

階層ベイズ法による補修効果の事後評価

水谷 大二郎¹・貝戸 清之²・小林 潔司³

¹学生員 大阪大学大学院 工学研究科地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)
E-mail: d-mizutani@civil.eng.osaka-u.ac.jp

²正会員 大阪大学准教授 大学院工学研究科 地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)
E-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp

³フェロー会員 京都大学教授 経営管理大学院 経営管理講座 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)
E-mail: kobayashi.kiyoshi.6n@kyoto-u.ac.jp

社会基盤施設の老朽化が進展した場合には、施設の健全性を回復するために補修が実施される。すでに、社会基盤施設に関して膨大な補修実績が存在するものの、補修効果の定量的評価についてはほとんど研究成果が蓄積されていないのが実情である。本研究では、RC床版を対象として、目視点検データを用いた統計的劣化予測を行い、その予測結果に基づいて補修効果を事後的に評価する方法を提案する。具体的には、混合マルコフ劣化ハザードモデルとその階層ベイズ推計を援用し、床版個々に対して補修前後の劣化過程に介在する異質性を考慮した劣化予測を行う。さらに、補修前後の劣化速度に対する相対評価を通して、過去に実施された補修効果を事後評価する。最後に実際の点検データを用いて提案した手法の有効性を分析する。

Key Words : *post evaluation, hierarchical Bayesian method, visual inspection, repair effect*

1. はじめに

社会基盤施設の老朽化が進展し、その健全性が許容値を下回ることが予測される場合には、技術者の工学的判断に基づき、適切な時期に適切な補修が実施されることになる¹⁾。一部の社会基盤施設においては、長年に亘る目視点検データと補修履歴が蓄積されている事例が少なくない。その結果、統計的劣化予測手法²⁾を用いて、個々の施設の劣化速度を相対評価することにより、重点的に補修を検討すべき箇所を合理的に選定することが可能となった³⁾⁻⁵⁾。しかしながら、近年の我が国における経済状況を踏まえると、補修行為の合理化、高度化を達成するために補修効果の事後評価が可能で方法論を開発することが重要な課題となっている。

本研究では社会基盤施設の補修効果の事後評価を行うための方法論を提案する。その際、適用事例として高速道路の橋梁をとりあげる。これらの橋梁では、遊離石灰法に基づくRC床版の目視点検および健全度評価手法が確立しており、すでに膨大な点検データが蓄積されている⁶⁾。橋梁の老朽化対策では、実際に目視点検データに基づいて橋梁の健全度評価を行い、適切な時期に適切な工法を選定し、補修を実施する。RC床版部に対する老朽化対策としては、床版部分打替えや床版増厚対策、またPC床版などの高耐久な材料を用いての全面補修などが実施されている。しかし、これらの補修工法による補修効果に関する事後評価、特に定量的評価がなされた事例は、事後評価のための方法論

が確立していないこともあって極めて少ない。また、個別の施設や部材を対象として補修効果を追跡した分析事例⁷⁾⁻⁹⁾はあるものの、実供用下にある管理対象施設全体を対象とした、補修効果の事後的な相対評価を行った研究は存在しない。本研究では、目視点検データのように多段階の離散的なレーティングで健全性が評価される社会基盤施設（あるいは部材）全体を対象に統計的見地から補修効果の事後評価を試みる。

以上の問題意識のもとで、本研究ではRC床版を対象として、目視点検データを用いた統計的劣化予測手法を用いて補修効果を事後的に評価するための方法論を提案する。具体的には、劣化過程に介在する異質性を考慮した混合マルコフ劣化ハザードモデル³⁾を用いて劣化速度の相対評価を試みる。このとき、異質性の評価単位として、床版の補修回数に応じた補修ターム（補修直後（供用、目視点検開始直後も含む）から次の補修直前までの期間）を選定する。すなわち、同一床版であっても、補修前後の劣化過程は異なる劣化事象として捉え、補修タームごとに劣化予測を行う。その上で、補修タームごとに予測された劣化速度の相対比較を通じて、補修効果を事後評価する手法を提案する。本研究における具体的な対象はRC床版のみであるが、目視点検データが蓄積された社会基盤施設であれば提案手法により補修効果を事後評価可能である。以下、**2.**で本研究の基本的な考え方を述べる。**3.**で混合マルコフ劣化ハザードモデルの概要と、**4.**でその階層ベイズ推計手法を述べる。最後に、**5.**で実際のRC床版に対

する目視点検データを用いた実証分析を行う。

2. 本研究の基本的な考え方

(1) アセットマネジメントと事後評価

実際の社会基盤施設の力学的な補修効果に関して、いくつかの研究成果が蓄積されている⁷⁾⁻⁹⁾。これらの研究事例の多くは、補修前後の構造部材が保有する性能(耐荷力等)を比較評価することにより、補修工法が有する力学的補修効果を定量的に評価することを目的としている。力学的な視点から補修効果を定量的かつ精緻に検証する研究は、補修方策の検討や補修工法の設計の合理化に資することは言うまでもない。一方、アセットマネジメントの観点からは、供用状態にある、補修された全ての構造部材を対象とした劣化速度や耐用年数に関する情報が必要である。しかし、全ての構造部材に対して、上述のような性能評価を実施することは現実的ではなく、研究の蓄積がないのが実情である。施設群全体を対象としたマクロなアセットマネジメントの実践において、ライフサイクル費用評価が重要な役割を果たしている。しかし、補修後の劣化速度に関する研究成果が蓄積されていないため、補修後においても補修前の劣化速度が繰り返し継続することを想定し、ライフサイクル費用を評価せざるを得ないのが実情である。しかしながら、補修後の劣化速度が、補修前と同一であるという想定は現実的ではない。特に、補修後に劣化速度が変化する場合、ライフサイクル費用評価に大きなバイアスが発生し、予算計画に誤りが発生する可能性がある。

統計的劣化予測手法の発展により、目視点検の結果を用いたアセットマネジメントの実用化が急速に進展した。特に、マルコフ劣化ハザードモデル²⁾の開発により、簡便に社会基盤施設の劣化予測が可能となり、ライフサイクル費用評価の高度化に貢献した。さらに、混合マルコフ劣化ハザードモデル³⁾の開発により、個々の施設の劣化過程に介在する異質性を明示的に考慮することが可能となった。さらに個々の施設に対する劣化速度の相対評価を通じたベンチマーク分析により、重点的な検討部材や検討箇所を合理的に選定したり、補修の優先順位に関して有用な情報を作成することが可能となった^{4),5)}。その中で、たとえば貝戸等は橋梁RC床版に対する補修の優先順位の決定問題を施設間の劣化速度の相対比較により検討している¹⁰⁾。さらに、長期間にわたって目視点検データや補修記録が蓄積されれば、社会基盤施設間の劣化速度の相対比較にとどまらず、補修前後の劣化速度を相対比較することも可能となる。このように補修前後において、劣化速度を比較することにより、劣化速度という視点から各種の補

修工法の補修効果について重要な情報を獲得することが可能となる。

アセットマネジメントの実践においては、単にライフサイクル費用を抑制するような補修計画や、そのための予算計画を策定するだけではなく、マネジメントサイクルの継続的改善を達成することが求められる。そのためには、例えば、劣化速度の相対評価に基づくベンチマーク分析を通して、ベストプラクティスの抽出、補修優先順位の妥当性評価、補修効果の事後評価を達成する方法論を開発することが必要である。さらに、アセットマネジメントの実践では、健全度に応じた補修工法の適用マップ(健全度ごとにベストプラクティスとなる補修工法を列挙したもの)の作成が有効になると考えられる。このためには、各補修工法を適用した場合における劣化速度の評価情報が重要となる。さらに新しい補修工法の効果に関しても、既存のベストプラクティスと比較することにより、その相対的優位性を評価することが可能となる。アセットマネジメントの継続的な改善を達成するためには、各種の補修工法を採用した以降における劣化速度の事後評価システムを開発することが必要となる。筆者らの知る限り、劣化速度の観点から補修工法の補修効果に関して事後評価を達成するための方法論を開発した事例は存在しない。

(2) 劣化速度と異質性

混合マルコフ劣化ハザードモデル³⁾では、劣化過程に介在する異質性を確率変数で表現する。マルコフ劣化ハザードモデルでは、施設の劣化速度の差異を特性変数を用いて表現する。しかし、施設の劣化特性は、施設特有の要因に影響を受けるため、マルコフ劣化ハザードモデルの特性変数だけでは十分に表現できない。混合マルコフ劣化ハザードモデルでは、施設(あるいは、そのグループ)に固有な劣化速度の異質性を、異質性パラメータという確率変数を用いて集約的に表現する。すなわち、劣化速度を異質性パラメータとハザード率の積で定義する。

劣化速度(混合ハザード率)

$$= \text{異質性パラメータ} \times \text{ハザード率} \quad (1)$$

混合マルコフ劣化ハザードモデルでは、観測可能な劣化要因を用いて定義できるハザード率と実際の劣化過程の相違を異質性パラメータで補正することになる。異質性パラメータは評価単位となる施設グループ(例えば、路線単位、構造物単位)に特有なシステムの要因に基づく劣化速度の違いを表すパラメータであり、施設グループ内では共通の値を有すると考える。さらに、混合ハザード率は健全度ごとに定義されるが、異質性パラメータは健全度を通じて一定の値をとるような比

例ハザードモデルを考える。異質性パラメータを健全度ごとに定義することも可能であるが、1) 異質性パラメータを推計するためのサンプル数が極端に少なくなる場合があり、2) 施設グループ間、あるいは補修前後の部材間の劣化速度の相違を一元的に評価するという実際的な理由が存在することより、本研究では比例ハザードモデルを用いることとした。

いま、社会基盤施設をいくつかのグループ（評価単位）に分類し、その各評価単位の劣化速度は評価単位に特有な観測不可能な要因（不可観測要因）の影響を受けると考える。異質性パラメータは、分析者が設定した評価単位（劣化環境が均質であると想定される施設群）に対して算出することができる。異質性パラメータの評価単位をどの程度に設定するかは分析者の目的によって変化する。たとえば、RC床版の補修優先順位を検討する場合には、橋梁スパン単位を評価単位として考えることができる。橋梁スパンごとに劣化速度を算出し、それらを相対比較することで、橋梁スパン間における補修優先順位を分析することができる。より詳細には床版パネル単位を評価単位として考えることも可能であるが、実務における補修の検討は床版パネル単位ではなく、橋梁スパン単位となることが多いことから適切ではない。いずれにせよ、分析目的に応じて、異質性パラメータの評価単位を適切に設定することが重要である。

(3) 異質性パラメータと補修ターム

社会基盤施設に対する補修効果の事後評価を行うために、本研究では、補修前後における劣化速度を比較・評価する。補修効果を直接計測することは困難であるために、その影響は不可観測要因である、異質性パラメータに集約的に表れるものとする。ただし、異質性パラメータには補修効果以外の要因も混在するために、異質性パラメータに影響を及ぼす要因として補修効果が支配的となるように評価単位を設定することが重要である。そこで、同一施設に対して、補修直後（供用開始直後や目視点検開始直後も含む）から次の補修直前までを1つの補修タームと定義し、補修タームごとに異質性パラメータを設定することとする。いま、社会基盤施設の事例として橋梁をとりあげ、異質性パラメータの考え方について説明する。橋梁スパン k ($k = 1, \dots, K$) が l_k 個の床版で構成されていると考える。橋梁スパン k の床版 l_k の異質性パラメータを $\varepsilon_{\eta^{l_k}}^k$ ($\eta^{l_k} = 0, \dots, \alpha^{l_k}$) と定義する。ただし、 α^{l_k} は当該床版 l_k において実施された補修回数、 η^{l_k} は着目する点検データが観測された補修タームを表す。補修タームの考え方を説明するために、RC床版の補修履歴として図-1に示すような3つのケースを考える。ケース1では点検開始時点から

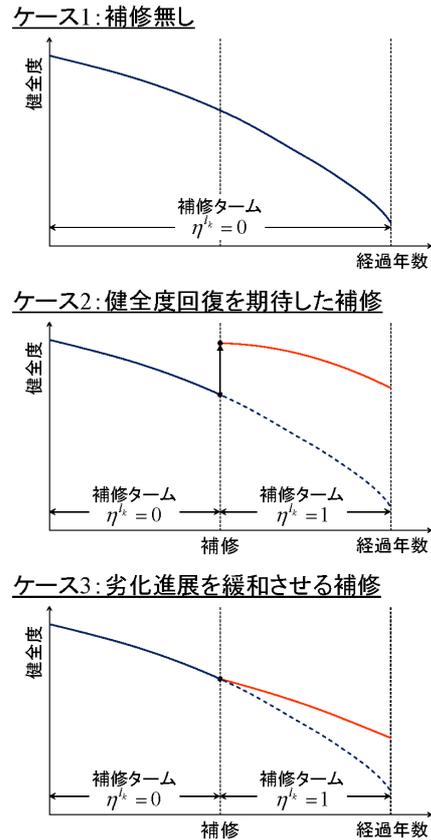


図-1 劣化・補修過程と異質性パラメータ

直近の点検時点に至るまで補修がなされていない。このような床版に対しては補修回数 $\alpha^{l_k} = 0$ であり、補修タームは $\eta^{l_k} = 0$ と表せる。ケース2においては目視点検開始時点からある程度時間が経過した段階で、床版 l_k に対して補修がなされ、その後健全度が回復している。この場合には、補修前と補修後に対して、それぞれ異質性パラメータを設定する。補修前の異質性パラメータを ε_0^k 、補修後を ε_1^k と記述する。さらに、補修工法の中には健全度の回復を伴わず、補修後の劣化速度の抑制を目的とするものもある（実際に、本研究で対象とした床版では、舗装路面に対する補修や防水工等といった健全度の回復を伴わない、すなわち遊離石灰の状況が補修後直ちに変わらない補修工法が採用された床版も存在した）。ケース3はそのような場合を想定している。この場合も補修前と補修後のそれぞれに対して異質性パラメータ ε_0^k と ε_1^k を設定し、補修による劣化速度の変化を評価する。なお、床版 l_k において補修が n 回実施されている場合、補修ターム数は n 、異質性パラメータ数は $n + 1$ となる。

