

# 道路障害物に関する苦情発生分析

小濱健吾<sup>1</sup>・貝戸清之<sup>2</sup>・小林潔司<sup>3</sup>・福田泰樹<sup>4</sup>・板垣勝則<sup>5</sup>

<sup>1</sup>正会員 大阪大学特任研究員 大学院工学研究科 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)  
E-mail: k-obama@civil.eng.osaka-u.ac.jp

<sup>2</sup>正会員 大阪大学准教授 大学院工学研究科 地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)  
E-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp

<sup>3</sup>フェロー会員 京都大学教授 経営管理大学院経営管理講座 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)  
E-mail: kobayashi.kiyoshi.6n@kyoto-u.ac.jp

<sup>4</sup>正会員 西日本高速道路株式会社 三次高速道路事務所 (〒 728-0022 広島県三次市西酒屋 216)  
E-mail: t.fukuda.ac@w-nexco.co.jp

<sup>5</sup>非会員 国道交通省 近畿地方整備局 滋賀国道事務所 (〒 520-0803 大津市竜が丘 4-5)  
E-mail: itagaki-k86ig@kkr.mlit.go.jp

本研究では、路上落下物などの道路障害物の発生に起因する苦情の発生メカニズムをモデル化する。具体的には、道路障害物の発生過程を定常ポアソン過程、および苦情の発生過程を到着率が道路障害物数に依存する非定常ポアソン過程としてモデル化する。その上で、道路障害物の増加が苦情の発生頻度に影響を及ぼすという階層的関係を考慮するために、道路障害物の発生過程を下位モデル、苦情の発生過程を上位モデルとする階層的隠れポアソンモデルを定式化する。さらに、道路巡回業務や苦情に基づく応急業務を通して獲得した道路障害物の観測データを用いて、階層的隠れポアソンモデルを推計するためのベイズ推計手法を提示する。最後に、一般国道を対象とした適用事例を通じて、本研究で提案した方法論の有用性を実証的に検証する。

**Key Words :** hierarchical hidden Poisson model, road obstacle subjects, claims by citizen, MCMC

## 1. はじめに

道路は、国民の日常生活や経済社会を支える根幹的な施設である。道路管理者にとっては、道路を保全し道路交通の安全確保を図ることはもちろん、沿道住民や道路利用者の要望を満足することも、重要な責務である。路上落下物や路面変状・損壊などの道路異常は、道路の安全な供用に支障をきたすだけでなく、道路利用者の道路に対する満足度を低下させることになる。このため、道路管理者は道路の安全確保、利用者の満足度維持（サービス水準の維持）という2つの側面から、道路巡回業務を行う必要がある。

通常、道路巡回業務はパトロール車を利用して定期的実施される。そのため、道路巡回費用は、路上落下物や路面損壊・変状の有無に関わらず、固定的に発生する。一方、道路区間により、単位期間中の路上落下物や路面損壊の発見確率は多様に変動する。道路の巡回頻度を増やすほど、道路の安全性や交通流の確保に支障をきたす事象（以下、道路障害物）の発生に迅速に対応することができ、道路障害物を長時間路上に放置するリスクは小さくなる。また、通常の道路巡回業務とは別に沿道住民や道路利用者からの通報（以下、苦情）があった場合、応急的に道路障害物を除去するための処理を行う（以下、応急業務）。しかし、応急業

務の件数が多いと、沿道住民や道路利用者の当該道路に対する満足度の低下につながる。道路の巡回頻度を増やすことにより、応急業務の発生頻度や苦情件数を小さくすることが可能である。一方、高頻度の道路巡回は巡回費用の増加を招く。このように、道路障害物および苦情の発生と、道路の巡回費用の間にはトレードオフの関係があり、管理者は道路障害物発生リスクの管理目標を設定した上で、定期的な道路巡回費用と応急業務費用で構成される総費用を可能な限り削減する巡回方策を検討する必要がある。

