個のデータを取りあげよう。Geweke は、 $v_1 = 0.1(\bar{v} - \underline{v}), v_2 = 0.5(\bar{v} - \underline{v})$ を推奨している⁴²⁾。このとき、パラメータ α の不変分布への収束を判断するための Geweke 検定統計量は、

$$Z_{\alpha_z^i} = \frac{{}_1\bar{\alpha}_z^i - 2{}_2\bar{\alpha}_z^i}{\sqrt{\nu_1^2(\alpha_z^i) + \nu_2^2(\alpha_z^i)}} \sim \mathcal{N}(0, 1) \quad (38)$$

$${}_1\bar{\alpha}_z^i = \frac{\sum_{v=\underline{v}+1}^{\underline{v}+v_1} \alpha_z^{i(v)}}{v_1} \quad {}_2\bar{\alpha}_z^i = \frac{\sum_{v=\bar{v}-v_2+1}^{\bar{v}} \alpha_z^{i(v)}}{v_2}$$

$$\nu_1^2(\alpha_z^i) = \frac{2\pi \hat{f}_{\alpha_z^i}^1(0)}{v_1} \quad \nu_2^2(\alpha_z^i) = \frac{2\pi \hat{f}_{\alpha_z^i}^2(0)}{v_2}$$

と定義できる。ただし、 $f_{\alpha_z^i}^l(x)$ ($l = 1, 2$) はスペクトル密度関数であり、 $2\pi \hat{f}_{\alpha_z^i}^l(0)$ の推定値は

$$2\pi \hat{f}_{\alpha_z^i}^l(0) = {}_l\hat{\omega}_0 + 2 \sum_{s=1}^q w(s, q) {}_l\hat{\omega}_z^i \quad (39)$$

$${}_1\hat{\omega}_0 = v_1^{-1} \sum_{v=\underline{v}+1}^{\underline{v}+v_1} (\alpha_z^{i(v)} - {}_1\bar{\alpha}_z^i)^2$$

$${}_2\hat{\omega}_0 = v_2^{-1} \sum_{v=\bar{v}-v_2+1}^{\bar{v}} (\alpha_z^{i(v)} - {}_2\bar{\alpha}_z^i)^2$$

$${}_1\hat{\omega}_z^i = v_1^{-1} \sum_{v=\underline{v}+s+1}^{\underline{v}+v_1} (\alpha_z^{i(v)} - {}_1\bar{\alpha}_z^i) (\alpha_z^{i(v-s)} - {}_1\bar{\alpha}_z^i)$$

$${}_2\hat{\omega}_z^i = v_2^{-1} \sum_{v=\bar{v}-v_2+s+1}^{\bar{v}} (\alpha_z^{i(v)} - {}_2\bar{\alpha}_z^i) (\alpha_z^{i(v-s)} - {}_2\bar{\alpha}_z^i)$$

$$w(s, q) = 1 - \frac{s}{q+1}$$

として求まる^{43), 44)}。 q はスペクトル密度の近似度を表すパラメータであるが、Geweke に従って 20 を採用する⁴²⁾。ここで、 α_z^i の不変分布への収束性に関する帰無

仮説 H_0 と対立仮説 H_1 を

$$\begin{cases} H_0 : |Z_{\alpha_i^*}| \leq Z_{\gamma/2} \\ H_1 : |Z_{\alpha_i^*}| > Z_{\gamma/2} \end{cases} \quad (40)$$

と設定する. ただし, $Z_{\gamma/2}$ は帰無仮説を棄却するための臨界的な値である. 有意水準 $\gamma\%$ で帰無仮説を仮説検定する場合, $Z_{\gamma/2}$ は $\gamma/2\% = 1 - \Phi(Z_{\gamma/2})$ を満足する値として定義できる. ただし, $\Phi(Z)$ は標準正規分布の分布関数である.

6. 適用事例

(1) 対象地域の概要

本研究で提案したポアソン隠れマルコフ劣化モデルを国道 A 号と B 号の一部道路区間を対象とした道路舗装の維持管理問題に適用し, その有効性を実証的に検討する. 対象とした道路区間の総延長は国道 A 号が約 77km, 国道 B 号が約 46km である. 国道 A 号と B 号は積雪地に位置しており, 特に冬季のポットホール多発が維持管理上の重大な問題となっている. 両国道の道路特性や環境条件は類似している点が多いことから, 両路線を区別することなく, モデル推計のためのデータベースを構築した.

対象道路区間では, 過去に実施された路面性状調査データと補修の履歴データに加え, 日常の道路巡回データを整備している. マルコフ劣化ハザードモデルを推計するためには, 舗装の劣化に関する時系列データが必要となる. 本適用事例では, 2006 年度に実施された路面性状調査データおよび調査区間に関する補修履歴データを用いた. なお, 今回提供されたデータは路面性状調査に関しては 100m ごとに整理されていた. マルコフ劣化ハザードモデルの推計においては, 補修された道路区間は補修により損傷がすべて改善されたものとし, 直近の補修時点から 2006 年度の調査時点までの健全度の変化と経過時間を用いた (補修実績のない道路区間に対しては供用開始時点からの経過時間を用いた). この際, 路面性状調査データは, 路面性状調査評価区間 100m に含まれるすべての道路区間に対して, 同値を用いることとした. 路面健全度は, 路面性状調査によって取得された, ひび割れ, わだち掘れ, 平坦性の 3 つの損傷値を用いて定義される MCI (Maintenance Control Index) を採用する. 表-1 に, MCI を用いた路面の健全度評価の定義を示す. 健全度は 5 段階で評価され, 1 から 5 までの整数値を取る. 軽微な補修でも十分に健全度を回復できる MCI が 7 以上の状態を健全度 1 と定義している. 一方で, 日常的な巡回においては 1 日 1 回の道路巡回を基本として, 路面異常や障害物の発生を目視し, 異常が確認された場合には, 異常の内容や, 確認した時間, 位置が記録される. 本研究