式(1)中のハザード率には、構造条件、使用・環境条件など、一般的に補修行為によって変動しない変数が特性変数として採用されることが多い（例えば、参考文献2), 3), 13)では、特性変数として平均交通量と

床版面積が、また、本研究 5. では、特性変数として支間長と凍結防止剤散布量が採用されている)。したがって、補修前後の異質性パラメータ値を比較することにより、補修による劣化速度の変化を評価することが可能となる。

(4) 階層ベイズ推計

異質性パラメータに関しては、社会基盤施設のグループ、グループに属する個別要素、ならびに補修タームごとに定義されるため、その数は膨大になる。異質性パラメータを独立した未知パラメータと考え、これらのパラメータ全てを最尤法で同時推計する場合、最尤法の最適条件が高度な非線形式となり計算上の困難性に直面する。これに対して、本研究では異質性パラメータが確率分布に従うような混合マルコフ劣化ハザードモデルを用いて定式化する。その上で、マルコフ連鎖モンテカルロ法¹¹⁾ (以下、MCMC 法) による階層ベイズ推計法¹²⁾ によって、異質性パラメータを含めた全ての未知パラメータを同時に推計する手法を適用する¹³⁾。さらにベイズ推計においては、推計対象となる未知パラメータを確定値ではなく、確率変数として扱う。したがって、その確率分布を用いた、未知パラメータの統計的性質に関する検定や、リスクマネジメントへの展開が可能となる。推計手法の概要を図-2 に示す。未知パラメータに対する確率分布 (事前分布) の設定に関して、ハザード率の未知パラメータに関しては多次元正規分布を、異質性パラメータに関してはガンマ分布を仮定する。さらに、後者については事前分布を規定する母数 (ハイパーパラメータ) に関しても超事前分布 (ガンマ分布) を導入する。混合マルコフ劣化ハザードモデルは、もともとハザードモデルという確率モデルの中に、異質性パラメータという確率変数を取り入れた混合確率モデルである。さらに、それぞれの未知パラメータを確率変数として定義した上で、事前確率を規定するという、複雑な階層構造となっている。4. ではこれを階層ベイズモデルとして定式化する。なお、各未知パラメータに対する事前分布は読者の理解を助けるために具体的な確率分布を設定しているが、これらはあくまでも暫定的に設定するものである。点検サンプルの数が十分に多ければ、当初想定した事前分布の影響は限定的となる。このような条件の下でベイズ推計、特にMCMC 法によって、異質性パラメータを含む全ての未知パラメータをそれぞれの事後分布、あるいはその統計量として算出する。5. で詳述するように、本研究では補修前後の異質性パラメータの確率分布を用いて補修効果の検定を行う。このような評価も、異質性パラメータを確率変数として扱うベイズ推計を適用することにより達成可能となる。

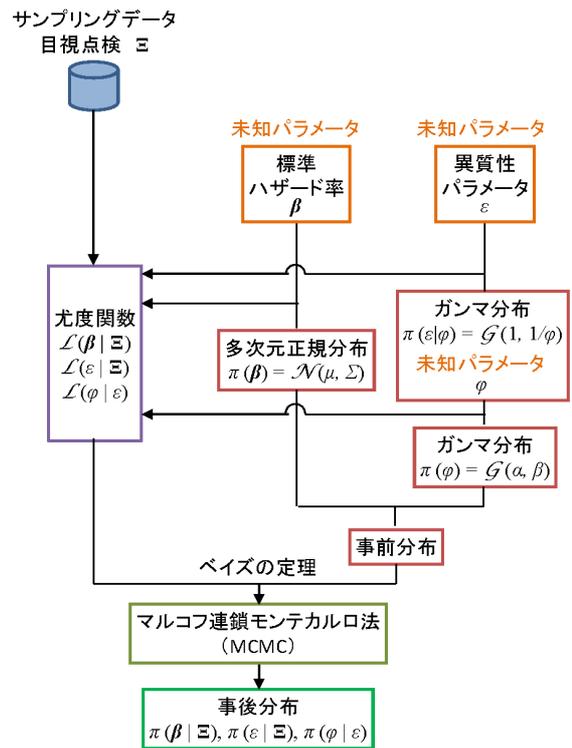


図-2 階層ベイズ推計の概要

3. 混合マルコフ劣化ハザードモデル

(1) モデル化の前提条件

カレンダー時刻 s_0 を初期時点とする離散的時間軸 $t = 0, 1, 2, \dots$ を考え、離散的時間軸上の点を時点と呼び、カレンダー時刻と区別する。単位時間幅を 1 に基準化する。施設の健全度を I 個の健全度 i ($i = 1, \dots, I$) で表現する。 i の値が大きくなるほど、劣化が進展している。時点 t における施設の健全度を状態変数 $h(t) = i$ ($i = 1, \dots, I; t = 0, 1, \dots$) を用いて表現する。施設の劣化過程がマルコフ連鎖に従うと仮定し、離散時間軸上の単位時間間隔における健全度間の推移確率をマルコフ推移確率を用いて表現する。推移確率は、時点 t における健全度 $h(t) = i$ を与件とし、次の時点 $t + 1$ における健全度 $h(t + 1) = j$ ($j \geq i$) が生起する条件付き確率

$$\text{Prob}[h(t + 1) = j | h(t) = i] = \pi_{ij} \quad (2)$$

を用いて定義される。このようなマルコフ推移確率 (2) は所与の 2 つの時点 $t, t + 1$ の間において生じる健全度間の推移確率を示したものであり、当然のことながら、対象とする測定間隔が異なれば推移確率の値は異なる。補修がない限り常に劣化が進行するので、 $\pi_{ij} = 0$ ($i > j$) が成立する。また、推移確率の定義より $\sum_{j=i}^I \pi_{ij} = 1$

が成立する. すなわち, マルコフ推移確率に関して,

$$\left. \begin{aligned} \pi_{ij} &\geq 0 \quad (i, j = 1, \dots, I) \\ \pi_{ij} &= 0 \quad (i > j \text{ の時}) \\ \sum_{j=i}^I \pi_{ij} &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

が成立しなければならない. 健全度 I は, 補修のない限り他の健全度に推移することができない, マルコフ連鎖における吸収状態であり, $\pi_{II} = 1$ が成立する. なお, マルコフ推移確率は過去の劣化履歴には依存しない. マルコフ連鎖モデルでは, 健全度が $i-1$ から i に推移した時点に拘わらず, 時点 t から時点 $t+1$ の間に推移する確率は時点 t における健全度のみ依存するという性質 (マルコフ性) を満足する¹⁴⁾.

(2) 混合マルコフ劣化ハザードモデル

混合マルコフ劣化ハザードモデルの詳細に関しては参考文献3)に譲るが, ここでは読者の便宜を図るために, 同モデルを簡単に紹介しておく. なお, 本研究では具体的な対象として橋梁床版に着目するが, ここでは記述の一般性に配慮し, 橋梁スパンをグループ, 床版を要素と記述する. 本研究では目視点検データに基づく施設個々の劣化予測を目的としている. 分析の対象とする社会基盤施設を K 個のグループ (評価単位) に分割する. さらに, グループ k ($k = 1, \dots, K$) には, 合計 L_k 個の要素が存在すると考える. いま, 離散時刻軸の時点 t に着目する. 時点 t の要素 l_k ($l_k = 1, \dots, L_k$) の補修タームを $\eta_t^{l_k}$ ($\eta_t^{l_k} = 0, \dots, \alpha^{l_k}$) と表す. グループ k ($k = 1, \dots, K$) の要素 l_k に固有なハザード率の変動特性を表す異質性パラメータ $\varepsilon_{\eta_t^{l_k}}^k$ を導入する. このとき, 時点 t におけるグループ k の要素 l_k ($l_k = 1, \dots, L_k$) の健全度 i ($i = 1, \dots, I-1$) のハザード率を, 混合ハザード率

$$\lambda_{i,t}^{l_k} = \tilde{\lambda}_i^{l_k} \varepsilon_{\eta_t^{l_k}}^k \quad (i = 1, \dots, I-1; k = 1, \dots, K; l_k = 1, \dots, L_k) \quad (4)$$

を用いて表す. ここに, $\tilde{\lambda}_i^{l_k}$ は要素 l_k が有する健全度 i の平均的なハザード率 (以下, 標準ハザード率) である. 異質性パラメータ $\varepsilon_{\eta_t^{l_k}}^k$ は, 要素 l_k の標準ハザード率 $\tilde{\lambda}_i^{l_k}$ からの乖離の程度を表す確率変数であり, $\varepsilon_{\eta_t^{l_k}}^k \geq 0$ が成立すると仮定する. 異質性パラメータが $\varepsilon_{\eta_t^{l_k}}^k > 1$ であり, かつ $\varepsilon_{\eta_t^{l_k}}^k$ の値が大きくなるほど, 当該グループ k に含まれる補修ターム $\eta_t^{l_k}$ の全ての要素の劣化速度が, 標準ハザード率に対して一様に大きいことを表す. 式(4)において, すべて健全度 i のハザード率に, 同一の確率変数 $\varepsilon_{\eta_t^{l_k}}^k$ が含まれることに留意して欲しい. このことは, ある健全度の劣化速度が速い場合, 他の健全度の劣化速度も比例的に速くなるということを仮定している. 劣化速度に関するこの比例性が成立しない場

合には, 各健全度ごとに異質性パラメータを設定する必要がある. いま, 異質性パラメータ $\varepsilon_{\eta_t^{l_k}}^k$ が, ガンマ分布 $f(\varepsilon_{\eta_t^{l_k}}^k | \nu, \gamma)$

$$f(\varepsilon_{\eta_t^{l_k}}^k | \nu, \gamma) = \frac{1}{\gamma^\nu \Gamma(\nu)} \left(\varepsilon_{\eta_t^{l_k}}^k \right)^{\nu-1} \exp\left(-\frac{\varepsilon_{\eta_t^{l_k}}^k}{\gamma}\right) \quad (5)$$

から抽出された確率標本であると考え. ガンマ分布 $f(\varepsilon_{\eta_t^{l_k}}^k | \nu, \gamma)$ の期待値は $\nu\gamma$ で, 分散は $\nu\gamma^2$ である. また, $\Gamma(\cdot)$ はガンマ関数である. さらに, 期待値 1 , 分散 $1/\phi$ のガンマ分布 $\mathcal{G}(1, 1/\phi)$ の確率密度関数 $\bar{f}(\varepsilon_{\eta_t^{l_k}}^k | \phi)$ は,

$$\bar{f}(\varepsilon_{\eta_t^{l_k}}^k | \phi) = \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)} (\varepsilon_{\eta_t^{l_k}}^k)^{\phi-1} \exp(-\phi \varepsilon_{\eta_t^{l_k}}^k) \quad (6)$$

と表される.

混合マルコフ劣化ハザードモデルを用いて, マルコフ推移確率を表現する. 対象とする社会基盤施設グループ k に対して, 時点 $t = 0, \tau_1, \dots, \tau_{r_k}, \dots$ に定期的かつ一様に目視点検が実施されると考える. ここで, 記述の簡略化のために r_k 回目の点検時点が, グループ k の要素 l_k の補修ターム $\eta_{r_k}^{l_k}$ 内にあるとし, 対応する異質性パラメータを $\varepsilon_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k$ と表記する. ここで, グループ k の構成要素 l_k ($l_k = 1, \dots, L_k$) の補修ターム $\eta_{r_k}^{l_k}$ ($\eta_{r_k}^{l_k} = 0, \dots, \alpha^{l_k}$) の異質性パラメータ $\varepsilon_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k$ の値を $\bar{\varepsilon}_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k$ に固定する. このとき, グループ k の補修ターム $\eta_{r_k}^{l_k}$ にある要素 l_k の健全度 i の寿命が $y_i^{l_k}$ 以上となる確率 $\tilde{F}_{i, \eta_{r_k}^{l_k}}(y_i^{l_k})$ は, 指数ハザード率 (4) を用いて

$$\tilde{F}_{i, \eta_{r_k}^{l_k}}(y_i^{l_k}) = \exp(-\tilde{\lambda}_i^{l_k} \bar{\varepsilon}_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k y_i^{l_k}) \quad (7)$$

と書き換えることができる. グループ k の要素 l_k の第 r 回目の点検時刻 (カレンダー時刻) τ_{r_k} において健全度が i と判定され, 次の点検時刻 $\tau_{r_k+1} = \tau_{r_k} + z^k$ においても健全度が i と判定される確率 $\pi_{ii}^{l_k}(z^k | \bar{\varepsilon}_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k)$ は,

$$\pi_{ii}^{l_k}(z^k | \bar{\varepsilon}_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k) = \exp(-\tilde{\lambda}_i^{l_k} \bar{\varepsilon}_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k z^k) \quad (8)$$

となる. また, 点検時刻 τ_{r_k} と $\tau_{r_k+1} = \tau_{r_k} + z^k$ の間で健全度が i から j ($> i$) に推移するマルコフ推移確率 $\pi_{ij}^{l_k}(z^k | \bar{\varepsilon}_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k)$ は, 式(4)より,

$$\begin{aligned} \pi_{ij}^{l_k}(z^k | \bar{\varepsilon}_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k) &= \sum_{s=i}^j \prod_{m=i, \neq s}^{j-1} \frac{\tilde{\lambda}_m^{l_k}}{\tilde{\lambda}_m^{l_k} - \tilde{\lambda}_s^{l_k}} \exp(-\tilde{\lambda}_s^{l_k} \bar{\varepsilon}_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k z^k) \\ &= \sum_{s=i}^j \psi_{ij}^s(\tilde{\lambda}^{l_k}) \exp(-\tilde{\lambda}_s^{l_k} \bar{\varepsilon}_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k z^k) \end{aligned} \quad (9)$$

$$(i = 1, \dots, I-1; j = i+1, \dots, I; k = 1, \dots, K)$$

と表すことができる. ただし, $\tilde{\lambda}^{l_k} = (\tilde{\lambda}_1^{l_k}, \dots, \tilde{\lambda}_{I-1}^{l_k})$ で

ある. また, $\psi_{ij}^s(\tilde{\lambda}^{l_k})$ は

$$\psi_{ij}^s(\tilde{\lambda}^{l_k}) = \prod_{m=i, \neq s}^{j-1} \frac{\tilde{\lambda}_m^{l_k}}{\tilde{\lambda}_m^{l_k} - \tilde{\lambda}_s^{l_k}} \quad (10)$$

となり, 平均的ハザード率のみの関数で表される. また, $\pi_{iI}^{l_k}(z^k | \varepsilon_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k)$ に関しては,

$$\pi_{iI}^{l_k}(z^k | \varepsilon_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k) = 1 - \sum_{j=i}^{I-1} \pi_{ij}^{l_k}(z^k | \varepsilon_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k) \quad (11)$$

と表すことができる.