本研究では、道路障害物と苦情の発生過程を、各事象がランダムに発生するような数え上げ過程としてモデル化する。道路障害物の発生頻度が高くなれば、苦情の発生頻度が増加する可能性がある。したがって、苦情の発生過程を分析するためには、道路障害物の発生モデルを内蔵するような苦情発生モデルを定式化する必要がある。そこで、本研究では道路障害物の発生過程を定常ポアソン過程、および苦情の発生過程を到着率が道路障害物数に依存する非定常ポアソン過程としてモデル化する。その上で、道路障害物の増加が苦情の発生頻度に影響を及ぼすという階層的関係を考慮するために、道路障害物の発生過程を下位モデル、苦情の発生過程を上位モデルとする階層的隠れポアソンモデルを定式化する。階層的隠れポアソンモデルを実デー

タに基づいて推計する場合、苦情に関しては、苦情が管理者に寄せられた時刻(発生時点)のみが、定期的な道路巡回業務においては、発生数が記録されるのみであり、これらのデータからは、道路障害物の発生時点に関する正確な情報が入手できないという問題がある。このため、道路障害物の発生に関する部分的情報を用いて、階層的隠れポアソンモデルを推計する方法論を開発することが必要となる。

以上の問題意識のもとで、本研究では、道路障害物に起因する苦情の発生メカニズムを階層的隠れポアソンモデルとして定式化する。さらに、MCMC (Markov Chain Monte Carlo) 法を用いて階層的隠れポアソンモデルを推計する方法論を提示する。以下、**2.**で本研究の考え方を説明する。**3.**では、階層的隠れポアソンモデルを定式化し、**4.**でMCMC法を用いた推計手法を提案する。最後に、**5.**で実際の国道を対象とした適用事例を通して本研究の有効性を実証的に検証する。

## 2. 本研究の基本的な考え方

### (1) 従来の研究概要

社会基盤施設のアセットマネジメントにおいては、マルコフ劣化ハザードモデル<sup>1)</sup>の開発により劣化予測技術が飛躍的に進展した。その後、マルコフ劣化ハザードモデルを拡張する形で継続的な高度化が行われた。たとえば、小林等<sup>2)</sup>は、健全度の測定値に観測誤差が存在する場合を対象として、マルコフ推移確率を推計するための隠れマルコフ劣化ハザードモデルを提案している。さらに、林等<sup>3)</sup>は複数の劣化過程がそれぞれ独立にマルコフ過程に従い、その中でもっとも劣化が進展した劣化事象が代表的な事象として選択されるメカニズムを競合的劣化ハザードモデルを用いて表現した。また、小林等<sup>4)</sup>は道路舗装の路面の健全度の劣化過程と、舗装全体の耐荷力の低下過程のように複合的劣化過程を階層的隠れマルコフ劣化ハザードモデルを用いて定式化した。これらのような複雑な混合確率モデルの推計は、最尤法では現実的に困難な場合が多かったが、近年のMCMC法<sup>5),6)</sup>に基づくベイズ推計<sup>7),8)</sup>の発展により推計が可能となった経緯がある。

道路障害物の発生過程に関しては、各事象がランダムに発生するような数え上げ過程、基本的にはポアソン過程としてモデル化できる。しかし、伝統的なポアソン過程は、事象の到着率が確定的であることに加え、ある期間中における事象の平均発生件数と、その分散が同一になるという特性を有する。現実の道路障害物の発生過程が、このような特性を有している保証はなく、より柔軟なモデル化が必要となる。貝戸等<sup>9)</sup>は道路障害物の発生過程を、到着率の異質性を考慮した混合

ポアソン過程<sup>10)</sup>としてモデル化した。具体的には道路障害物の到着率をポアソンモデルで表現するとともに、その異質性をガンマ分布で表現したポアソンガンマ発生モデルを用いて道路障害物の発生リスクを表現した。本研究では道路障害物に起因する苦情発生メカニズムを対象とする。道路障害物の発生頻度が多くなるほど、苦情発生頻度も多くなる。このように道路障害物の発生過程と苦情の発生過程の間には相互関係が存在する。本研究では、苦情の到着率の時間的異質性を考慮するために、道路障害物の発生過程をポアソンモデルとして明示的にモデル化するとともに、道路障害物の発生モデルを内蔵したような苦情発生モデルを階層的隠れポアソンモデルとして定式化する。苦情の発生は道路利用者からの通報という形で発生状況を観測できるが、道路障害物の発生状況は日常的な道路巡回業務を通してのみ観測できる。さらに、苦情が発生した時点において、道路上に存在する道路障害物の総数に関する情報は獲得できない。本研究では、このような観測頻度の異なる道路障害物データと苦情データを用いて、階層的隠れポアソンモデルを推計する方法を提案する。著者等の知る限り、階層的隠れポアソンモデルを用いた道路障害物の発生過程や苦情発生過程を分析した研究事例は見当たらない。