表-1 路面健全度の定義

健全度	MCI の範囲
1	$7 \leq MCI \leq 10$
2	$6 \leq MCI < 7$
3	$5 \leq MCI < 6$
4	$4 \leq MCI < 5$
5	$0 \leq MCI < 4$

表-2 ポットホールの発生状況

健全度	1	2	3	4	5	合計
観測道路区間数	56	75	58	42	48	279
発生道路区間数	11	18	15	10	20	74
補修回数	21	30	23	20	51	145
到着率	0.38	0.40	0.40	0.48	1.06	0.52
平均発生数	1.90	1.67	1.53	2.00	2.55	1.96

で対象とするポットホールに関する情報は日常的な道路巡回を通して獲得されることになり, この情報を用いてポアソン発生モデルが推計される. なお, 道路巡回に関しては国道 A 号では 2007 年 6 月から 2010 年 2 月まで, B 号では 2009 年 4 月から 2010 年 3 月までの情報を用いた.

これらの道路区間に対して, 200m を基本単位とする基本道路区間を設定した. 基本道路区間長はこれまでの当該道路区間における補修実績を勘案して決定した. その結果, ポアソン隠れマルコフ劣化モデルの推計に必要な情報 (路面性状調査データ, 補修履歴データ, 道路巡回データ) が全て利用可能な基本道路区間は総数で 279 区間となった. また, それらのうち, ポットホールの発生が確認された基本道路区間は 74 区間であり, 常温混合物を用いた補修回数は 145 回であった. したがって, 対象道路区間におけるポットホールの到着率 (補修回数/観測道路区間数) は 0.52, ポットホールが一度でも発生した道路区間における平均発生回数 (補修回数/発生道路区間数) は 1.96 回であった. 以上を表-2 に整理するとともに, 同表には各健全度のポットホール発生状況についてもまとめた. 健全度が増加するにつれ, 到着率も増加傾向にあることが読み取れる.

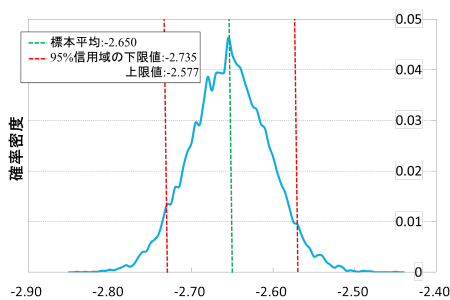
(2) マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推計

表-3 には, MCI に基づく健全度を用いてマルコフ劣化ハザードモデルをベイズ推計した結果 (パラメータの期待値および 90%信用域) を示している. さらに, Geweke 検定統計量も併せて示している. ギブスサンプリングを実施する際に, マルコフ連鎖が定常状態に到達するためのサンプル数として $n = 3,000$ を設定した. 表-3 に示す通り, Geweke 検定統計量 $Z_{\beta_i, m}$ はいずれも 1.96 を下回っており, 有意水準 5% で収束仮説を棄却できないことがわかる. 以後の計算でも $\bar{n} = 13,000$ と設定し, $n = 3,000$ 個の標本を事後分布に収束する過

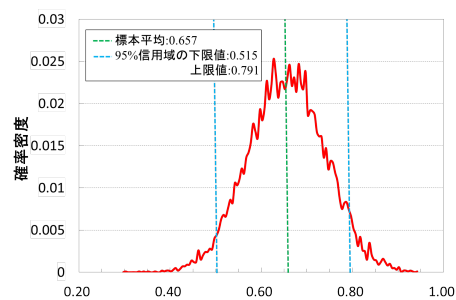
表-3 パラメータの推計結果 (マルコフ劣化ハザードモデル)

健全度	定数項 β_{i1}	大型車交通量 β_{i2}	平均ハザード率 $E[\lambda(i)]$	期待寿命 $E[RMD](年)$
1	-2.650 (-2.735,-2.577) 1.672	0.657 (0.515,0.791) 1.018	0.094	10.590
2	-2.210 (-2.323,-2.116) 1.745	0.519 (0.369,0.665) 0.333	0.138	7.250
3	-1.940 (-1.990,-1.774) 0.816	— (—) —	0.144	6.959
4	-2.440 (-2.564,-2.297) 0.607	— (—) —	0.087	11.473

注) 第1行はパラメータの期待値, 第2行はパラメータ推計値の90%信用域の下限値と上限値, 第3行は Geweke 検定統計量を表している.



(a) β_{11} のサンプリング



(b) β_{12} のサンプリング

図-4 サンプリング結果

程からの標本として除き, 残りの 10,000 個のパラメータ標本を用いて分析を行うこととする. 1 例として, 健全度 1 のときのマルコフ劣化ハザードモデルの未知パラメータ β_{11} と β_{12} の確率分布を図-4 に示している. 上記の条件の下, 推計に際しては, 特性変数の候補として舗装種別, 舗装厚, 大型車交通量, 構造物 (土工部か, 橋梁部か), 融雪散水装置の設置の有無, 平面線形, 横断位置, 車線, 直近の補修からの経過年数など, 合計 11 項目を考慮し, それぞれの符号条件や Geweke 検定統計量から特性変数を決定した. その結果, 今回の解析において採用された特性変数は大型車交通量のみであった. なお, 対象道路区間における大型車交通量は平均値が 2,784 台/日, 最小値が 1,204 台/日, 最大値が 6,308 台/日であり, 推計に際しては最大値が 1 となるように基準化した. 同表より, 大型車交通量の影響は健全度が 1 と 2 という初期段階で大きく, その後は劣化過程に有意な影響を及ぼさないことが読み取れる. また, 大型車交通量の平均値を用いて各健全度における平均ハザード率と期待寿命を求めた. その結果も表-3 に示している. これより, 健全度 2 と 3 の期待寿命が相対的に短いこと, 健全度 1 から 5 に到達するまでの期待寿命が約 36.2 年であることが読み取れる. また,

表-4 推移確率行列 (マルコフ劣化ハザードモデル)

事前健全度	事後健全度				
	1	2	3	4	5
1	0.910	0.084	0.006	0.000	0.000
2	0.0	0.871	0.120	0.009	0.000
3	0.0	0.0	0.866	0.128	0.006
4	0.0	0.0	0.0	0.917	0.083
5	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0

注) 推移行列は, 1 年間に生起する状態推移確率を示す.