つぎに, パラメータ $\varepsilon_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k$ がガンマ分布 (6) に従って分布する場合を考える. まず, 要素 l_k の健全度 i の寿命が点検間隔 z^k 以上となる確率は生存関数を用いて,

$$\tilde{\pi}_{ii}^{l_k}(z^k) = \int_0^\infty \pi_{ii}^{l_k}(z^k | \varepsilon_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k) \bar{f}(\varepsilon_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k | \phi) d\varepsilon_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k \quad (12)$$

と表すことができる. マルコフ推移確率 $\tilde{\pi}_{ij}^{l_k}(z^k)$ は異質性パラメータの確率分布を考慮した点検間隔 z^k の平均的なマルコフ推移確率 (以下, 平均マルコフ推移確率と呼ぶ) を表している. 同様に点検間隔 z^k の下で要素 l_k の健全度が i から健全度 j へ推移する平均マルコフ推移確率は,

$$\tilde{\pi}_{ij}^{l_k}(z^k) = \int_0^\infty \pi_{ij}^{l_k}(z^k | \varepsilon_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k) \bar{f}(\varepsilon_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k | \phi) d\varepsilon_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k \quad (13)$$

と表される.

(3) 目視点検データとハザード率

いま, 図-3に示すように, ある施設グループに属する任意要素の劣化過程に着目する. 同図は, 当該要素が補修されずに放置されたときの劣化の進展過程 (赤線) と, 当該要素に対して行われた目視点検の実施時点 (赤丸) を示している. 具体的には, グループ k ($k = 1, \dots, K$) に属する要素 l_k ($l_k = 1, \dots, L_k$) に関して $R_k + 1$ 回の目視点検が実施され, R_k 組の目視点検サンプルが獲得された状況を想定する. r_k 回目の目視点検が実施された時点 $\bar{\tau}_{r_k}$ と表す. つぎに, 時点 $\bar{\tau}_{r_k}$ から時間 z^k が経過した時点 $\bar{\tau}_{r_k+1} = \bar{\tau}_{r_k} + z^k$ に, $r_k + 1$ 回目の目視点検が実施されたと考える. 記号「 \cdot 」は実測値であることを表す. グループ k のすべての要素に対して定期的に時間間隔 z^k で目視点検が実施されると考えれば, それぞれの点検情報サンプルには, 目視点検間隔 z^k と, 2回の目視点検を通して評価された各要素の健全度 $\bar{h}^{l_k}(\bar{\tau}_{r_k})$, $\bar{h}^{l_k}(\bar{\tau}_{r_k+1})$, および補修ターム $\eta_{r_k}^{l_k}$ および施設の劣化速度に影響を及ぼす施設の構造特性や環境条件を表す特性変数に関する情報を $\bar{x}^{l_k} = (\bar{x}_1^{l_k}, \dots, \bar{x}_M^{l_k})$ と表す. ただし, 特性変数は観測期間全体を通じて変化しないと考える. ここに, $\bar{x}_m^{l_k}$ ($m = 1, \dots, M$) は点検サンプル l_k の m 番目の説明変数に関する観測値を表す. また, 第1番目の説明変数は定数項に該当する変数であり, 恒等的に $\bar{x}_1^{l_k} = 1$ である. ここで, 評価された健全度に基づいて,

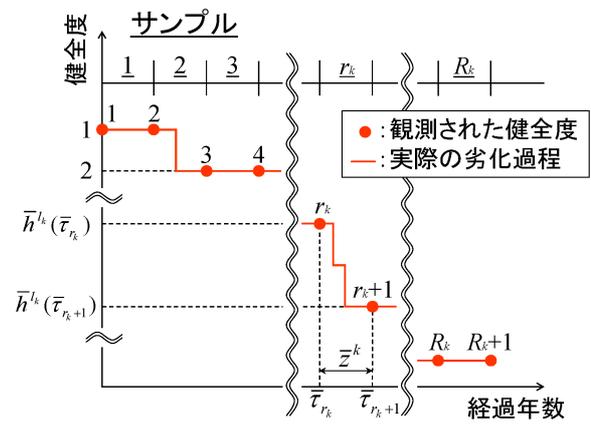


図-3 目視点検スキームと情報サンプル

ダミー変数 $\bar{\delta}_{ij}^{r_k, l_k}$ ($i = 1, \dots, I - 1, j = i, \dots, I; k = 1, \dots, K; r_k = 0, \dots, R_k - 1; l_k = 1, \dots, L_k$) を

$$\bar{\delta}_{ij}^{r_k, l_k} = \begin{cases} 1 & \bar{h}^{l_k}(\tau_{r_k}) = i, \bar{h}^{l_k}(\tau_{r_k+1}) = j \text{ の時} \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \quad (14)$$

と定義する. さらに, ダミー変数ベクトルを $\bar{\delta}^{r_k, l_k} = (\bar{\delta}_{11}^{r_k, l_k}, \dots, \bar{\delta}_{I-1, I}^{r_k, l_k})$, $\bar{\delta}^{l_k} = \{\bar{\delta}^{r_k, l_k}, (r_k = 0, \dots, R_k - 1)\}$, $\bar{\eta}^{l_k} = \{\eta_{r_k}^{l_k}, (r_k = 0, \dots, R_k - 1)\}$ と表す. グループ k ($k = 1, \dots, K$) に属する点検サンプル l_k ($l_k = 1, \dots, L_k$) が有する情報を $\xi^{l_k} = (\bar{\delta}^{l_k}, z^k, \bar{x}^{l_k}, \bar{\eta}^{l_k})$ と表す. また, 目視点検データ全体を Ξ と表す.

さらに, 要素 l_k ($l_k = 1, \dots, L_k$) の期間 $[\tau_{r_k}^{l_k}, \tau_{r_k+1}^{l_k})$ における劣化過程を混合指数ハザード率 $\tilde{\lambda}_{i, r_k}^{l_k} = \tilde{\lambda}_i^{l_k} \varepsilon_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k$ ($i = 1, \dots, I - 1$) を用いて表現する. 健全度 I はマルコフ連鎖の吸収状態であり, $\pi_{II}^{r_k, l_k} = 1$ が成立するためにハザード率 $\tilde{\lambda}_I^{l_k}$ は必然的に $\tilde{\lambda}_I^{l_k} = 0$ となる. 社会基盤施設の劣化過程を特徴づける標準ハザード率 $\tilde{\lambda}_i^{l_k}$ ($i = 1, \dots, I - 1; l_k = 1, \dots, L_k$) は施設の特性ベクトルに依存して変化すると考え, 標準ハザード率 $\tilde{\lambda}_i^{l_k}$ を特性ベクトル \mathbf{x}^{l_k} を用いて,

$$\tilde{\lambda}_i^{l_k} = \exp(\mathbf{x}^{l_k} \beta'_i) \quad (15)$$

と表す. ただし, $\beta_i = (\beta_{i,1}, \dots, \beta_{i,M})$ は未知パラメータ $\beta_{i,m}$ ($m = 1, \dots, M$) による行ベクトル, 記号「 $'$ 」は転置操作を表す. また, $\beta_{i,1}$ は定数項を表す.

4. 階層ベイズ法による推計手法

(1) 階層ベイズ

本研究では平均的なマルコフ推移確率とともに, 社会基盤施設が個々に有する劣化の異質性を評価する. 社会基盤施設の異質性を評価するためにはその社会基盤施設の目視点検データが必要となるが, 一般的には, そのようなある社会基盤施設に限定した目視点検データのサンプル数は十分に蓄積されていない. このような

場合であっても、パラメータに事前分布を仮定するベイズ推計であれば事後分布としてパラメータを推計することが可能である。さらに推計結果の信頼性を事後分布の統計量から評価することも可能である¹³⁾。特に、本研究で取扱う混合マルコフ劣化ハザードモデルでは異質性パラメータ ε^k に期待値 1, 分散 $1/\phi$ のガンマ分布を仮定している。これはベイズ推計における事前分布に他ならない。すなわち、混合マルコフ劣化ハザードモデルの未知パラメータに事前分布を設定する場合、すでに設定されている事前分布のパラメータ ϕ にさらに事前分布を設定することになる。事前分布のパラメータ ϕ に対して設定される事前分布は超事前分布と呼ばれる。事前分布を階層化したそれらのモデルは階層ベイズモデルと総称され、主にマーケティング分析などの分野で研究が進められている¹²⁾。

一般的なベイズ推計法では、パラメータの事前分布と、観測されたデータを用いて定義される尤度関数を用いて、パラメータの事後分布を推計する。いま、尤度関数を $\mathcal{L}(\theta|\Xi)$ と表す。 $\theta = (\beta, \phi, \varepsilon)$ はパラメータベクトルを表す。ただし、 $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_{I-1})$, $\varepsilon = (\varepsilon^1, \dots, \varepsilon^K)$ であり、 $\varepsilon^k = \{\varepsilon_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k \mid (r_k = 0, \dots, R_k - 1, l_k = 1, \dots, L_k)\}$ である。ここで、 θ が確率変数で、事前確率密度関数 $\pi(\theta)$ に従うと仮定する。目視点検データ Ξ が与件であるときに、未知パラメータベクトル θ の同時事後確率密度関数 $\pi(\theta|\Xi)$ はベイズの定理より、

$$\pi(\theta|\Xi) = \frac{\mathcal{L}(\theta|\Xi)\pi(\theta)}{\int_{\Theta} \mathcal{L}(\theta|\Xi)\pi(\theta)d\theta} \quad (16)$$

と表すことができる。ただし、 Θ はパラメータ空間である。このとき、式(16)の分母は基準化定数であることから、同時事後確率密度関数 $\pi(\theta|\Xi)$ は

$$\pi(\theta|\Xi) \propto \mathcal{L}(\theta|\Xi)\pi(\theta) \quad (17)$$

となる。さらに、事前確率密度関数 $\pi(\theta)$ は、

$$\begin{aligned} \pi(\theta) &= \pi(\beta, \phi, \varepsilon) = \pi(\beta)\pi(\varepsilon|\phi)\pi(\phi) \\ &= \prod_{i=1}^{I-1} \prod_{k=1}^K \pi(\beta_i)\pi(\varepsilon^k|\phi)\pi(\phi) \end{aligned} \quad (18)$$

と展開され、本研究で扱う混合マルコフ劣化ハザードモデルの異質性パラメータ ε の確率分布とその確率分布のパラメータ ϕ の事前分布が階層構造となっていることがわかる。階層ベイズ推計では、未知パラメータ $\theta = (\beta, \phi, \varepsilon)$ にそれぞれ事前分布を設定し、各パラメータの条件付き事後密度関数を算出する。しかしながら、ハザードモデルの場合、簡単な指数ハザードモデルを用いても、共役事前確率分布が存在しないことが知られている。共役事前確率分布が存在しない場合、基準化定数を解析的に求めることは不可能であり、数値解析により多重積分を求めることが必要になる。さらに、多重積分の算出以前に尤度関数と事前分布の解を明示的に示す

ことができないという問題も存在する。これに対して乱数を利用した数値解析法の一つである MCMC 法^{11), 15)} の台頭により、基準化定数を算出することなく、効率的に事後分布から乱数を発生させることが可能となってきた。階層ベイズモデルに対しては代表的な MCMC 法であるギブスサンプリング法やメトロポリス・ヘイスティング法（以下、MH 法）を組み合わせて事後分布を算出する階層ベイズ推計が提案されている¹³⁾。

(2) 事後分布の定式化

いま、パラメータ $\theta = (\beta_1, \dots, \beta_{I-1}, \phi, \varepsilon^1, \dots, \varepsilon^K)$ を与件とする。このとき、目視点検データ Ξ が観測される同時生起確率（尤度） $\mathcal{L}(\theta|\Xi)$ は、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\theta|\Xi) &= \prod_{i=1}^{I-1} \prod_{j=i}^I \prod_{k=1}^K \prod_{r_k=0}^{R_k-1} \prod_{l_k=1}^{L_k} \left\{ \sum_{m=i}^j \psi_{ij}^m(\tilde{\lambda}^{l_k}) \right. \\ &\quad \left. \exp(-\tilde{\lambda}_m^{l_k} \varepsilon_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k z^k) \right\}^{\bar{\delta}_{ij}^{r_k, l_k}} \end{aligned} \quad (19)$$