### (2) 苦情とリスク管理

本研究では、ポットホール、路上落下物等、定期的な道路巡回作業により除去されるような道路障害物を対象とする。道路障害物の内容は多様であるが、その内容によっては、道路障害物の放置が交通事故等の発生につながる危険性がある。道路巡回により障害物は除去されるが、その後発生した障害物は次回の道路巡回が実施されるまで、路上に放置されることになる。道路利用者や沿道住民による苦情は、道路障害物の発生に関する情報をもたらす。苦情の対象となる障害物の放置は、交通事故の発生につながる可能性や利用者、沿道住民に不効用をもたらすために、一度苦情が発生すれば応急業務により道路障害物が除去される。**1.**で言及したように、道路巡回の頻度を多くすれば巡回費用は増加するが、苦情の発生件数は減少する。逆に、道路巡回頻度を少なくすれば、巡回費用を低減させることはできるが、応急業務件数が増加するために、応急業務費用の増加を招くことになる。したがって、効率性の観点にたてば、定期的な道路巡回費用と応急業務費用の総和で定義される総費用を最小にするような最適巡回頻度を定義することができる。苦情は道路障害物の発生に関する貴重な情報源の1つではあるが、苦情事象の発生は道路の利用状況や沿道環境に依存している。このために、各道路管理単位ごとに費用最小化

の観点から求めた道路巡回政策が、道路障害物の発生リスクの観点から、望ましいリスク管理水準を達成するとは限らない。リスク管理水準の観点からは、管理対象とする路線全体に対して包括的な視点に基づいて道路障害物のリスク管理水準を決定することが望ましい。すなわち、道路障害物の発生を効果的に管理するためには、費用効率性とリスク管理水準の双方を同時に考慮しながら、費用抑制と道路利用者の満足度向上を同時に達成可能な道路巡回業務のあり方を考えていくことが重要である。本研究では、道路巡回業務の効率化と適正化に資するような最適巡回政策を検討するための方法論を開発することを最終目的としているが、本稿ではその第1段階として、道路障害物の発生とそれに伴う苦情の発生過程を階層的隠れポアソンモデルを用いて表現することを目的としている。本研究で提案する方法論を用いて、道路障害物や苦情の発生過程をポアソン過程として推計できれば、道路障害物の発生過程を内蔵した苦情の発生過程をマルコフ連鎖モデルを用いて表現することが可能となり、マルコフ連鎖モデルを用いたリスクマネジメントの評価指標の定式化や、道路障害物や苦情の発生確率に基づいた道路巡回業務や応急業務に関わる期待費用を算定することが可能となる。これにより、所与のリスク管理水準の下で期待費用を最小とするような望ましい道路巡回政策を求める方法論を構築することができる。なお、マルコフ連鎖モデルを用いたリスクマネジメント手法および、最適巡回政策を検討するための方法論に関する議論は、本研究の域を越えており、別の論文で議論したいと考える。

### (3) モデルの基本構成

道路障害物の発生頻度が大きくなれば、道路障害物に対する苦情件数は増加する。定期的な道路巡回により道路障害物が見落としなく完全に除去され、その発生個数が記録される。しかし、苦情が発生すれば、非定期的な応急業務により道路障害物は除去される。このため、道路巡回ごとに観測される道路障害物数の時系列データと苦情の発生件数の時系列データの間には相互作用が存在している。さらに、これら2つの時系列データは、道路巡回あるいは応急業務を実施した時点においてのみ観測されるために、いずれの時系列データを用いても、道路障害物が発生した時点に関する情報は入手できない。定期的な道路巡回情報により、前回の道路巡回時点以降に発生し、かつ応急業務により除去されずに路上に放置された道路障害物の総数に関する情報を獲得することができる。応急業務が実施されたという事実より、1) 除去された道路障害物は、前回の道路巡回の実施時点から苦情の発生時点までに生