平均ハザード率を用いて算出したマルコフ推移確率を表-4 に示す. 推移確率は 1 年間に生起する状態推移を確率で表したものである. したがって, 各健全度ともに対角成分の推移確率が最も大きくなっている. また, 1 年間で 2 段階低下するサンプルも存在するが, その発生確率は極めて小さい. このマルコフ推移確率を用いて, 期待劣化パスを算出した (図-5). 同図には大型車交通量の多寡による期待劣化パスの変動を示している. 交通量が最も多い道路区間では舗装の期待寿命は約 31.2 年, 最も少ない区間では約 39.1 年であり, 顕著な差異を確認することはできなかった. 一般国道の路面補修が, 本研究で定義した健全度 4 の段階で実施さ

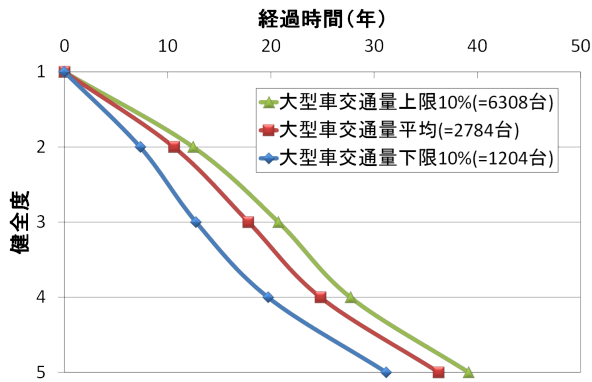


図-5 路面の期待劣化パス

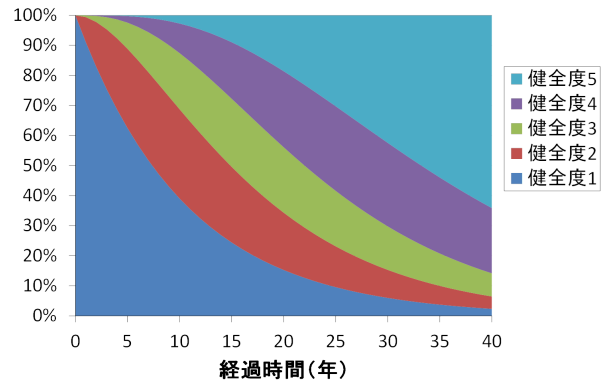


図-6 路面の健全度分布

れることを考慮すれば、健全度4に到達するまでの期待寿命は平均値で約24.8年、最小値で約19.7年、最大値で約27.7年となる。なお、健全度4から5に至るまでの期間が若干長くなっている。劣化速度が早い箇所に関しては補修が実施されることによりサンプルが系統的に欠損している可能性がある²²⁾。このようなサンプル欠損による推計バイアスの補正方法に関しては今後の課題としたい。さらに、図-6には健全度分布を示す。同図は各健全度の占有率と時間との関係を示したものである。供用開始から約8年で50%が健全度1から健全度2以上に推移すること、約34年で50%が健全度5に推移することがわかる。

(3) ポアソン発生モデルのベイズ推計

ポアソン発生モデルをベイズ推計結果を表-5に示している。推計の手順は(2)と同様である。特性変数は、マルコフ劣化ハザードモデルで考慮した11項目に加え、ピーク時区間旅行速度、平日大型車混入率、ポットホール確認時の滞水状況、応急補修状況、ポットホールの大きさ・深さなど、合計18項目を検討した。それらのうち、最終的にピーク時区間旅行速度、平日大型車混入率が特性変数として採用された。健全度1のときのマルコフ劣化ハザードモデルの未知パラメータ α_{11} 、 α_{12} 、 α_{13} の確率分布を図-7に示す。対象道路区間においては、ピーク時区間旅行速度は平均値34.5km/h、最小値12.5km/h、最大値48.4km/h、また平日大型車混入率は平均値が19.1%、最小値9.1%、最大値39.6%であり、マルコフ劣化ハザードモデルと同様にこれらの最大値が1となるようにそれぞれ基準化を行った。同表から明らかなように、ポアソン発生モデルを、各健全度に応じて複数個設定することができる(本研究の場合には、5つのポアソン発生モデルが定義できる)。さらに、ベイズ推計による各推計値の信頼区間も算出することができる(表-3参照)。また、健全度が大きくなる(舗装の状態が悪くなる)につれ、平均到着率が増加して

いる。これは舗装状態の悪化に伴い、ポットホールの発生頻度が増加(常温混合物の耐久性が低下)していることを意味する。ピーク時区間旅行速度が有意な効果を持つ結果となったことは特筆すべきである。筆者らの知る限り、旅行速度がポットホール発生に及ぼす影響についてはほとんど議論されておらず、今後の舗装工学上の1つの検討課題が見いだせたと考える。

推計結果を用いて算出したポアソン分布を図-8に示す。同図はポットホール発生直後に常温混合物による応急補修を行った時点から200日経過時点におけるポットホールの発生数と発生確率の関係を健全度ごとに図示したものである。健全度1のポアソン分布を確認すると、ポットホールの発生数が0個の確率が最も高く約0.81であり、1個の確率が約0.17であるとともに、2個以上発生する確率は極めて小さくなっている。健全度の増加に伴って、発生数0個の確率が減少する一方で、1個以上の発生確率が増加していることがわかる。なお、同図のポアソン分布は、ピーク時区間旅行速度および平日大型車混入率の平均値を用いて算出したものであるが、これらの条件の相違によるポアソン分布の変動についても分析することができる。図-9には平日大型車混入率の多寡によるポアソン分布を示すが、平日大型車混入率の増加に伴ってポットホール発生頻度が増加することが読み取れる。