と表される。また、式(18)の未知パラメータ $\theta = (\beta, \phi, \varepsilon)$ の事前確率密度関数 $\pi(\theta)$ をそれぞれ以下のように設定する。まず、 β_i の事前確率密度関数 $\pi(\beta_i)$ として多次元正規分布を用いる。すなわち、 $\beta_i \sim \mathcal{N}_M(\mu_i, \Sigma_i)$ である。ただし、 $\mathcal{N}_M(\mu_i, \Sigma_i)$ は期待値ベクトルを μ_i , 分散共分散行列を Σ_i とした M 次元正規分布である。 $\varepsilon_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k$ の事前確率密度関数 $\pi(\varepsilon_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k | \phi)$ はガンマ分布(6)としてすでに与えられている。さらに、式(6)のガンマ分布の制御パラメータ ϕ の事前確率密度関数 $\pi(\phi)$ をガンマ分布 $\mathcal{G}(\alpha_0, \gamma_0)$ の確率密度関数 $\bar{f}(\phi|\alpha_0, \gamma_0)$ を用いて記述する。すなわち、 $\varepsilon_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k \sim \mathcal{G}(1, 1/\phi)$, $\phi \sim \mathcal{G}(\alpha_0, \gamma_0)$ である。したがって、同時事後確率密度関数は、

$$\begin{aligned} \pi(\theta|\Xi) &\propto \mathcal{L}(\theta|\Xi) \prod_{i=1}^{I-1} \prod_{k=1}^K \pi(\beta_i)\pi(\varepsilon^k|\phi)\pi(\phi) \\ &\propto \prod_{i=1}^{I-1} \prod_{j=i}^I \prod_{k=1}^K \prod_{r_k=0}^{R_k-1} \prod_{l_k=1}^{L_k} \left\{ \sum_{m=i}^j \psi_{ij}^m(\tilde{\lambda}^{l_k}) \right. \\ &\quad \left. \exp(-\tilde{\lambda}_m^{l_k} \varepsilon_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k z^k) \right\}^{\bar{\delta}_{ij}^{r_k, l_k}} \\ &\quad \cdot \prod_{i=1}^{I-1} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\beta_i - \mu_i)\Sigma_i^{-1}(\beta_i - \mu_i)'\right\} \\ &\quad \cdot \prod_{k=1}^K \prod_{r_k=0}^{R_k-1} \prod_{l_k=1}^{L_k} \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)} (\varepsilon_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k)^{\phi-1} \exp(-\phi \varepsilon_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k) \\ &\quad \cdot \frac{1}{\gamma_0^{\alpha_0} \Gamma(\alpha_0)} \left(\varepsilon_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k\right)^{\alpha_0-1} \exp\left(-\frac{\varepsilon_{\eta_{r_k}^{l_k}}^k}{\gamma_0}\right) \end{aligned} \quad (20)$$

のように定式化することができる。

(3) 同時事後確率密度関数の推計

未知パラメータを推計するためには式 (20) で表される同時事後確率密度関数を求める必要がある。しかしながら、上述したように、同時事後確率密度関数を解析的に求めることはもとより、同時事後確率密度関数から直接サンプリングすることも困難となっている。そこで本研究では代表的な MCMC 法の 1 つであるギブスサンプリングの考え方にに基づき、各パラメータの条件付き事後確率密度関数を用いて数値計算により式 (20) の同時事後確率密度関数を算出する。なお、ギブスサンプリングにおける各パラメータの条件付き事後確率密度関数の算出に際しても事後分布から直接サンプリングすることは困難であるために、それぞれに対して MH 法を用いる必要がある。

本節ではまず混合マルコフ劣化ハザードモデルの各パラメータの条件付き事後確率密度関数を利用して同時事後確率密度関数を算出する方法（ギブスサンプリング）について説明する。ギブスサンプリングを実施するために必要な各パラメータの条件付き事後確率密度関数を混合マルコフ劣化ハザードモデルについて導出する。未知パラメータの部分ベクトル β から β_{e_1} ($e_1 = 1, \dots, I-1$) を除いた未知パラメータベクトルを β^{-e_1} と表すことにする。また、同様に未知パラメータの部分ベクトル ε から ε_{e_2} ($e_2 = 1, \dots, W$) を除いた未知パラメータベクトルを ε^{-e_2} と表す。ただし、 W は異質性パラメータの総数である。このとき、式 (20) より、 $\beta^{-e_1}, \phi, \varepsilon$ を既知とした時の β_{e_1} の条件付き事後確率密度関数 $\pi(\beta_{e_1} | \beta^{-e_1}, \phi, \varepsilon, \Xi)$ は、

$$\begin{aligned} \pi(\beta_{e_1} | \beta^{-e_1}, \phi, \varepsilon, \Xi) &\propto \prod_{i=1}^{e_1} \prod_{j=e_1}^I \prod_{k=1}^K \prod_{r_k=0}^{R_k-1} \prod_{l_k=1}^{L_k} \left\{ \tilde{\lambda}_{e_1}^{l_k} \delta_{ij}^{r_k, l_k} - \delta_{ie_1}^{r_k, l_k} \cdot \sum_{m=i}^j \prod_{s=i}^{m-1} \right. \\ &\frac{1}{\tilde{\lambda}_s^{l_k} - \tilde{\lambda}_m^{l_k}} \prod_{s=m}^{j-1} \frac{1}{\tilde{\lambda}_{s+1}^{l_k} - \tilde{\lambda}_m^{l_k}} \exp(-\tilde{\lambda}_m^k \varepsilon_{r_k}^{l_k} z^k) \left. \right\}^{\delta_{ij}^{r_k, l_k}} \\ &\cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\beta_{e_1} - \mu_{e_1}) \Sigma_{e_1}^{-1} (\beta_{e_1} - \mu_{e_1})' \right\} \quad (21) \end{aligned}$$

と表せる。ただし、 $\delta_{ie_1}^{r_k, l_k}$ は、点検サンプル l_k の事前健全度 $\bar{h}^{l_k}(\tau_{r_k}^{l_k}) = i$ とサンプリングする際の事前健全度 e_1 が一致した場合に 1 を、そうでない場合に 0 をとるダミー変数である。つぎに、異質性パラメータ $\varepsilon_{r_k}^{l_k}$ に着目する。記述の簡便化のために $\varepsilon_{r_k}^{l_k} = \varepsilon_{e_2}$ と表し、着目する異質性パラメータが属するグループ k を $k(e_2)$ 、要素 l_k を $l(e_2)$ 、点検時点 r_k を $r(e_2)$ と表記する。この時、 $\beta, \phi, \varepsilon^{-e_2}$ を既知とした時の ε_{e_2} の条件付き事後確率密度関数 $\pi(\varepsilon_{e_2} | \beta, \phi, \varepsilon^{-e_2}, \Xi)$ は、

$$\pi(\varepsilon_{e_2} | \beta, \phi, \varepsilon^{-e_2}, \Xi) \propto \prod_{i=1}^{I-1} \prod_{j=i}^I$$

$$\begin{aligned} &\left\{ \sum_{m=i}^j \psi_{ij}^m(\tilde{\lambda}^{l(e_2)}) \exp(-\tilde{\lambda}_m^{l(e_2)} \varepsilon_{e_2} z^{k(e_2)}) \right\}^{\delta_{ij}^{r(e_2), l(e_2)}} \\ &\cdot (\varepsilon_{e_2})^{\phi-1} \exp(-\phi \varepsilon_{e_2}) \quad (22) \end{aligned}$$

と表せる。さらに、 β, ε を既知とした ϕ の条件付き事後確率密度関数 $\pi(\phi | \beta, \varepsilon, \Xi)$ は、

$$\begin{aligned} \pi(\phi | \beta, \varepsilon, \Xi) &\propto \prod_{k=1}^K \prod_{r_k=0}^{R_k-1} \prod_{l_k=1}^{L_k} \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)} (\varepsilon_{r_k}^{l_k})^{\phi-1} \exp(-\phi \varepsilon_{r_k}^{l_k}) \\ &\cdot \frac{1}{\gamma_0^{\alpha_0} \Gamma(\alpha_0)} \left(\varepsilon_{r_k}^{l_k} \right)^{\alpha_0-1} \exp \left(-\frac{\varepsilon_{r_k}^{l_k}}{\gamma_0} \right) \quad (23) \end{aligned}$$

と表すことができる。これらの条件付き確率密度関数を用いて式 (20) の同時事後確率密度関数をギブスサンプリングにより算出する。

ステップ 1 事前分布のパラメータ値 $\mu, \Sigma, \alpha_0, \gamma_0$ を任意に設定する。それらはこれから推計するパラメータの制約となる。本研究では、異質性パラメータの分散に関する事前情報が獲得できなかったために無条件事前分布として分散のパラメータ値を大きく設定することとする。また、未知パラメータ $\theta = (\beta, \phi, \varepsilon)$ の初期値 $\theta^{(0)} = (\beta^{(0)}, \phi^{(0)}, \varepsilon^{(0)})$ を任意に設定する。初期値の影響はサンプリング数の増加とともに薄れていく。

ステップ 2-1 サンプリング回数 n の未知パラメータの部分ベクトル $\beta^{(n)}$ を次のように発生させる。 $\beta_1^{(n)}$ を $\pi(\beta_1 | \beta^{-1(n-1)}, \phi^{(n-1)}, \varepsilon^{(n-1)}, \Xi)$ からランダムサンプリングする。 $\beta_2^{(n)}$ を $\pi(\beta_2 | \beta^{-2(n-1)}, \phi^{(n-1)}, \varepsilon^{(n-1)}, \Xi)$ からランダムサンプリングする。
...
 $\beta_{I-1}^{(n)}$ を $\pi(\beta_{I-1} | \beta^{I-1(n-1)}, \phi^{(n-1)}, \varepsilon^{(n-1)}, \Xi)$ からランダムサンプリングする。

ステップ 2-2 サンプリング回数 n の未知パラメータの部分ベクトル $\varepsilon^{(n)}$ を次のように発生させる。 $\varepsilon_1^{(n)}$ を $\pi(\varepsilon_1 | \beta^{(n)}, \phi^{(n-1)}, \varepsilon^{-1(n-1)}, \Xi)$ からランダムサンプリングする。 $\varepsilon_2^{(n)}$ を $\pi(\varepsilon_2 | \beta^{(n)}, \phi^{(n-1)}, \varepsilon^{-2(n-1)}, \Xi)$ からランダムサンプリングする。
...
 $\varepsilon_W^{(n)}$ を $\pi(\varepsilon_W | \beta^{(n)}, \phi^{(n-1)}, \varepsilon^{-W(n-1)}, \Xi)$ からランダムサンプリングする。

ステップ 2-3 サンプリング回数 n の未知パラメータの要素 $\phi^{(n)}$ を $\pi(\phi | \beta^{(n)}, \varepsilon^{(n)}, \Xi)$ からランダムサンプリングする。

ステップ 3 十分大きな \underline{n} に対して $n > \underline{n}$ ならば $\theta^{(n)} = (\beta^{(n)}, \phi^{(n)}, \varepsilon^{(n)})$ を記録する。

ステップ 4 $n = \bar{n}$ ならば計算を終了する。 $n < \bar{n}$ な

らば $n = n + 1$ とし **ステップ 2** へ戻る.

以上のギブスサンプリングにおいて, 推移核を

$$\begin{aligned} & \mathcal{O}(\boldsymbol{\theta}(n-1), \boldsymbol{\theta}(n)|\Xi) \\ &= \prod_{e_1=1}^{I-1} \pi(\beta_{e_1}^{(n)} | \beta^{-e_1(n-1)}, \phi^{(n-1)}, \varepsilon^{(n-1)}, \Xi) \\ & \cdot \prod_{e_2=1}^W \pi(\varepsilon_{e_2}^{(n)} | \beta^{(n)}, \phi^{(n-1)}, \varepsilon^{-e_2(n-1)}, \Xi) \\ & \cdot \pi(\phi^{(n)} | \beta^{(n)}, \varepsilon^{(n)}, \Xi) \end{aligned} \quad (24)$$

と定義する. このとき, $\boldsymbol{\theta}(n)$ ($n = 0, 1, \dots$) は推移核 $\mathcal{O}(\boldsymbol{\theta}(n-1), \boldsymbol{\theta}(n)|\Xi)$ を持つマルコフ連鎖である. さらに, このマルコフ連鎖の定常状態を $\pi(\boldsymbol{\theta}|\Xi)$ と表す. 十分大きな \underline{n} に対して, このようなマルコフ連鎖が定常状態に達していると考えれば, ギブスサンプリングによる $\boldsymbol{\theta}(n = \underline{n} + 1, \underline{n} + 2, \dots, \bar{n})$ のサンプリングは式 (20) に示した同時事後確率密度関数 $\pi(\boldsymbol{\theta}|\Xi)$ からのサンプリングと等しくなる. したがって, ギブスサンプリングによって得られるこれらの標本 $\boldsymbol{\theta}(n = \underline{n} + 1, \underline{n} + 2, \dots, \bar{n})$ を用いて, パラメータベクトル $\boldsymbol{\theta} = (\beta, \phi, \varepsilon)$ の同時事後確率密度関数に関する統計量を計算することも可能となる.

ただし, **ステップ 2** で利用する条件付き事後確率密度関数 (式 (21), (22), (23)) からは直接にランダムサンプリングすることができない.

(4) 条件付き事後確率密度関数からのサンプリング

直接サンプリングできない条件付き事後確率密度関数 (式 (21), (22), (23)) からの標本を得るために MH 法を用いる. 具体的には $\pi(\beta_{e_1}^{(n)} | \beta^{-e_1(n-1)}, \phi^{(n-1)}, \varepsilon^{(n-1)}, \Xi)$ に対してランダムウォーク MH 法を, $\pi(\varepsilon_{e_2}^{(n)} | \beta^{(n)}, \phi^{(n-1)}, \varepsilon^{-e_2(n-1)}, \Xi)$ と $\pi(\phi^{(n)} | \beta^{(n)}, \varepsilon^{(n)}, \Xi)$ に対しては独立 MH 法を, それぞれ適用する.