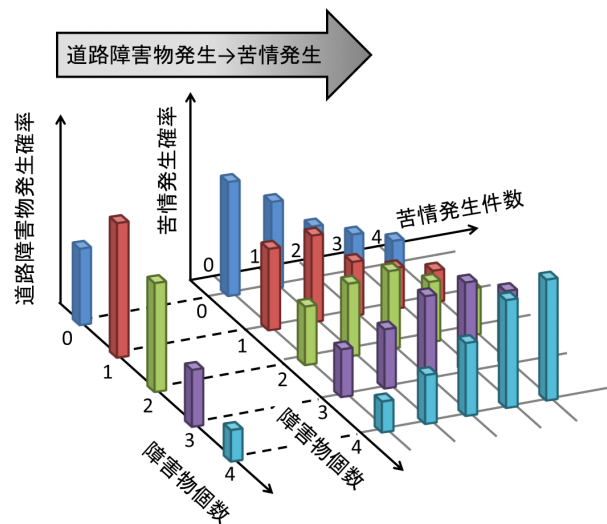


図-1 苦情の発生メカニズム

起し、2) 当該障害物の発生確率は、苦情の発生時刻に近くづくほど大きい、ことが判明する。このように定期的な道路巡回と苦情に対する応急業務を通じて、道路障害物の発生に関する部分的な情報を獲得することができる。

本研究では図-1に示すように、道路障害物の発生がポアソン過程に従って到着すると考える。一方で、苦情事象は、その到着率（単位時間あたりの苦情の平均発生率）が路上に放置された道路障害物数に依存するような状況依存的ポアソン過程に従って到着する。道路巡回や応急業務によって道路障害物が除去されない限り、新たに発生した道路障害物は路上に放置・蓄積される。路上に放置される道路障害物数が時間とともに変動するために、苦情の発生過程は苦情の到着率が時間とともに変動する非定常ポアソン過程に従うことになる。以上の問題意識の下に、本研究では道路障害物の発生過程をポアソン過程としてモデル化するとともに、苦情の発生過程を苦情事象の到着率が道路障害物数に依存して変動するような非定常ポアソン過程としてモデル化する。しかし、道路上の道路障害物数に関する情報は、定期的な道路巡回時点においてのみ観測される。各時点における道路障害物数を直接観測できないために、各期における苦情の到着率を確定的に把握することは不可能である。そこで、道路障害物のポアソン過程モデルを用いて推計した各時点における道路障害物数の確率分布を用いて、苦情到着率の期待値を求めるような混合ポアソン過程を定式化する。すなわち、本研究で提案する道路障害物到着・苦情発生モデルは、道路障害物の発生過程を下位モデル、苦情の発生過程を上位モデルとする階層的構造を持ち、これら2つのサブモデルを連結する役割を果たす道路障害物数が直

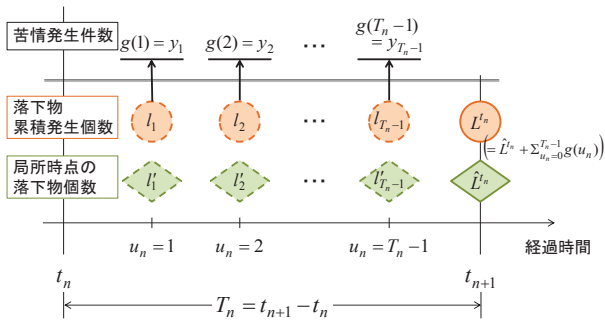


図-2 局所時点の設定

接観察できないような状態変数で表せる階層的隠れポアソンモデルとして定式化される。

### 3. モデルの定式化

#### (1) モデル化の前提条件

階層的隠れポアソンモデルを定式化するために、図-2に示すような時間軸を導入する。道路管理者がカレンダー時刻  $s_0$  に道路巡回を実施し、道路障害物を取り除く。さらに、それ以降の時刻にわたって道路巡回を定期的に行い、道路障害物を管理する問題を考える。対象とする道路は複数の単位区間により構成される。ここでは記述を簡略化するために、当面の間、ある単位区間にのみ着目して議論を進める。