(4) リスク管理指標と実用化への示唆

ポアソン隠れマルコフ劣化モデルを用いて、道路舗装マネジメントのために有用なリスク管理指標を導出する。いま、ある時点 t_n において路面性状調査が実施され、ある道路区間の路面健全度が \bar{i} であると判明したと考える。時点 t_n を起点とする局所時間軸上の局所時点 u_n に着目する。式(12b)に示す u_n 期推移確率行列を $P(u_n)$ と表せば、局所時点 u_n における路面健全度の生起確率 $\rho_{u_n}(l_{u_n}|\bar{i})$ ($i = 1, \dots, I$)を要素とする u_n

表-5 パラメータの推計結果 (ポアソンモデル)

健全度	定数項 α_{i1}	ピーク時区間 旅行速度 α_{i2}	平日大型車 混入率 α_{i3}	平均 到着率 $E[\mu(i)]$
1	-0.262 (-0.482,-0.045) -1.513	0.608 (0.281,0.897) 0.825	0.409 (0.181,0.657) 1.277	0.366
2	-0.008 (-0.282,0.317) 0.351	0.428 (-0.138,0.868) -0.645	0.523 (0.221,0.860) 0.410	0.532
3	0.449 (0.268,0.647) -0.026	— (—) —	0.495 (0.139,0.860) -0.602	0.696
4	-0.252 (-0.652,0.169) -0.655	0.955 (0.259,1.614) 0.326	0.681 (0.276,1.146) 0.555	0.773
5	-0.366 (-0.837,0.109) 0.320	0.549 (-0.352,1.407) -0.599	1.801 (1.283,2.351) 1.179	0.888

注) 各健全度ごとに、第1行はパラメータサンプルの期待値、第2行はパラメータ推計値の90%信用域の下限値と上限値、第3行は Geweke 検定統計量を表している。

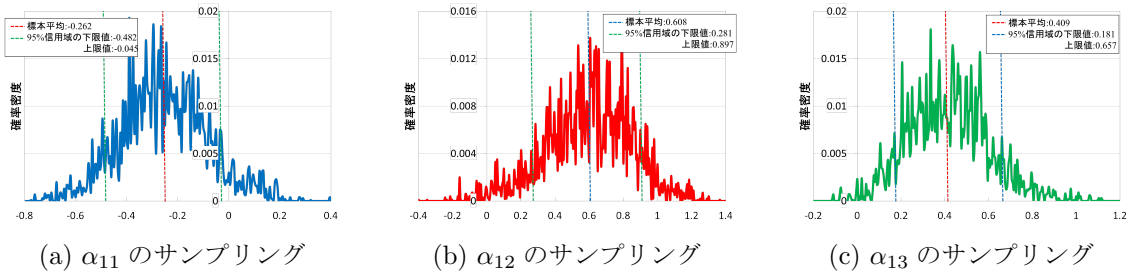


図-7 サンプルング結果

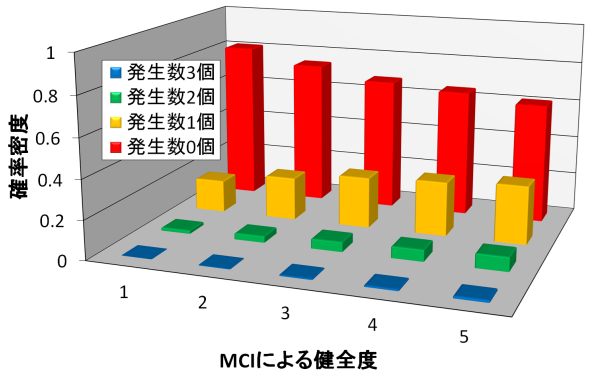


図-8 各健全度のポアソン分布 (200日経過時点)

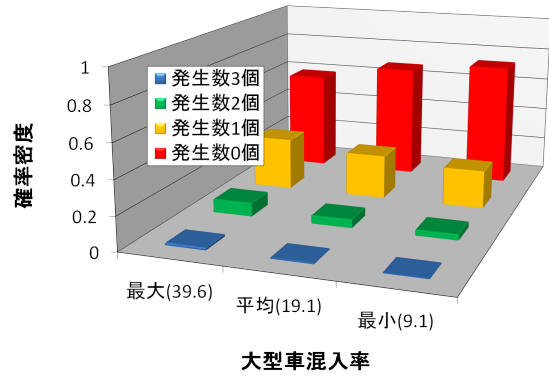


図-9 大型車混入率とポアソン分布 (路面健全度 3, 200日経過時点)

期生起状態ベクトル $\rho(u_n|\bar{i})$ は

$$\rho(u_n|\bar{i}) = \rho(t_n|\bar{i})P(u_n) \quad (41)$$

と表すことができる。ただし、 $\rho(t_n|\bar{i}) = (\dots, 0, 1, 0, \dots)$ は路面健全度 \bar{i} の生起確率のみが1であり、残りの生起確率を0とする生起確率ベクトルである。局所期間 $\iota_{u_n} = [u_n, u_n + 1)$ において道路巡回が時間間隔 d_{u_n} で繰り返されると考える。局所期間は路面性状調査間隔より短い期間 (たとえば数カ月) であるが、その期間の

中で時間間隔 d_{u_n} (たとえば複数日単位) で道路巡回が実施される。

ある道路区間 k ($k = 1, \dots, K$) に着目する。局所時点 u_n において、健全度が $l_{u_n}^k$ であり、道路特性が z^k であるとする。以下、記述の便宜上、道路区間を表す k の記載を省略する。式(14)より、当該の道路区間において、道路巡回の時間間隔 d_{u_n} の間にポットホー

ルが y_{u_n} 個発生する確率は

$$P(y_{u_n}|l_{u_n}, d_{u_n}) = \pi(y_{u_n}|l_{u_n}, z, d_{u_n}) = \exp\{-\mu(l_{u_n}, z)d_{u_n}\} \frac{\{\mu(l_{u_n}, z)d_{u_n}\}^{y_{u_n}}}{y_{u_n}!} \quad (42)$$