MH 法自体に新規性はないがそれぞれのサンプリング手法を見直しよく説明するために, 本節で説明を加える. MH 法では事後分布 (目標分布) からのサンプリングが難しい場合に, これを近似するような分布 (提案分布) からサンプリングを行う. これと同時に目標分布と提案分布の差異を修正する. これらの操作を **4.(3)** で示したギブスサンプリングの手順に従い繰返したとき, 十分に大きな繰返し回数においてサンプリングされた標本は目標分布からランダムサンプリングされた標本と見なすことができる¹¹⁾.

いま, 目標分布を $\pi(\dot{\boldsymbol{\theta}}|\dot{\Xi})$ と表す. 提案分布の確率密度関数を $\mathbf{q}(\dot{\boldsymbol{\theta}}|\dot{\boldsymbol{\theta}}^{(n-1)})$ と表す. 提案分布は n 回目のサンプリングで事後分布からの標本の候補として $\mathbf{q}(\dot{\boldsymbol{\theta}}|\dot{\boldsymbol{\theta}}^{(n-1)})$ に従う標本 $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ を発生させる. 提案された標本 $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ は目標分布 $\pi(\dot{\boldsymbol{\theta}}|\dot{\Xi})$ からの標本ではないために, その差異を修

正するために, 確率

$$\alpha(\dot{\boldsymbol{\theta}}|\dot{\boldsymbol{\theta}}^{(n-1)}) = \min \left[\frac{\pi(\dot{\boldsymbol{\theta}}|\dot{\Xi})\mathbf{q}(\dot{\boldsymbol{\theta}}^{(n-1)}|\dot{\boldsymbol{\theta}})}{\pi(\dot{\boldsymbol{\theta}}^{(n-1)}|\dot{\Xi})\mathbf{q}(\dot{\boldsymbol{\theta}}|\dot{\boldsymbol{\theta}}^{(n-1)})}, 1 \right] \quad (25)$$

に従って受容し, $\dot{\boldsymbol{\theta}}^{(n)} = \dot{\boldsymbol{\theta}}$ とする. また, 棄却された場合には $\dot{\boldsymbol{\theta}}^{(n)} = \dot{\boldsymbol{\theta}}^{(n-1)}$ とする.

a) β のサンプリング

選択する提案分布により様々な MH 法が考案されている. 基本的な方法はの 1 つは, n 回目の候補を

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}' = \dot{\boldsymbol{\theta}}^{(n-1)} + \mathcal{N}(0, \boldsymbol{\nu}) \quad (26)$$

で表されるランダムウォークにより発生させる. なお, $\mathcal{N}(0, \boldsymbol{\nu})$ は 0 ベクトルを期待値ベクトル, $\boldsymbol{\nu}$ を分散共分散行列とした多次元正規分布であり, $\boldsymbol{\nu}$ はステップ幅を定めるパラメータベクトル (ν_1, ν_2, \dots) を対角要素とする対角行列である. このとき, 提案分布の確率密度 \mathbf{q} は $(\dot{\boldsymbol{\theta}}, \dot{\boldsymbol{\theta}}^{(n-1)})$ に関して対称となるために, ランダムウォークにより発生させた候補 $\dot{\boldsymbol{\theta}}'$ は確率

$$\alpha_r(\dot{\boldsymbol{\theta}}'|\dot{\boldsymbol{\theta}}^{(n-1)}) = \min \left[\frac{\pi(\dot{\boldsymbol{\theta}}'|\dot{\Xi})}{\pi(\dot{\boldsymbol{\theta}}^{(n-1)}|\dot{\Xi})}, 1 \right] \quad (27)$$

で受容される. 上述したように本研究では条件付き事後確率密度 $\pi(\beta_{e_1}^{(n)} | \beta^{-e_1(n-1)}, \phi^{(n-1)}, \varepsilon^{(n-1)}, \Xi)$ をランダムウォーク MH 法によりサンプリングする. $\dot{\boldsymbol{\theta}}' = \beta'_{e_1}$, $\dot{\boldsymbol{\theta}}^{(n-1)} = \beta_{e_1}^{(n-1)}$ とした式 (26) のランダムウォークより発生される n 回目の候補 β'_{e_1} が受容される確率は,

$$\begin{aligned} & \alpha_\beta(\beta'_{e_1} | \beta_{e_1}^{(n-1)}) \\ &= \min \left[\frac{\pi(\beta'_{e_1} | \beta^{-e_1(n-1)}, \phi^{(n-1)}, \varepsilon^{(n-1)}, \Xi)}{\pi(\beta_{e_1}^{(n-1)} | \beta^{-e_1(n-1)}, \phi^{(n-1)}, \varepsilon^{(n-1)}, \Xi)}, 1 \right] \end{aligned} \quad (28)$$

と定義できる. 実際の数値計算では区間 $[0, 1]$ で定義される一様分布 $\mathcal{U}(0, 1)$ から, 一様乱数 $u \sim \mathcal{U}(0, 1)$ を発生させ, $\beta_{e_1}^{(n)}$ を以下のルールに従い決定する.

$$\beta_{e_1}^{(n)} = \begin{cases} \beta_{e_1}^{(n-1)} & u > \alpha_\beta \\ \beta'_{e_1} & u \leq \alpha_\beta \end{cases} \quad (29)$$

以上は **4.(3)** で示したギブスサンプリングの **ステップ 2-1** に相当する.

b) ε と ϕ のサンプリング

一方で, 事後分布の制約を考慮して提案分布を選択することも考えられる. 特に $\mathbf{q}(\dot{\boldsymbol{\theta}}|\dot{\boldsymbol{\theta}}^{(n-1)}) = \mathbf{q}(\dot{\boldsymbol{\theta}})$ のような確率密度を有する提案分布を用いる方法は独立 MH 法と呼ばれ, 広く利用されている. このとき, 独立 MH 法の提案分布により発生させた候補 $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ が受容される確率は, 次式で定義される.

$$\alpha_i(\dot{\boldsymbol{\theta}}|\dot{\boldsymbol{\theta}}^{(n-1)}) = \min \left[\frac{\pi(\dot{\boldsymbol{\theta}}|\dot{\Xi})\mathbf{q}(\dot{\boldsymbol{\theta}}^{(n-1)})}{\pi(\dot{\boldsymbol{\theta}}^{(n-1)}|\dot{\Xi})\mathbf{q}(\dot{\boldsymbol{\theta}})}, 1 \right] \quad (30)$$

条件付き事後確率密度関数 $\pi(\varepsilon_{e_2}^{(n)}|\beta^{(n)}, \phi^{(n-1)}, \varepsilon^{-e_2(n-1)}, \Xi)$ と $\pi(\phi^{(n)}|\beta^{(n)}, \varepsilon^{(n)}, \Xi)$ はともに定義域が 0 以上という制約を有している. 本研究ではこれを満たす提案分布として各パラメータの事前分布 $\mathcal{G}(\omega^{-1}, \omega)$, および $\mathcal{G}(\alpha_0, \gamma_0)$ をそれぞれ採用することにする. 条件付き事後確率密度関数を式 (30) に対応させてそれぞれ整理する. まず提案分布 $\mathcal{G}(\varepsilon'|\omega^{-1}, \omega)$ より発生させた n 回目の候補 ε' が受容される確率は,

$$\alpha_\varepsilon(\varepsilon'_{e_2}|\varepsilon_{e_2}^{(n-1)}) = \min \left[\frac{\mathcal{L}(\varepsilon'_{e_2}|\beta^{(n)}, \varepsilon^{-e_2(n-1)}, \Xi)}{\mathcal{L}(\varepsilon_{e_2}^{(n-1)}|\beta^{(n)}, \varepsilon^{-e_2(n-1)}, \Xi)}, 1 \right] \quad (31)$$

と表現できる. 同様に, 提案分布 $\mathcal{G}(\phi'|\alpha_0, \gamma_0)$ より発生させた n 回目の候補 ϕ' が受容される確率は,

$$\alpha_\phi(\phi'|\phi^{(n-1)}) = \min \left[\frac{\mathcal{L}(\phi'|\varepsilon^{(n)})}{\mathcal{L}(\phi^{(n-1)}|\varepsilon^{(n)})}, 1 \right] \quad (32)$$

と表現できる. 実際の数値計算上での取扱はいずれのパラメータも式 (29) と同様である. 以上は 4.(3) で示したギブスサンプリングのステップ 2-2, ステップ 2-3 にそれぞれ相当する.

(5) 事後分布に関する統計量

MCMC 法によって得られた標本に基づいて, パラメータベクトル $\theta = (\beta, \phi, \varepsilon)$ に関する統計的性質を分析することができる. MCMC 法を用いた場合, パラメータの事後確率密度関数 $\pi(\theta|\Xi)$ は解析的な関数として表現できない. 得られた標本を用いてノンパラメトリックに分布関数や密度関数を推計することとなる. いま, MCMC 法により得られた標本を $\theta^{(n)} = (\beta^{(n)}, \phi^{(n)}, \varepsilon^{(n)}) = (\theta_1^{(n)}, \theta_2^{(n)}, \dots, \theta_{W_\theta}^{(n)})$ ($n = 1, \dots, \bar{n}$) と表すこととする. なお, $W_\theta = M(I-1) + W + 1$ である. この内, 最初の \underline{n} 個の事後分布への収束過程からの標本と考え, 標本集合から除去する. その上で, パラメータの標本添字集合を $\mathcal{M} = \{\underline{n} + 1, \dots, \bar{n}\}$ と定義する. このとき, パラメータ θ の同時確率分布関数 $G(\theta)$ は

$$G(\theta) = \frac{\#\{\theta^{(n)} \leq \theta, n \in \mathcal{M}\}}{\bar{n} - \underline{n}} \quad (33)$$

と表すことができる. ただし, $\#\{\theta^{(n)} \leq \theta, n \in \mathcal{M}\}$ は論理式 $\theta^{(n)} \leq \theta, n \in \mathcal{M}$ が成立するサンプルの総数である. また, パラメータ θ の事後分布の期待値ベクトル $\tilde{\zeta}(\theta)$, 分散・共分散行列 $\tilde{\Sigma}(\theta)$ は, それぞれ

$$\tilde{\zeta}(\theta) = (\tilde{\zeta}(\theta_1), \dots, \tilde{\zeta}(\theta_{W_\theta}))' = \left(\sum_{n=\underline{n}+1}^{\bar{n}} \frac{\theta_1^{(n)}}{\bar{n} - \underline{n}}, \dots, \sum_{n=\underline{n}+1}^{\bar{n}} \frac{\theta_{W_\theta}^{(n)}}{\bar{n} - \underline{n}} \right)' \quad (34a)$$

$$\tilde{\Sigma}(\theta) = \begin{pmatrix} \tilde{\sigma}^2(\theta_1) & \cdots & \tilde{\sigma}(\theta_1\theta_{W_\theta}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\sigma}(\theta_{W_\theta}\theta_1) & \cdots & \tilde{\sigma}^2(\theta_{W_\theta}) \end{pmatrix} \quad (34b)$$

と表される. ただし,

$$\tilde{\sigma}^2(\theta_{k_\theta}) = \sum_{n=\underline{n}+1}^{\bar{n}} \frac{\{\theta_{k_\theta}^{(n)} - \tilde{\zeta}(\theta_{k_\theta})\}^2}{\bar{n} - \underline{n}} \quad (35a)$$

$$\tilde{\sigma}(\theta_{k_\theta}\theta_{l_\theta}) = \sum_{n=\underline{n}+1}^{\bar{n}} \frac{\{\theta_{k_\theta}^{(n)} - \tilde{\zeta}(\theta_{k_\theta})\}\{\theta_{l_\theta}^{(n)} - \tilde{\zeta}(\theta_{l_\theta})\}}{\bar{n} - \underline{n}} \quad (35b)$$

である. また, ギブスサンプリングによる標本を用いて, パラメータ θ の信用区間を定義できる. $100(1-2\kappa)\%$ 信用区間は, 標本順序統計量 $(\theta_{k_\theta}^\kappa, \bar{\theta}_{k_\theta}^\kappa)$ ($k_\theta = 1, \dots, W_\theta$)

$$\theta_{k_\theta}^\kappa = \arg \max_{\theta_{k_\theta}^*} \left\{ \frac{\#\{\theta_{k_\theta}^{(n)} \leq \theta_{k_\theta}^*, n \in \mathcal{M}\}}{\bar{n} - \underline{n}} \leq \kappa \right\} \quad (36a)$$

$$\bar{\theta}_{k_\theta}^\kappa = \arg \min_{\theta_{k_\theta}^{**}} \left\{ \frac{\#\{\theta_{k_\theta}^{(n)} \geq \theta_{k_\theta}^{**}, n \in \mathcal{M}\}}{\bar{n} - \underline{n}} \leq \kappa \right\} \quad (36b)$$

を用いて $\theta_{k_\theta}^\kappa < \theta_{k_\theta} < \bar{\theta}_{k_\theta}^\kappa$ と定義できる.

MCMC 法では, 初期パラメータ値 $\theta^{(0)}$ が不変分布である事後分布からの標本である保証はない. ギブスサンプリングで発生させた \bar{n} 個のサンプルの内, 最初の \underline{n} 個の標本 $\theta^{(n)}$ ($n = 1, \dots, \underline{n}$) を事後分布に収束する過程からのサンプリングと考える. その上で, 第 $\underline{n} + 1$ 回以降の標本をとりあげる. $\underline{n} + 1$ 以降の標本が, 不変分布である事後分布からの標本であるかどうかを Geweke の方法¹⁶⁾を用いて仮説検定を試みる.