いま、カレンダー時刻  $s_0$  を初期時点  $t = 0$  とする離散時間軸  $t = 0, 1, 2, \dots, \infty$  を導入する。離散時間軸上の点を時点とよび、カレンダー時刻と区別する。離散時間軸上の期間長を1に基準化する。対象とする道路において、離散時間軸上で道路巡回業務が実施される時点  $t = 0, t_1, \dots, t_n, \dots$  と表記する。さらに、道路巡回時点  $t_n$  において、道路障害物が見落としなく完全に取り除かれる。連続する2つの巡回時点間の期間を  $\tau_n = [t_n, t_{n+1})$  と呼び、期間長を  $T_n = t_{n+1} - t_n$  と表す。さらに、期間  $\tau_n$  における道路障害物の累積発生個数を  $L_n$  とする。期間  $\tau_n$  内における苦情発生過程を分析するために、道路巡回実施時点  $t_n$  を始点  $u_n = 0$  とする局所離散時間軸  $u_n = 0, 1, \dots, T_n$  を考える。ただし、局所離散時間軸上の局所時点  $u_n$  は離散時間軸上の時点  $t_n + u_n$  と対応し、 $t_{n+1} = t_n + T_n$  が成立する。局所時点  $u_n$  における局所時点  $u_n = 0$  からの道路障害物の累積発生個数を表す状態変数を  $l_{u_n} (u_n = 0, \dots, T_n)$  とする。さらに、期間  $\tau_n$  を構成する局所期間  $l_{u_n} = [u_n, u_n + 1) (u_n = 0, 1, \dots, T_n - 1)$  を考える。局所期間  $l_{u_n}$  における苦情の発生件数を表す状態変数を  $g(u_n) = y_{u_n} (y_{u_n} = 0, 1, \dots)$  と表記する。苦情が発生しない場合、 $g(u_n) = 0$  が成立する。局所期間  $l_{u_n}$  に苦情

が発生すると、直ちに苦情の対象となった道路障害物を取り除かれる。時点  $t_{n+1} = t_n + T_n$  における道路巡回業務により、対象とする道路に存在する道路障害物の個数  $\hat{L}_{n+1} (\hat{L}_{n+1} = 0, 1, \dots)$  が判明し、同時に道路障害物が完全に取り除かれる。期間  $\tau_n$  中に苦情により除去される障害物が存在するため、時点  $t_{n+1} = t_n + T_n$  の道路巡回業務で発見される障害物数  $\hat{L}_{n+1}$  と、期間  $\tau_n$  中に発生する障害物総数  $L_n$  の間には、 $\hat{L}_{n+1} \leq L_n$  が成立する。この時、期間  $[t_n, t_{n+1})$  内の局所時点  $u_n = 0, \dots, T_n - 1$  の中で、苦情が発生しなかった局所時点以外の時点における道路障害物に関する情報は獲得できないが、道路障害物に関して、

$$l_{u_0} = 0 \leq \dots \leq l_{u_n} \leq l_{u_{n+1}} \leq \dots \leq l_{T_n-1} \leq L_n \quad (1a)$$

$$L_n = \hat{L}_{n+1} + \sum_{u_n=0}^{T_n-1} g(u_n) \quad (1b)$$

が成立する。式(1a)は、期間  $\tau_n$  における道路障害物の累積発生個数は局所時点  $u_n$  の進行に対して単調非減少であり、式(1b)は、期間  $\tau_n$  における道路障害物の累積発生個数は、時点  $t_{n+1}$  における道路巡回業務で確認された道路障害物の個数と期間  $\tau_n$  において苦情により取り除かれた道路障害物の個数の和であることを示す。

#### (2) 道路障害物の到着過程

道路障害物が対象とする単位区間にポアソン過程に従って到着すると考える。表記の簡単化のために、当面の間のみ、苦情が発生しても道路障害物を取り除かれずと仮定する。さらに、期間  $\tau_n = [t_n, t_{n+1})$  中における単位道路区間の使用環境を表す特性ベクトルを  $\mathbf{x}_n = (x_n^1, \dots, x_n^Q)$  と表す。 $Q$  は特性ベクトルの数を表す。到着率  $\lambda_n$  が特性ベクトル  $\mathbf{x}_n$  に依存すると考え、

$$\lambda_n = \mathbf{x}_n \boldsymbol{\beta} \quad (2)$$

と表記する。ただし、 $\boldsymbol{\beta} = (\beta^1, \dots, \beta^Q)'$  は未知パラメータベクトルである。記号  $\prime$  は転置操作を表す。図-2に示したように、期間  $\tau_n$  における道路巡回問題に着目する。道路巡回間隔は  $T_n = t_{n+1} - t_n$  である。時点  $t_n$  において道路巡回がなされたときに、道路障害物が存在している場合、直ちに道路障害物が見落としなく完全に撤去される。したがって、時点  $t_n$  において道路障害物は0となる。すなわち、時点  $t_{n+1}$  に道路巡回を実施した時に、単位道路区間に  $\hat{L}_{n+1}$  個の累積道路障害物が発見される確率は、苦情による撤去を考えない場合、ポアソン分布