と表される。ただし、 $\mu(l_{u_n}, z)$ は単位期間におけるポットホールへの到着率である。しかし、路面健全度 l_{u_n} は観測可能でなく、その生起確率が $\rho(l_{u_n}|\bar{l})$ で表されることに留意すれば局所期間 l_{u_n} に時間間隔 d_{u_n} で実施される道路巡回時に y_{u_n} 個のポットホールが発生する確率 $\tilde{P}(y_{u_n}|d_{u_n})$ は

$$\tilde{P}(y_{u_n}|d_{u_n}) = \sum_{l_{u_n}=i}^j P(y_{u_n}|l_{u_n}, d_{u_n})\rho_{u_n}(l_{u_n}|\bar{l}) \quad (43)$$

と定義される。このとき、ポットホールが n 個以上発生する累積確率は、

$$\tilde{P}(n_{u_n}(d_{u_n}) \geq n) = 1 - \sum_{y_{u_n}=0}^{n-1} \tilde{P}(y_{u_n}|d_{u_n}) \quad (44)$$

と定義できる。式(44)に基づいて、図-10に、舗装健全度に応じたポアソン発生モデルに関する累積発生確率を示す。発生数を1個以上 ($n=1$) と固定し、経過時間を横軸に設定した。また、ピーク時区間旅行速度と平日大型車混入率に関してはそれぞれ平均値を用いた。当然ながら、いずれのポアソン発生モデルであっても時間の経過とともに累積発生確率は増加していく。一例として、健全度5のポアソン発生モデルに着目する。累積発生確率が0.5となるのは約285日である。この結果によって、最も条件の厳しい場合であっても常温温混合物は約285日の耐久性を有しており、ポットホールが発生したときに、その都度常温混合物で応急補修を行えば十分であると考えるのは誤りである。累積発生確率が0.5ということは対象とする道路区間において、常温温混合物の半数が剥離してポットホールが発生しているということを意味する。したがって、後に考察するように累積発生確率をどの程度に設定するか、道路巡回間隔をどの程度に設定するかという問題は極めて重要である。例えば、累積発生確率0.1に着目すると、健全度5から順に、それぞれの期待日数は約44日、約50日、約56日、約72日、約104日となっている。

つぎに、ポットホールの発生状況と路面健全度に応じた道路巡回施策に関して、リスク管理指標 (VaR 指標) を提案する。局所期間 u_n における巡回間隔を d_{u_n} とした時に、巡回時刻において観測されるポットホールの発生数 y_{u_n} が、ある許容水準 (以下、リスク管理限界と呼ぶ) \bar{U} 以上となる確率は、

$$\Pi(y_{u_n} \geq \bar{U}|d_{u_n}) = \sum_{y_{u_n}=\lceil \bar{U} \rceil}^{\infty} \tilde{P}(y_{u_n}|d_{u_n}) \quad (45)$$

と表される。ただし、 $\lceil \bar{U} \rceil$ は \bar{U} を越える整数の中で最小の整数を表す。確率変数であるポットホールの発生

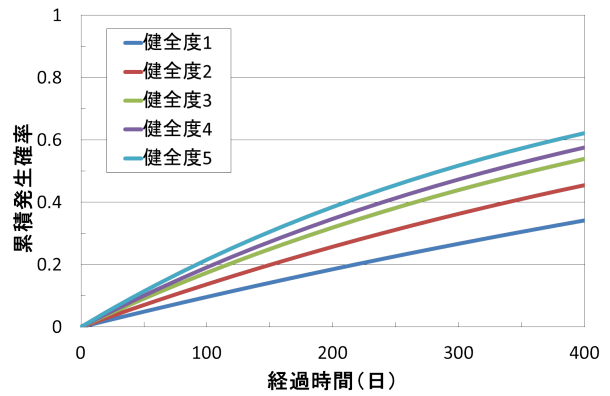


図-10 累積発生確率

数は離散値を取るため、図中の $y_{u_n} \geq \bar{U}$ の領域における確率 (線分長) の総和 ω は、巡回時刻で観測されるポットホールの発生数がリスク管理限界として設定した \bar{U} より大きくなる確率を表している。ポットホールの発生過程に不確実性があるために、巡回時刻で観察されるポットホールの発生数が、所与の管理限界を常に満足するとは限らない。確率 ω は、ポットホールの発生リスクを表す指標であり、ポットホールのリスク信頼水準と呼ぶこととする。ここで、ポットホールのリスク信頼水準 ω と巡回間隔 d_{u_n} を所与としたポットホール発生数に関するリスク管理指標 (VaR 指標) を、

$$\text{VaR}_\omega(d_{u_n}) = \arg \max_{\bar{U}} \left\{ U \mid \Pi(y_{u_n} \geq U|d_{u_n}) \leq \omega \right\} \quad (46)$$

と定義する。ただし、 \arg は式(46)の右辺を最大にする U を指定する記号である。ここで、集合 $\Omega_\omega(\bar{U})$ を、

$$\Omega_\omega(\bar{U}) = \left\{ d_{u_n} \mid \text{VaR}_\omega(d_{u_n}) \leq \bar{U} \right\} \quad (47)$$

と定義する。集合 $\Omega_\omega(\bar{U})$ は、「ポットホールに対するリスク信頼水準 ω の下で、ポットホールの発生数をリスク管理限界 \bar{U} 以下に抑えることが可能な巡回間隔の集合」を表している。このように、ポットホールの発生リスクは、リスク信頼水準 ω とリスク管理限界 \bar{U} という2つのパラメータを用いて表現できる。信頼水準は統計学の有意水準に相当し、通常は $\omega = 0.05, 0.01$ が採用される。リスク管理限界は許容することができない具体的な物理量 (この場合にはポットホール発生数) を設定する。当然のことながら、信頼水準、リスク管理限界を小さくすればするほど、厳しい巡回施策を採用することを意味する。実際に構造物管理者は、リスク信頼水準とリスク管理限界を設定することで、最適な点検間隔を上式のように決定することができる。