5. 適用事例

(1) 適用事例の概要

本研究で提案した方法論を高速道路の高架橋に対する補修効果の事後評価問題に適用する. 遊離石灰法に着目した床版の損傷度判定は, 高速道路では旧日本道路公団から用いられており, 豊富なデータが蓄積されている. そこで本研究では, 橋梁床版部に対する目視点検データを用いて, 混合マルコフ劣化ハザードモデル, および各床版の補修タームに対応した異質性パラメータの推計を行った. 適用橋梁と目視点検結果の概要を表-1に示す. 総橋梁数は151橋であり, それらの橋梁は1974年から1993年にかけて供用が開始されたものである. また取得された目視点検データはスパン単位で集計されており, 総スパン数は748スパンである. なお, 各スパンの識別が可能であることから, 同一橋梁, スパンの点検履歴を把握することができる. これらにより得られた目視点検データの総データ数は5,955データで, 5,207サンプルの健全度ペアサンプルが獲得

表-1 目視点検結果の概要

総橋梁数	151						
供用開始年	1974~1993						
総点検データ数	5,955						
総スパン数	748						
総サンプル数	5,207						
平均点検間隔	3.775年						
サンプル数内訳	事前健全度	事前健全度					
			1	2	3	4	5
		1	1,048	627	65	74	8
		2	-	1,980	223	147	1
		3	-	-	200	164	20
		4	-	-	-	622	20
		5	-	-	-	24	

表-2 パネル別床版の損傷度判定¹⁹⁾

損傷度	床版の状況	
AA	一般部	ひび割れ・遊離石灰が著しく、亀甲状で閉塞した損傷部分状態。
A	一般部	遊離石灰が二方向に発生しており、両方ともその間隔が50cm以下で、かつ、遊離石灰が泥水、錆汁で変色している。また「B」でその進行が早いもの。
	継目部	施工継目において、遊離石灰が泥水、錆汁で変色している。
B	一般部	遊離石灰が二方向に発生しており、両方ともその間隔が50cm以下で、その色が白いもの。また「C」でその進行が早いもの。
	継目部	施工継目において、遊離石灰が発生しておりその色が白いもの。
C	遊離石灰が二方向に発生しており、いずれかの方向の間隔が50cm以上となっている。(亀甲状となっていない。またはその間隔が大きい)	
	遊離石灰を伴わないひび割れが二方向に発生しており両方ともその間隔が50cm以下となっている。また「D」でその進行が早いもの。	
D	遊離石灰が一方向に発生している。遊離石灰を伴わないひび割れが二方向に発生している。	
E	遊離石灰および2方向のひび割れが認められない。	

表-3 スパン別床版の損傷度・健全度判定¹⁹⁾

健全度	損傷度	床版の状況	判定基準	判定
1	OK	損傷は見られない。	-	-
2	V	床版の30%未満にD以上の損傷がある。	損傷は少ない。 部分的な補修・補強が必要	A1~A3
3	IV	床版の30%以上にD以上の損傷がある。	損傷は少ない。 適切な時期に補修・補強が必要	
4	III	床版の40%以上にD以上の損傷がある。	損傷は大きくなりつつある。 適切な時期に補修・補強が必要	
5	II	床版の30%以上にB以上の損傷がある。	損傷が著しい。 早急な補修・補強が必要	AA
	I	床版の40%以上にB以上の損傷がある。	損傷が著しい。 緊急な補修・補強が必要	

できた。サンプルの平均点検間隔は3.775年であった。また、表-1には、健全度ごとのサンプル数も併せて示している。同表より、健全度5に達するサンプル数が極端に少ないことがわかる。この理由としてはスパン単位の判定基準において、健全度4と5では健全性に大きな差があるため、通常健全度5に到達する以前に補修されるか、局部の劣化事象では健全度5と判定されないといったことがあげられる。

本研究で用いた健全度は、表-2と表-3の健全度評価基準を用いて判定された。遊離石灰法では、まず、主桁と横桁に囲まれた領域であるパネル単位で床版の損傷度が表-2に従って判定される。その後、パネル単位の

損傷度がスパン(支間×幅員)単位で集計化され、表-3に従った損傷度判定が行われる。なお、本研究では、スパン単位での6段階の損傷度(OKからI)に対して、損傷度IIとIを統合した5段階の健全度(1から5)を用いることとする。これは損傷度IIとIでは「早急」と「緊急」という用語の違いはあるものの、直ちに補修を実施するというアセットマネジメント上の意思決定では等価であると判断したためである。

目視点検を通して取得できる点検サンプルは、1サンプルにつき遊離石灰法による2組の健全度、その点検間隔、特性変数という情報を含んでいる。今回候補とした特性変数は、1) 支間長、2) 凍結防止剤散布量、3)

表-4 パラメータの推計結果

事後分布統計量	健全度	定数項 $\beta_{i,1}$	支間長 $\beta_{i,2}$	凍結防止剤 散布量 $\beta_{i,3}$	標準 ハザード率 λ_i	健全度 期待寿命 $1/\lambda_i$
期待値 (下限 5%, 上限 5%) Geweke 検定統計量	1	-2.91 (-3.20, -2.65) -1.34	2.69 (1.81, 3.61) 0.15	-	0.13	7.46
期待値 (下限 5%, 上限 5%) Geweke 検定統計量	2	-3.57 (-3.84, -3.29) -0.29	-	1.17 (0.78, 1.57) 0.28	0.063	15.97
期待値 (下限 5%, 上限 5%) Geweke 検定統計量	3	-1.80 (-2.14, -1.41) 0.21	-	0.81 (0.30, 1.28) -1.83	0.29	3.50
期待値 (下限 5%, 上限 5%) Geweke 検定統計量	4	-7.02 (-8.07, -5.90) 0.44	-	3.05 (1.82, 4.23) -0.35	0.0081	123.76
期待値 (下限 5%, 上限 5%) Geweke 検定統計量	ϕ	2.93 (2.87, 2.99) -0.01				
対数尤度		-696.7				
AIC		1,411				

標準ハザード率の算出に際しては各特性変数の期待値を用いた。

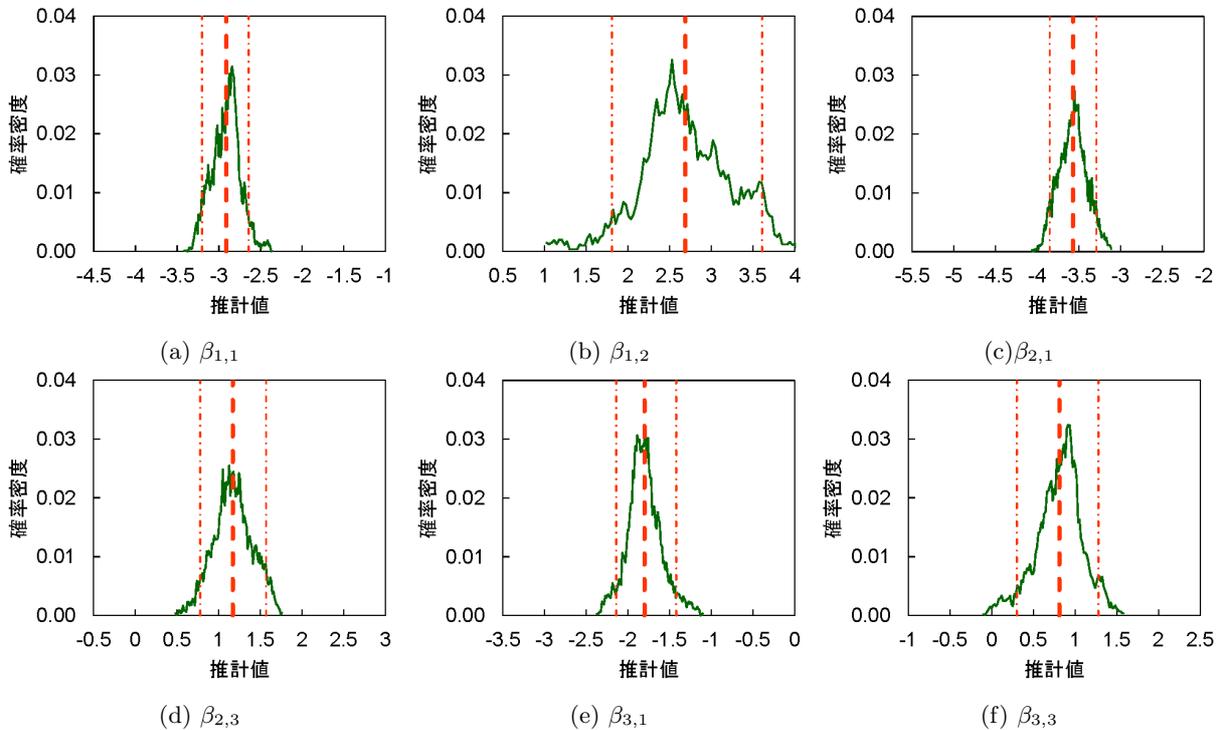


図-4 事後分布

連続径間数, 4) 最大有効幅員, 5) 橋面積, 6) 斜角最小角, 7) 床版支間, 8) 床版厚, 9) 主桁高, 10) 主桁間隔, 11) 主桁本数, の 11 個である. なお, これ以降の分析では, 以上の定量的な全変数のデータをそれぞれの最大値が 1 となるように基準化した.

(2) 推計結果

混合マルコフ劣化ハザードモデルを目視点検データを用いて推計する. 既述したように, 健全度は 5 段階で

評価されており, 健全度 5 の状態を除く合計 4 つの健全度に対して混合マルコフ劣化ハザードモデルを定義できる. 各健全度に応じた劣化速度を表す混合ハザード率の特性変数の候補として 5.(1) の 11 個の変数を組み合わせ, ハザード率の推計を行った. その中で符号条件を満足し, かつ $\beta_{i,m}$ が不変分布へ収束しないという帰無仮説が有意水準 95% で棄却される Geweke 検定量の臨界値 1.96 を下回る変数を採用した. さらにこのとき, 多変数を考慮したそれぞれのモデルに対してモデ

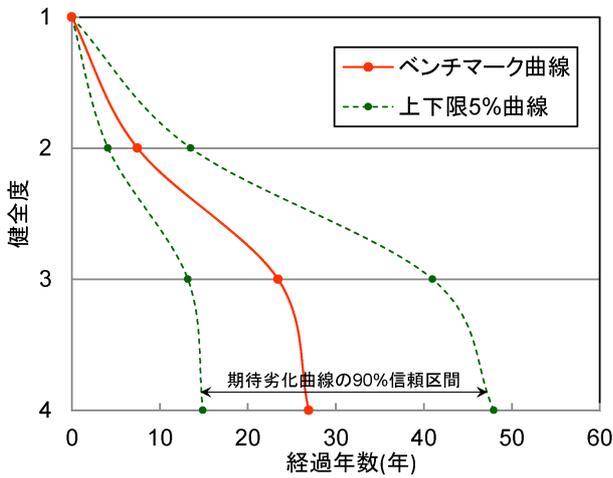


図-5 事後分布による期待劣化曲線の90%信頼区間

ルと実データのあてはまり具合を評価するために、情報量基準 AIC の算出を行い、AIC が最小となるモデルを最適モデルとして選定した。

以上の手順に従い階層ベイズ法により混合マルコフ劣化ハザードモデルのパラメータ β , ϕ の事後分布を推計した。表-4 には未知パラメータ $\hat{\beta}$, $\hat{\phi}$ の推計値として事後分布の期待値と、下限5%, 上限5%, および Geweke 検定統計量を併せて記載している。さらには各パラメータの事後分布の期待値と式 (15) より算出した各健全度での標準ハザード率 λ_i と期待寿命 $1/\lambda_i$ を示す。健全度4の期待寿命は123.76年となっており、極めて長い。この理由に関しては5.(1)で述べた通りであるが、健全度5のサンプル数が相対的に少ないこと、補修により劣化の進行が速いスパンのデータが欠損していることがあげられる。また、床版の維持管理においては、健全度5のような早急、あるいは緊急に補修が必要な状況を避けるために、補修が検討される健全度としては健全度4が多かったという実績的な判断から、以後の分析では床版の実質的な期待寿命は健全度4への到達年数であると考え、表-4に示したように、最適モデルにおいては、支間長 x_2 が健全度1の劣化過程に対して、凍結防止剤散布量 x_3 が健全度2以降の劣化過程に対して、それぞれ影響を及ぼしていることが読み取れる。これらのパラメータの事後分布を図-4に示す。なお、図中の点線は期待値を、一点鎖線は90%信頼区間を表す。いずれも期待値付近に卓越したピークを確認できる。以上を視覚的に理解するために、図-5には期待劣化パスとその90%信頼域を示す。ベイズ推計を用いることで、推計結果(期待劣化パス)に対する信頼性についても議論が可能となる。

異質性パラメータ総数	823
補修ターム $\eta = 0$	748
補修ターム $\eta = 1$	75

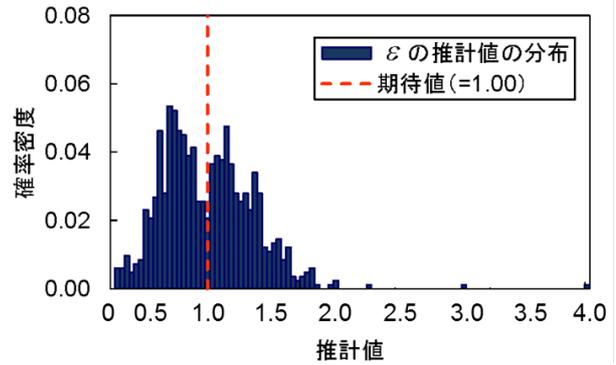


図-6 異質性パラメータ ϵ の分布

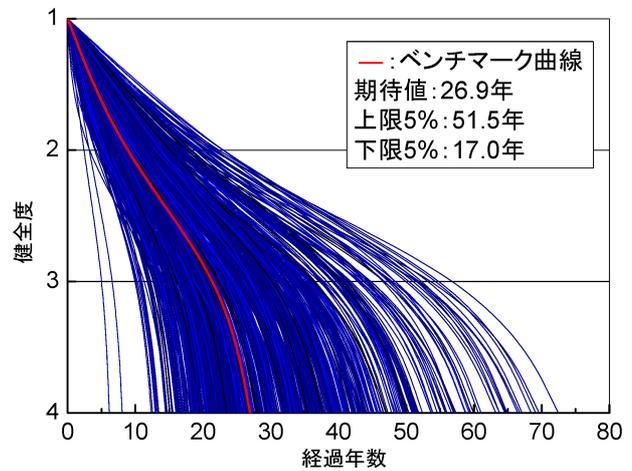


図-7 異質性を考慮した RC 床版の期待劣化パス

(3) 異質性を考慮した劣化過程

表-5に設定した異質性パラメータ総数を示す。総スパン数が748であるので、補修前と補修なしを想定した補修ターム $\eta = 0$ の総数は同数の748である。一方で、補修後の補修ターム $\eta = 1$ の総数は75である。なお、対象床版の中には複数回補修が実施されているケースが含まれないことに留意されたい。