$$p(\hat{L}_{n+1}, T_n | \lambda_n) = \exp(-\lambda_n T_n) \frac{(\lambda_n T_n)^{\hat{L}_{n+1}}}{\hat{L}_{n+1}!} \quad (3)$$

と表すことができる。

### (3) 階層的隠れポアソン過程

時点  $t_n (n = 1, 2, \dots)$  において実施される道路巡回業務, および  $\tau_n$  に発生する苦情とそれに対する対応状況に関する情報により, 期間  $\tau_n$  中に発生する道路障害物の累積発生個数  $L_n$ , および時点  $t_{n+1}$  において苦情によって取り除かれずに放置されている道路障害物の個数  $\hat{L}_{n+1}$  に関する情報を獲得することができる. しかし, 局所時点  $u_n (u_n = 1, \dots, T_n - 1)$  においては, 道路障害物の個数に関する情報を獲得できない. ここで, 局所期間  $l_{u_n} = [u_n, u_n + 1) (u_n = 0, 1, \dots, T_n - 1)$  に着目する. 局所期間  $l_{u_n}$  の期首に, 当該期における道路障害物が到着すると考え, 局所時点  $u_n$  において路上に放置されている道路障害物の個数を  $\hat{l}_{u_n}$  と表す. 路上に放置された障害物個数  $\hat{l}_{u_n}$  は, 観測者に観察できない確率変数であるが, ひとまず道路障害物の個数  $\hat{l}_{u_n}$  が既知であると仮定する.

いま, 2つの連続する巡回業務実施時点  $t_n, t_{n+1}$  を用いて定義される期間  $\tau_n$  に着目する. さらに, 期間  $\tau_n$  を構成する局所期間  $l_{u_n} (u_n = 0, \dots, T_n - 1)$  において苦情が発生し, 取り除かれた道路障害物の個数  $g(u_n) = y_{u_n}$  も観測されている. 一方, 局所時点  $u_n (u_n = 1, \dots, T_n - 1)$  において存在する道路障害物の個数に関する情報は獲得できないが, 時点  $t_n, t_{n+1}$  において巡回業務が実施されることにより, 式(1a),(1b)が成立することは保証される. ここで, 局所期間  $l_{u_n} = [u_n, u_n + 1) (u_n = 0, 1, \dots, T_n - 1)$  において苦情が到着率  $\mu(\hat{l}_{u_n}, \mathbf{z}_{u_n}) > 0$

$$\mu(\hat{l}_{u_n}, \mathbf{z}_{u_n}) = \bar{\mathbf{z}}_{u_n} \boldsymbol{\alpha} \quad (4)$$

で表されるポアソン過程に従って生起すると考える. ただし,  $\bar{\mathbf{z}}_{u_n} = (\hat{l}_{u_n}, \mathbf{z}_{u_n})$  であり,  $\mathbf{z}_{u_n} = (z_{u_n}^1, \dots, z_{u_n}^P)$  は, 局所時点  $u_n$  で観測される説明変数ベクトルである.  $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha^0, \alpha^1, \dots, \alpha^P)'$  と表記する.  $P$  は説明変数の数を表す.  $\alpha^0$  は説明変数  $\hat{l}_{u_n}$  に対する係数パラメータである.  $\mu(\hat{l}_{u_n}, \mathbf{z}_{u_n})$  は, 局所期間  $[u_n, u_n + 1)$  に対して定義されている. この時, 苦情が時点  $t$  において平均  $\mu(\hat{l}_{u_n}, \mathbf{z}_{u_n})$  のポアソン過程に従って到着すると考える. 局所期間  $l_{u_n}$  の期間長が 1 に基準化されていることにより, 局所期間  $l_{u_n}$  中に  $y_{u_n}$  個の苦情が発生する条件付き確率  $\pi(y_{u_n} | \hat{l}_{u_n}, \mathbf{z}_{u_n})$  は,

$$\begin{aligned} & \pi(y_{u_n} | \hat{l}_{u_n}, \mathbf{z}_{u_n}) \\ &= \exp \left\{ -\mu(\hat{l}_{u_n}, \mathbf{z}_{u_n}) \right\} \frac{\{\mu(\hat{l}_{u_n}, \mathbf{z}_{u_n})\}^{y_{u_n}}}{y_{u_n}!} \end{aligned} \quad (5)$$