ポットホールの発生数に関する VaR 指標に基づいて、任意のリスク信頼水準 ω に対するリスク管理限界 \bar{U} を満足するような最適巡回間隔を決定する。ポアソン発

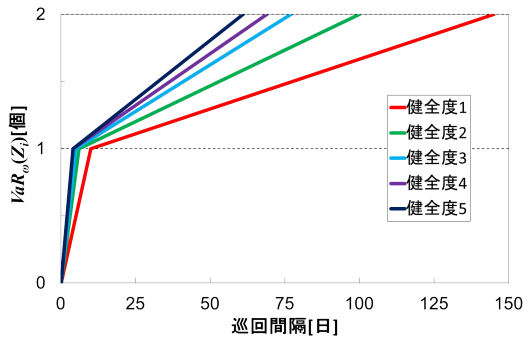


図-11 ポットホール発生数に対する VaR 指標

生モデルを用いて、具体的に発生数に関するリスク管理指標を算出した。当然ながら、VaR 指標は対象とする全ての基本道路区間に対して設定することができる。しかし、基本道路区間数は 279 区間となるために、ここではモデル区間として、ピーク時区間旅行速度と平日大型車混入率の平均値を取るような道路区間を選定した。図-11 は、巡回間隔 d_{u_n} と、リスク信頼水準 $\omega = 0.01$ に対応する VaR 指標 $VaR_{0.01}(d_{u_n})$ の関係を分析した結果を示している。巡回間隔の基本単位として日を採用している。当然ながら、巡回間隔が増加するに従って VaR 指標も大きくなっていく。また、同一の巡回間隔で比較すると、健全度が低下するに従って VaR 指標も大きくなるが見て取れる。

また、図-12 は、ポットホールの発生数に関するリスク管理限界 \bar{U} と、集合 $\Omega_{\omega}(\bar{U})$ (式 (47)) の最小値で定義される最小巡回間隔の関係を示している。この図から、当該道路区間においては、例えばリスク信頼水準を $\omega = 0.01$ 、リスク管理限界を 1 個と定めると、健全度 1 のときには最小巡回間隔は約 10 日、健全度 2, 3, 4, 5 のときには約 6, 5, 4, 4 日となる。言い換えれば、健全度 1 の道路区間に対しては、6 日に 1 度の道路巡回を実施することで、99%の道路区間に対してはポットホールの発生数を 1 個未満に抑えることができる。さらに、以下のように条件設定した上で、各条件に応じた最小巡回間隔を算出した。具体的には、健全度 1 から 5 までの 5 クラス、対象道路区間の平日大型車混入率 (9.1%~39.6%) を均等に分割した 5 クラス、合計 25 クラスに対して最小巡回間隔の算出を行った。図-13 には、ピーク時区間旅行速度の平均値、リスク信頼水準 $\omega = 0.01$ 、リスク管理限界 \bar{U} を 1 個と設定したときの最小巡回間隔を示す。一般的に常温混合物の耐久性として期待される日数をここでは 5 日間と仮定する (実務的に、道路条件が異なることが一般的であることから、常温混合物に対して期待する日数を一律に設定することは困難であったため)。同図には 25 クラスに対する最小巡回間隔を示している。青塗りのク

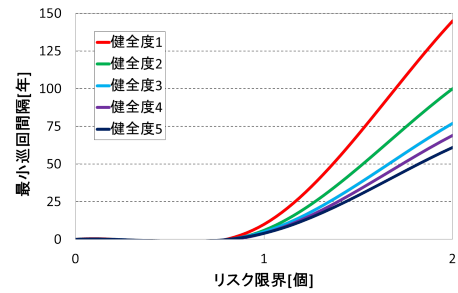


図-12 リスク管理限界と最小巡回間隔

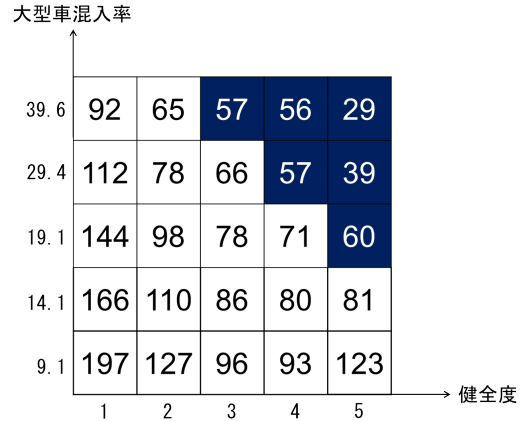


図-13 最小巡回間隔

ラスは最小巡回間隔が 5 日を下回るクラスである。このことより、健全度が 1 である場合には大型車混入率が最大であったとしても常温混合物による応急処理で管理条件を満足することがわかる。その反面、健全度 5 では平日大型車混入率が平均値である 19.1%の道路区間でも期待する日数 (5 日間) の管理を達成することは困難である。したがって、健全度が 5 となる大半の道路区間においては、ポットホールに対して常温混合物による応急処理ではなく、恒久的な対策を検討することも重要な選択肢となる。また、これらの結果は、現状の巡回施策を継続する場合にはおいて、常温混合物で補修したとしても、継続的にモニタリングしなければならない道路区間を明確にするという意味において重要な情報を提供する。以上のようにポアソン隠れマルコフ劣化モデルとリスク管理指標 (VaR 指標) に基づく巡回間隔を検討することで、実務的に有益な巡回施策を立案することが可能となる。

7. おわりに

本研究では、ポットホールのように比較的発生頻度の高い局所的損傷過程と、相対的に変化の遅い路面の劣化過程で構成される複合的な劣化過程をポアソン隠

れマルコフ劣化モデルで表現し、その相互関係を実際の道路巡回データおよび路面性状調査データを用いて実証的に検証した。その結果、路面健全度が低下するに従って、ポットホールの発生率（ポアソン分布の到着率）が増加する傾向にあることを確認した。対象道路区間においては、健全度1と健全度5におけるポットホールの発生率は約2.5倍になった。また、ポットホール発生数に着目したリスク管理指標を用いて、健全度などの条件によっては常温混合物による応急補修では十分な耐久性を確保することが困難な場合が存在することを明らかにした。