はじめに、総数823の異質性パラメータの事後分布の期待値から作成した異質性パラメータの分布を図-6に示す。分布の期待値は1.00であった。異質性パラメータの事前分布の特性が反映されていることがわかる。つぎに、全異質性パラメータ(総数823)を用いて期待劣化パスを算出した。これらの期待劣化パスを一括して図-7に示す。このとき期待寿命の期待値は26.9年であった。また、下限5%は17.0年、上限5%は51.5年となっており、RC床版の期待寿命には大きな差異が存在

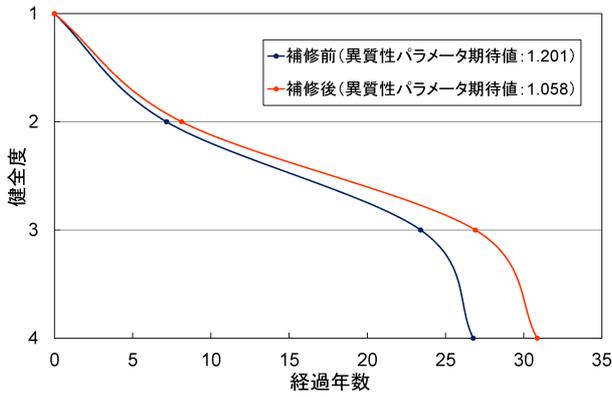


図-8 補修前後の期待劣化パスの比較

することがわかる. さらに, 図-8 は補修前の補修ターム $\eta = 0$ と補修後の補修ターム $\eta = 1$ のそれぞれに属する異質性パラメータに対して期待値(補修前: 1.201, 補修後: 1.058)を算出し, 改めて期待劣化パスを算出したものである. 全体的な傾向として補修により期待劣化パスが長寿命化している(補修効果がある)ことがわかる.

(4) 劣化速度の相対評価

標準ハザード率と異質性パラメータの推計値を用いることにより, RC床版を補修ターム単位で相対評価するとともに, 重点的にモニタリングすべきRC床版(重点管理集合)を抽出する方法論が提案されている^{6),10)}. 図-9 は, 健全度3における標準ハザード率の推定値 $\hat{\lambda}_3^{l_k}$ と異質性パラメータ $\hat{\epsilon}_\eta^k$ の関係を示している. 標準ハザード率の全サンプル期待値(平均標準ハザード率)は $AVE(\hat{\lambda}_3) = 0.286$ である. 図-9の横軸は, 各スパンの標準ハザード率を平均標準ハザード率で基準化した値 $\hat{\lambda}_3^{l_k} / AVE(\hat{\lambda}_3)$ を示している. 式(4)に示す通り, 補修ターム η に対応するスパン k の床版 l_k 劣化速度(混合指数ハザード率)の推定値 $\hat{\lambda}_{i,\eta}^{l_k}$ は, 標準ハザード率 $\hat{\lambda}_{i,\eta}$ と異質性パラメータ $\hat{\epsilon}_\eta^k$ の積で定義される. 異質性パラメータの期待値が $AVE(\hat{\epsilon}_\eta^k) = 1.00$ より, 平均混合ハザード率は, $AVE(\hat{\lambda}_{i,\eta}^{l_k}) = AVE(\hat{\lambda}_{i,\eta}) \times AVE(\hat{\epsilon}_\eta^k) = 0.286 \times 1.00 = 0.286$ と定義される. 図-9には, サンプルの標準ハザード率の期待値と異質性パラメータの積が0.286となる曲線(黒線)を示している. この曲線より上方に位置するRC床版は, 混合ハザード率(劣化速度)が平均より大きい(速い)ことを示しており, 下に位置するRC床版は比較的劣化速度が遅く寿命が長いと判断できる. さらに同図には標準ハザード率と異質性パラメータの積の95パーセンタイル曲線も併せて示している. 95パーセンタイル曲線より上方に位置するRC床版が重点管理集合に位置することになる. 本

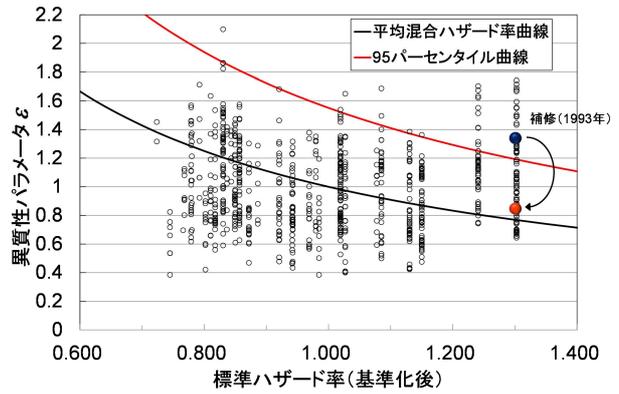


図-9 ハザード率の相対評価

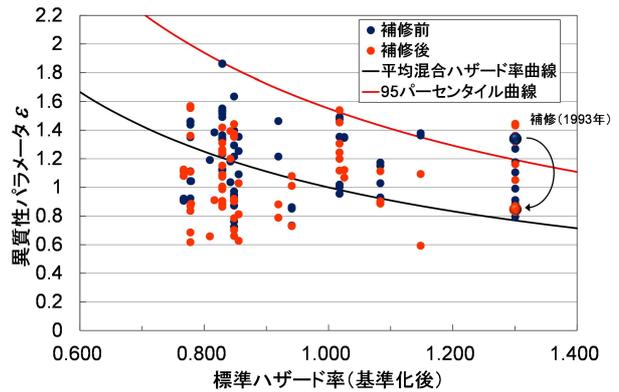


図-10 ハザード率の相対評価(補修されたスパンのみ)

適用事例では, 管理水準として95%を取り上げているが, このような管理水準は管理者が対象部材数や予算などによって自ら決定すべき項目であることは述べるまでもない.

つぎに補修履歴を有する橋梁スパンのみに着目し, 再び標準ハザード率と異質性パラメータの関係を図-10にまとめる. 図中の青色プロットは補修前ターム, 赤色プロットは補修後タームである. 2回以上の補修はないので, 当然ながら, 赤色と青色のプロットは1対1に対応しており, 橋梁スパンの識別番号からその対応関係を把握することができる. 図が煩雑になるために, 全ての対応関係を列挙することは避けるが, 同図中には特定の床版(スパンA)の事例を記載している. スパンAは1993年に一度補修が実施されている. スパンAは補修前($t = 0$)には95パーセンタイル曲線の上方に位置しており重点的にモニタリングすべきスパンとして抽出されるような, 劣化の進展が早いスパンであった. 1993年に補修が実施されたことにより, 劣化速度は平均混合ハザード率程度まで減少している. スパンAは補修により異質性パラメータ(劣化速度)が減少し, 補修効果が得られたと推察できる. なお, 補修前後において標準ハザード率は変化しない. そのた

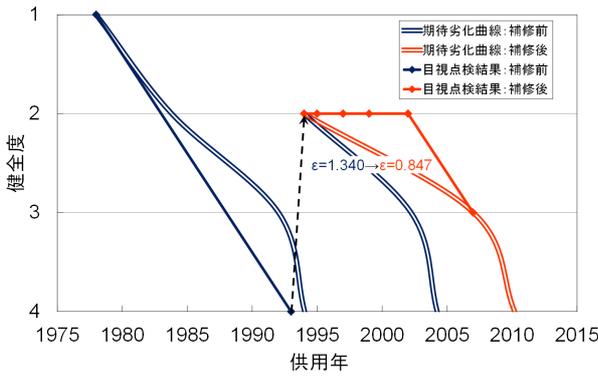


図-11 異質性パラメータ減少の例 (スパン A)

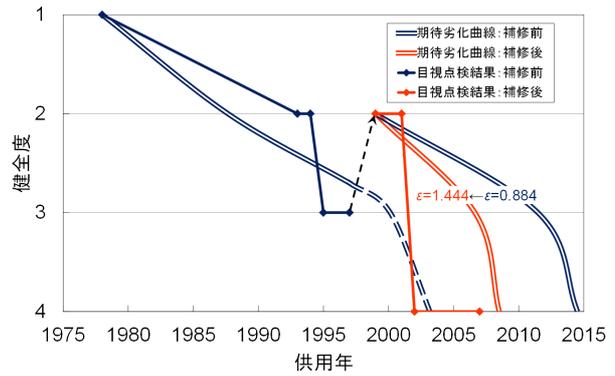


図-12 異質性パラメータ増加の例 (スパン B)

め、補修前後の劣化速度は異質性パラメータにのみ依存する。また、スパン A は 1979 年に供用が開始され、1993 年に一度点検が実施されたのち補修が行われ、補修後には、1994 年、1995 年、1997 年、1999 年、2002 年、2007 年の計 6 回点検が実施されている。図-11 にはスパン A でこれまで蓄積された目視点検結果（菱形、実線）と推計結果より算出した補修前後の期待劣化曲線（二重線）を示す。図中では補修前 ($t = 0$) を青、補修後 ($t = 1$) を赤でそれぞれ示している。スパン A では 1993 年に実施された補修により、健全度が 4 から 2 へと回復しているとともに異質性パラメータが減少し劣化速度が抑制されていることが確認できる。

一方で、補修効果が得られない場合も存在する。一例として、スパン B の目視点検結果と補修前後の期待劣化曲線を図-12 に示す。スパン B は、1979 年に供用が開始され、補修前には、1993 年、1994 年、1995 年、1997 年の 4 回、補修後に、1999 年、2001 年、2002 年、2007 年の 4 回、点検が実施されている。1997 年に補修が実施されたことにより、健全度が 3 から 2 へ回復しているものの、異質性パラメータが増加し劣化の進展が補修前と比較して早まっていることが確認できる。このように補修ターム t ごとに異質性パラメータを推計し相対比較することにより、補修が劣化速度に及ぼす影響をスパンごとに評価可能であることがわかる。

(5) 補修効果の検定

本研究では、補修効果を補修前後の劣化速度（既述したように実質的には異質性パラメータ）の変化率として定義する。混合マルコフ劣化ハザードモデルの未知パラメータを階層ベイズ推計することにより、補修が実施された橋梁スパン k の床版に対する補修前後の異質性パラメータ ϵ_0^k と ϵ_1^k に関する事後分布が得られる。ここでは補修前後の異質性パラメータの事後分布に対する統計的検定を通して補修効果を分析する。ただし、目視点検データが補修前後双方で豊富に蓄積されてい

ることは希であり、一般的には、補修前後で目視点検データの数やばらつき方に違いが見られることが多い。本研究では、階層ベイズ推計を用いることにより、これらの目視点検データの数やばらつきを未知パラメータの事後分布の分散に反映することができる。そのため、目視点検データの数やばらつきを考慮し補修効果を検定するために、本研究では、異質性パラメータの事後分布自体の相違を検定するような検定手法を用いる。具体的な検定手法としては、Wilcoxon の符号付順位和検定¹⁷⁾（以下、Wilcoxon 検定）を用いる。Wilcoxon 検定は 2 群間のデータの差異に対するノンパラメトリック検定手法である。いま、床版 k に対する補修前後の異質性パラメータのそれぞれのデータ集合を Φ_0 、 Φ_1 とする。このとき帰無仮説 H_0 と対立仮説 H_1 は

$$\begin{aligned} H_0 &: \Phi_0 = \Phi_1 \\ H_1 &: \Phi_0 \neq \Phi_1 \end{aligned}$$

と定義される。データ集合 Φ_0 と Φ_1 については補修前後の異質性パラメータのそれぞれの事後分布からランダムサンプリングを実施することで作成する。本研究ではサンプリング数を 1,000 とした。ただし、補修前後の異質性パラメータは MCMC 法において同一のシミュレーション時点で生成された標本ペアを選定しなければならない。取り出した異質性パラメータの標本ペアに対して、 $d_\alpha = \epsilon_1^{k,\alpha} - \epsilon_0^{k,\alpha}$ ($\alpha = 1, \dots, 1000$) を計算する。つぎに、その絶対値 $|d_\alpha|$ に関して 0 を除いた順位 R_α を小さい順につける。ただし、同じ数値は同順位として、それらが占めるべき順位の期待値を割り付ける。 d_α を正の群 D^+ 、負の群 D^- に分けて順位和 ΣD^+ と ΣD^- を計算し、

$$T = \min\{\Sigma D^+, \Sigma D^-\} \quad (37)$$

を得る。標本ペアのサンプリング数が $m > 20$ の場合、順位和 T の期待値と分散から検定統計量 Z 値を算出で

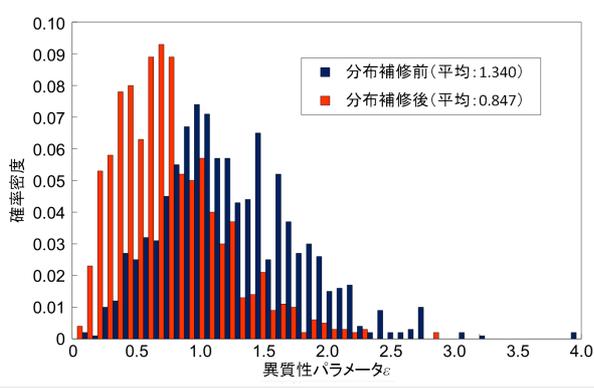


図-13 補修前後の異質性パラメータの分布 (スパン A)

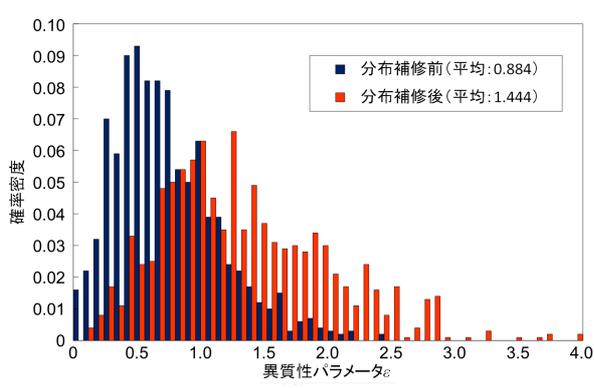


図-14 補修前後の異質性パラメータの分布 (スパン B)

きる。ここで順位和 T の期待値と分散は

$$E(T) = \frac{m(m+1)}{4} \quad (38)$$

$$V(T) = \frac{m(m+1)(2m+1)}{24} \quad (39)$$

で表され、検定統計量 Z 値は

$$Z = \frac{T - E(T)}{\sqrt{V(T)}} \quad (40)$$

と定義できる¹⁸⁾。さらに、

$$H_1: \Phi_0 \neq \Phi_1 \text{ (両側)} \Rightarrow |Z| > Z(a/2)$$

$$H_1: \Phi_0 < \Phi_1 \text{ (右片側)} \Rightarrow Z > Z(a)$$

$$H_1: \Phi_0 > \Phi_1 \text{ (左片側)} \Rightarrow Z < -Z(a)$$

であれば、有意水準 a で H_0 を棄却する。このとき有意水準 $a = 0.05$ で帰無仮説を棄却する $Z(a)$ は 1.96 以上である。

図-11 と図-12 で示したスパン A, B に関して、実際にサンプリングされた異質性パラメータの分布を図-13, 図-14 に示す。検定統計量 Z はそれぞれ -19.57, 20.41 であり、有意水準 $a = 0.05$ で帰無仮説は棄却される。すなわち、補修前後で異質性パラメータの事後分布に差があるといえる。さらに、検定統計量の符号に着目すると、片側検定の結果より、スパン A では補修後に異質性パラメータが減少、スパン B では補修後に異質性

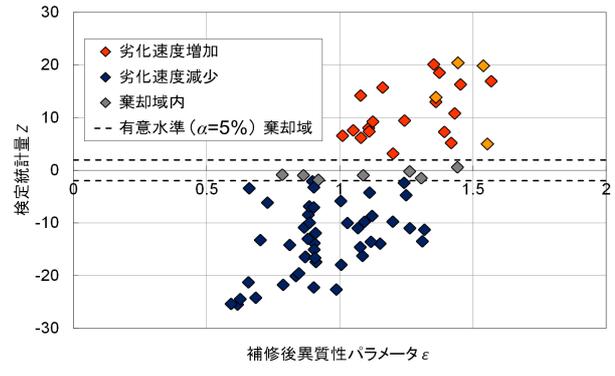


図-15 検定統計量と補修後の異質性パラメータの関係

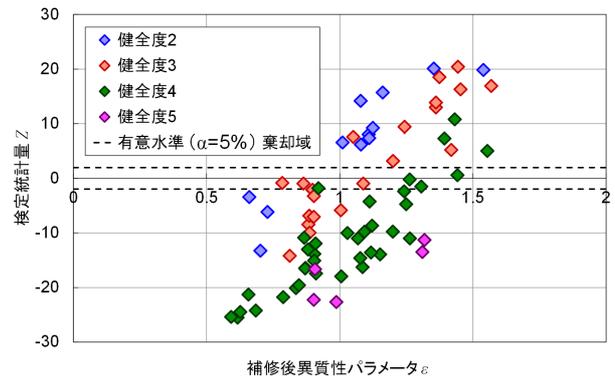


図-16 健全度ごとの異質性パラメータの変化

パラメータが増加したと結論付けることができる。これらの結果と、補修前後で標準ハザード率は変化しないことを考慮すると、スパン A は補修後に劣化速度が低下し、スパン B は劣化速度が増加したと判断できる。このことは両図からも判断することができる。

図-15 には、補修が行われた 75 スパンの補修後の異質性パラメータ値と検定統計量 Z との関係を示す。黒色の点線は有意水準 $a = 0.05$ における検定統計量 $Z(a = 0.05) = 1.96$ を表す。この点線で囲まれた領域に位置する橋梁スパン (灰色) では、補修前後の異質性パラメータに変化が生じていない、すなわち補修効果が有意に表れていないと考えられる。 $Z < -1.96$ の領域に属する橋梁スパン (青色) は、補修後の劣化速度が低下したスパン (良い方向に補修効果が得られた) を意味する。一方で、 $Z > 1.96$ の領域に属する橋梁スパン (赤色) は、補修後の劣化速度が増加したスパン (悪い方向に補修効果が得られた) を意味している。さらに、劣化が進展したスパンの中で、図-10 の 95% タイル曲線の上側に位置するスパンを黄色で示す。また、同図に対して、補修実施時点における健全度との関係を改めて図-16 に整理する。図中の青色は補修実施時点で健全度が 2 であった床版、赤色は健全度 3 であった

床版, 緑色は健全度4であった床版を示している。これより, 健全度2や3のときに補修を実施するよりも, 健全度4で補修を実施した方が補修効果が高いことが読み取れる。この要因としては, 健全度によって異なる補修工法が適用された可能性を指摘できる。健全度2や健全度3で適用される床版の劣化状態は比較的軽微なものであり, 実施される補修も小規模であることが推測される。一方で健全度4で実施される補修は大規模かつ構造的な変化を伴うものが多いと考えられる。本研究で対象とした床版群に対して実施された補修に関するデータベースには補修工法は含まれていなかったために, これらの考察を本研究内で検証することはできない。今後, 新たに実施される補修に関してその工法をデータベースとして蓄積したうえで改めて検証する必要がある。しかしながら, これまで蓄積されてきた目視点検データと補修時期という限られた情報のみを利用して, 劣化速度の変化という視点から補修効果について議論可能な情報を提供している点に本研究の実務的有用性を見出すことができる。

6. おわりに

本研究では社会基盤施設の補修前と補修後の劣化速度の相対比較により, 補修効果を定量的に事後評価するための方法論を提示した。具体的には, 補修前後の劣化速度の変動を異質性パラメータで表現するとともに, 異質性を考慮した劣化予測が可能な混合マルコフ劣化ハザードモデルを目視点検データを用いて階層ベイズ推計するための方法論を示した。さらに補修効果を検定するための手法を示した。最後に実際の橋梁を対象とした目視点検データを用いて, 本研究で提案した方法論の妥当性について実証的に分析した。本研究の実証分析の結果, 個々のスパンにおける補修効果を補修前後の劣化速度(異質性パラメータ)の相違で評価可能であることを示した。さらに, その相違を検定統計量として定量的に評価するとともに, 補修効果の有意性を検定する手法を提示した。データベースの制約上, 本適用事例においては補修工法に関する情報が入手可能ではないために, 補修工法による補修効果について精緻な分析を行うことが不可能であった。しかし, 今後のデータの蓄積により, 各種の補修工法の長寿命化効果に関して有用な知見を蓄積することが可能であると考えられる。

これ以外にも, 本研究で提案した方法論を拡張・発展させるためにいくつかの研究課題を指摘することができる。第1に本研究で提案した方法論は橋梁以外の社会基盤施設に対しても広く適用可能であると考えられるが, 本研究では限られた目視点検データを用いた1つの分

析事例を示したに過ぎない。したがって, 実証分析の結果は当該路線のみに対して有効な知見であることは論をまたないが, 今後は適用範囲を拡大して, 研究成果を蓄積していく必要がある。第2に今回の分析においては, 補修実施の履歴は利用可能であったが, 補修工法や費用に関する情報は利用できなかった。これらの情報を加味することで, ある条件(健全度範囲や環境条件など)の下で補修効果が大きい補修工法や, あるいは補修効果が期待できない補修工法を選択することが可能となる。そのような知見を蓄積することで実務における補修工法選定に対しても有益な情報を提供することが可能になると考える。第3に劣化速度の比例性を仮定できない場合を想定して, 異質性パラメータを健全度ごとに設定することが考えられる。この場合には, 1つの部材に対して, 補修回数と健全度に応じて異質性パラメータを細分化して設定しなければならず, 推計精度の低下が懸念される。階層ベイズ推計の効率性を追求するとともに, 補修効果の検定手法についても検討することが重要となる。

参考文献

- 1) 小林潔司: 土木工学における実践的研究: 課題と方法, 土木技術者実践論文集, No.1, pp.143-155, 2010.
- 2) 津田尚嵐, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
- 3) 小濱健吾, 岡田貢一, 貝戸清之, 小林潔司: 劣化ハザード率評価とベンチマーキング, 土木学会論文集 A, Vol.64, No.4, pp.857-874, 2008.
- 4) 青木一也, 小田宏一, 児玉英二, 貝戸清之, 小林潔司: ロジックモデルを用いた舗装長寿命化のベンチマーキング評価, 土木技術者実践論文集, Vol.1, pp.40-52, 2010.
- 5) 森悠, 藤原栄吾, 貝戸清之, 小林潔司, 橋本拓己: 相対評価モデルを用いた舗装構造の劣化診断, 土木学会論文集 E1, Vol.67, No.2, pp.91-110, 2011.
- 6) 貝戸清之, 起塚亮輔, 伊藤哲男, 橋爪謙治, 出口宗浩: 床版かぶりコンクリートの剥離・剥落発生リスクと最適点検政策, 土木学会論文集 F4, Vol.68, No.1, pp.11-27, 2012.
- 7) 加藤絵万, 川端雄一郎, 岩波光保, 横田弘: 港湾 RC 構造物の確率論に基づく保有性能評価の試行, 土木学会論文集 E2, Vol.67, No.1, pp.150-159, 2011.
- 8) 仁平達也, 渡辺忠明, 滝本和志, 笹谷輝勝, 土屋智史, 原夏生, 谷村幸裕, 岡本大: 損傷履歴を考慮した修復部材の性能評価に関する一考察, 土木学会論文集 E, Vol.65, No.4, pp.490-507, 2009.
- 9) 鬼束俊一, 瀬下雄一, 中川貴之, 堤智明, 岩波光保: 塩害劣化した鉄筋コンクリートに対する補修効果の定量評価に関する研究, 土木学会論文集 E, Vol.62, No.4, pp.832-843, 2006.
- 10) 貝戸清之, 福田泰樹, 起塚亮輔, 橋爪謙治, 出口宗浩, 横山和昭: 遊離石灰法に基づく RC 床版の劣化予測および補修優先順位の決定, 土木学会論文集 F4, Vol.68, No.3, pp.123-140, 2012.
- 11) 伊庭幸人, 種村正美, 大森裕浩, 和合肇, 佐藤整尚, 高橋明彦: 計算統計 II マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺, 岩波書店, 2005.
- 12) 阿部誠, 近藤文代: マーケティングの科学—POS データ

- の解析一, 朝倉書店, 2005.
- 13) 貝戸清之, 小林潔司, 青木一也, 松岡弘大: 混合マルコフ劣化ハザードモデルの階層ベイズ推計, 土木学会論文集 D3, Vol.68, No.4, pp.255-271, 2012.
 - 14) 森村英典, 高橋幸雄: マルコフ解析, 日科技連, 1979.
 - 15) 和合肇: ベイズ計量経済分析, マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用, 東洋経済新報社, 2005.
 - 16) Geweke, J.: Evaluating the Accuracy of Sampling-based Approaches to the Calculation of Posterior Moments, *Bayesian Statistics*, Vol.4, pp.169-193, 1996.
 - 17) Wilcoxon, F.: Individual Comparisons by Ranking Methods, *Biometrics Bulletin*, Vol.1, No.6, pp.80-83, 1945.
 - 18) 岩崎学: 統計的データ解析入門 ノンパラメトリック法, 東京図書, 2006.
 - 19) 西日本高速道路株式会社: 保全点検要領 (構造物編), 2006.

(2012. 10. 30 受付)

POST EVALUATION OF REPAIR EFFECT BY HIERARCHICAL BAYESIAN METHODS

Daijiro MIZUTANI, Kiyoyuki KAITO and Kiyoshi KOBAYASHI

When a deterioration of infrastructures has proceeded, they are repaired in order to recover their states. Regarding infrastructures, enormous records of repair have already accumulated. However, as a matter of fact, there are few research results of the post quantitative evaluation of repair effects. In this paper, targeting RC slabs, the authors (1) carry out the statistical deterioration prediction using visual inspection data, and (2) propose the method of the post evaluation of repair effects based on the deterioration prediction result. The mixed Markov deterioration hazard model and its hierarchical Bayesian estimation are employed as concrete model and estimation method, and the heterogeneity between deterioration processes before and after the repair in each RC slab is evaluated quantitatively. In addition, through the relative evaluation of deterioration rates between before and after repair, the post evaluation of repair effects is conducted. Furthermore, the proposed method is applied to the visual inspection data and the repair data of RC slabs in order to verify its effectiveness empirically.