一方で、今後の課題として以下をあげる。第1に、今回得られた知見はあくまでも対象道路区間においてのみ適用可能な結果である。積雪地等の気象条件や交通環境がポットホール発生頻度に及ぼす影響を分析するためには、より広範囲な道路区間を対象に実証分析を行っていく必要がある。第2に、実証分析を通じて、ピーク時区間旅行速度が、ポットホールの発生頻度に有意な影響を及ぼすことが判明した。両者の関係について、舗装工学的な観点から、より精緻な分析が必要になると考える。第3に、ポアソン隠れマルコフ劣化モデルと連動したライフサイクル費用評価手法を確立することが重要である。実務的には、ポットホールの発生頻度を評価基準として、オーバーレイや打ち替えなどの大規模補修を実施するタイミングを提示可能なアセットマネジメントの方法論を開発することが求められている。第4に、隠れマルコフ劣化モデルの高度化とその他の劣化事象への適用があげられる。本研究においては、ポアソン発生モデルで表現できるポットホールの発生過程が、マルコフモデルで表現できる路面健全度に依存するようなポアソン隠れマルコフ劣化モデルを提案したが、ポアソン発生モデルをマルコフモデルやその他のハザードモデルで代替することも理論的には可能である。また、補修の実施によるサンプル欠損バイアス²²⁾の補正方法に関する研究も必要である。

なお、本研究は新都市社会技術融合創造研究会「積雪寒冷地における舗装の耐久性向上及び補修に関する研究プロジェクト(プロジェクトリーダー：小林潔司)」および「道路付帯施設、情報管理施設のアセットマネジメントに関する研究プロジェクト(プロジェクトリーダー：小林潔司)」の活動の一部として実施したものである。実測データを用いた実証分析を実施するにあたり、国土交通省近畿地方整備局道路管理課、豊岡河川国道事務所、および滋賀国道事務所より多大なご支援を頂いた。さらに、両プロジェクトのメンバー各位には有益なコメントを頂いた。ここに感謝の意を表す。また、本研究の一部は文部科学省「若手研究者の自立的研究環境整備促進」事業によって大阪大学グローバ

ル若手研究者フロンティア研究拠点にて実施された。

参考文献

- 1) 熊田一彦, 江口利幸, 青木一也, 貝戸清之, 小林潔司: モニタリングデータを用いた高速道路舗装の統計的劣化モデルの検討, 舗装工学論文集, 土木学会, No.14, pp.239-237, 2009.
- 2) 青木一也, 小田宏一, 児玉英二, 貝戸清之, 小林潔司: ロジックモデルを用いた舗装長寿命化のベンチマーキング評価, 土木技術者実践論文集, No.1, pp.40-52, 2010.
- 3) Macke, M. and Higuchi, S.: Optimizing maintenance interventions for deteriorating structures using cost-benefit criteria, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol.133, No.7, pp.925-934, 2007.
- 4) 小林潔司, 貝戸清之, 藤原栄吾, 森悠, 山本真悟, 藤岡芳征, 山田優: 積雪地におけるポットホール補修用常温合材の耐久性分析, 土木学会論文集 E1, Vol.67, No.1, pp.22-37, 2011.
- 5) 慈道充, 江尻良, 織田澤利守, 小林潔司: 道路舗装管理会計システムアプリケーション, 土木情報利用技術論文集, Vol.13, pp.125-135, 2004.
- 6) Kobayashi, K., Ejiri, R. and Do, M.: Pavement Management Accounting System, *Journal of Infrastructure Systems*, ASCE, Vol.14, No.2, pp.159-168, 2008.
- 7) 坂井康人, 慈道充, 貝戸清之, 小林潔司: 都市高速道路のアセットマネジメントーリスク評価と財務分析, 建設マネジメント論文集, Vol.16, pp.71-82, 2009.
- 8) Scherer, W. T. and Glagola, D. M.: Markovian Models for Bridge Maintenance Management, *Journal of Transportation Engineering*, Vol.120, No.1, pp.37-51, 1994.
- 9) Thompson, P. D., Small, E. P., Johnson, M. and Marshall, A. R.: The Pontis Bridge Management System, *Structural Engineering International*, Vol.8, No.4, pp.303-308, 1998.
- 10) 保田敬, 小林潔司: BMS における点検結果と状態推移確率が LCC に及ぼす影響, 建設マネジメント論文集, Vol.11, pp.111-122, 2004.
- 11) Lee, T. C., Judge, G. G. and Zellner, A.: *Estimating the Parameters of the Markov Probability Model from Aggregate Time Series Data*, Amsterdam, North-Holland, 1970.
- 12) 杉崎光一, 貝戸清之, 小林潔司: 目視検査周期の不均一性を考慮した統計的劣化予測手法の構築, 構造工学論文集, 土木学会, Vol.52A, pp.781-790, 2006.
- 13) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.
- 14) Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.
- 15) Mishalani, R. and Madanat, S.: Computation of infrastructure transition probabilities using stochastic duration models, *ASCE Journal of Infrastructure Systems*, Vol.8, No.4, 2002.
- 16) 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
- 17) 青木一也, 山本浩司, 津田尚胤, 小林潔司: 多段階ワイブル劣化ハザードモデル, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2005.
- 18) 貝戸清之, 熊田一彦, 林秀和, 小林潔司: 階層型指数劣化ハザードモデルによる舗装ひび割れ過程のモデル化, 土木学会論文集 F, Vol.63, No.3, pp.386-402, 2007.
- 19) 林秀和, 貝戸清之, 熊田一彦, 小林潔司: 競合的劣化ハザードモデル: 舗装ひび割れ過程への適用, 土木学会論文集 D, Vol.65, No.2, pp.143-162, 2009.

- 20) 津田尚胤, 貝戸清之, 山本浩司, 小林潔司: ワイブル劣化ハザードモデルのベイズ推計法, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2006.
- 21) 貝戸清之, 小林潔司: マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定, 土木学会論文集 A, Vol.63, No.2, pp.336-355, 2007.
- 22) 小林潔司, 熊田一彦, 佐藤正和, 岩崎洋一郎, 青木一也: サンプル欠損を考慮した舗装劣化予測モデル, 土木学会論文集 F, Vol.63, No.1, pp.1-15, 2007.
- 23) 貝戸清之, 山本浩司, 小濱健吾, 岡田貢一, 小林潔司: ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル: 大規模情報システムへの適用, 土木学会論文集 F, Vol.64, No.2, pp.115-129, 2008.
- 24) 小濱健吾, 岡田貢一, 貝戸清之, 小林潔司: 劣化ハザード率評価とベンチマーキング, 土木学会論文集 A, Vol.64, No.4, pp.857-874, 2008.
- 25) 小林潔司, 貝戸清之, 林秀和: 測定誤差を考慮した隠れマルコフ劣化モデル, 土木学会論文集 D, Vol.64, No.3, pp.493-512, 2008.
- 26) MacDonald, I. L. and Zucchini, W.: *Hidden Markov and Other Models for Discrete-valued Time Series*, Chapman & Hall, 1997.
- 27) Murakami, J.: Bayesian posterior mean estimates for Poisson hidden Markov models, *Journal of Computational Statistics & Data Analysis*, Vol.58, No.4, pp.941-955, 2009.
- 28) 鎌田修, 山田優: 水浸ホイールトラッキング実験による橋面舗装でのポットホールの発生とその要因, 舗装工学論文集, 土木学会, No.6, pp.196-201, 2001.
- 29) 川口徹之, 高田澄夫: 高速道路の舗装性状の実態—日本道路公団福岡管理局管内, 舗装, Vol.18, No.7, pp.8-17, 1983.
- 30) 川島義昭, 福島公, 三好康夫: 高速道路におけるアスファルト舗装のひび割れ—実態と発生機構に関する一考察—, 日本道路公団試験所報告, pp.67-79, 1984.
- 31) Gerritsen, A. H., Van Gurp, C. A. P. M., Van der Heide, J. P. J., Molenaar, A. A. A. and Pronk, A. C.: Prediction and Prevention of Surface Cracking in Asphalt Pavements, *Proceedings of 6th International Conference on the Structural Design of Asphalt Pavements*, pp.378-391, 1987.
- 32) 西澤辰男, 松野三朗: アスファルト舗装の車輪走行位置に生ずる縦表面ひびわれについて, 土木学会論文集, No.478/V-21, pp.71-80, 1993.
- 33) 貝戸清之, 小林潔司, 加藤俊昌, 生田紀子: 道路施設の巡回頻度と障害物発生リスク, 土木学会論文集 F, Vol.63, No.1, pp.16-34, 2007.
- 34) Titterington, D. M., Smithe, A. F. M. and Makov, U. E.: *Statistical Analysis of Finite Mixture Distributions*, John Wiley & Sons, 1985.
- 35) Robert, C. P.: Mixtures of Distributions: Inference and Estimation, in Gillks, W. R., Richardson, S. and Spiegelhalter, D. J. (eds.): *Markov Chain Monte Carlo in Practice*, Chapman & Hall, 1996.
- 36) Robert, C. P., Rydén, T. and Titterington, D. M.: Bayesian inference in hidden Markov models through the reversible jump Markov chain Monte Carlo method, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.62, pp.57-75, 2000.
- 37) Dempster, A. P., Laird, N. M. and Rubin, D. B.: Maximum likelihood from incomplete data via the EM Algorithm, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.39, pp.1-38, 1977.
- 38) Celeux, G., Hurn, M. and Robert, C. P.: Computational and inferential difficulties with mixture posterior distributions, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.95, pp.957-970, 2000.
- 39) Diebolt, J. and Robert, C. P.: Estimation of finite mixture distributions through Bayesian sampling, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.56, pp.363-375, 1994.
- 40) Geman, S. and Geman, D.: Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the Bayesian restoration of images, *Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.6, pp.721-741, 1984.
- 41) Gilks, W. R. and Wild, P.: Adaptive rejection sampling for Gibbs sampling, *Applied Statistics*, Vol.41, pp.337-348, 1992.
- 42) Geweke, J.: Evaluating the Accuracy of Sampling-based Approaches to the Calculation of Posterior Moments, in: Bernardo, J. M., Berger, J. M., Dawid, A. P., and Smith, A. F. M. (eds.): *Bayesian Statistics 4*, pp.169-193, Oxford University Press, 1996.
- 43) Chib, S.: Marginal likelihood from Gibbs output, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.90, pp.1313-1321, 1995.
- 44) Newey, W. K. and West, K. D.: A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix, *Econometrica*, Vol.55, pp.703-708, 1987.

(2011. 4. 12 受付)

MODELING PAVEMENT DETERIORATION PROCESSES BY POISSON HIDDEN MARKOV MODELS

Le Thanh NAM, Kiyoyuki KAITO, Kiyoshi KOBAYASHI and Ryosuke OKIZUKA

In pavement management, it is important to estimate lifecycle cost, which is composed of the expenses for repairing local damages, including potholes, and repairing and rehabilitating the surface and base layers of pavements, including overlays. In this study, a model is produced under the assumption that the deterioration process of pavement is a complex one that includes local damages, which occur frequently, and the deterioration of the surface and base layers of pavement, which progresses slowly. The variation in pavement soundness is expressed by the Markov deterioration model and the Poisson hidden Markov deterioration model, in which the frequency of local damage depends on the distribution of pavement soundness, is formulated. In addition, the authors suggest a model estimation method using the Markov Chain Monte Carlo (MCMC) method, and attempt to demonstrate the applicability of the proposed Poisson hidden Markov deterioration model by studying concrete application cases.