と表すことができる. ただし,  $0! = 1$  である.  $\hat{l}_{u_n} = 0$  の時は苦情が発生しないため,  $\pi(y_{u_n} | 0, \mathbf{z}_{u_n})$  は定義されないが, 便宜上,  $\pi(y_{u_n} | 0, \mathbf{z}_{u_n}) = 0$  とする. また, 同一障害物に対する複数の苦情は, 単一の苦情とみなすこ

ととする. ここで,

$$\hat{\pi}(y_{u_n} | \hat{l}_{u_n}, \mathbf{z}_{u_n}) = \frac{\pi(y_{u_n} | \hat{l}_{u_n}, \mathbf{z}_{u_n})}{\sum_{y_{u_n}=0}^{\hat{l}_{u_n}} \pi(y_{u_n} | \hat{l}_{u_n}, \mathbf{z}_{u_n})}$$

を定義すれば, 式(5)に関して

$$\sum_{y_{u_n}=0}^{\hat{l}_{u_n}} \hat{\pi}(y_{u_n} | \hat{l}_{u_n}, \mathbf{z}_{u_n}) = 1 \quad (\hat{l}_{u_n} = 1, 2, \dots) \quad (6)$$

が成立する. ここで, 巡回業務終了時点  $t_n$  において道路障害物の個数が 0 であり, 局所時点  $u_n (u_n = 0, \dots, T_n - 1)$  における観測値ベクトル  $\bar{\boldsymbol{\xi}}_n = \{\bar{\mathbf{y}}_n, \bar{\mathbf{x}}_n, \bar{\mathbf{z}}_n, \hat{L}_{n+1}\}$  が観測される条件付き確率(尤度)  $\mathcal{L}(\bar{\boldsymbol{\xi}}_n, \boldsymbol{\theta})$  を定義する. ただし, 記号「 $\bar{\quad}$ 」は観測値であることを意味し,  $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$  は未知パラメータベクトルを意味する.

尤度  $\mathcal{L}(\bar{\boldsymbol{\xi}}_n, \boldsymbol{\theta})$  を, 時点  $t_n$  に巡回業務を実施して道路障害物を取り除いたという条件の下で, 1) 局所期間  $l_{u_n} (u_n = 0, \dots, T_n - 1)$  において苦情件数の観測値ベクトル  $\bar{\mathbf{y}}_n$  が測定され, 2) 時点  $t_{n+1}$  に道路障害物の個数  $\hat{L}_{n+1}$  が観測される条件付き確率(尤度)の積として定義する. すなわち, 尤度  $\mathcal{L}(\bar{\boldsymbol{\xi}}_n, \boldsymbol{\theta})$  は,

$$\mathcal{L}(\bar{\boldsymbol{\xi}}_n, \boldsymbol{\theta}) = \prod_{u_n=0}^{T_n-1} \pi(\bar{\mathbf{y}}_{u_n} | \hat{l}_{u_n}, \bar{\mathbf{z}}_{u_n}) p(l_{u_{n+1}} - l_{u_n}, \bar{\mathbf{z}}_{u_n} | \lambda_{u_n}) \quad (7a)$$

$$\begin{cases} 0 = l_{u_0} \leq \dots \leq l_{u_n} \leq \dots \leq l_{T_n} = \bar{L}_n \\ l_{u_n} = \hat{l}_{u_n} + \sum_{i=0}^{u_n} \bar{y}_i \\ \bar{L}_n = \hat{L}_{n+1} + \sum_{i=0}^{T_n-1} \bar{y}_i \end{cases} \quad (7b)$$

と定義できる. 上式で定義した尤度を用いることにより, **2. (3)** で示したような, 1) 除去された道路障害物は, 前回の道路巡回の実施時点から苦情の発生時点までに生起し, 2) 当該の障害物の発生確率は, 苦情の発生時刻に近くづくほど大きい, という苦情発生過程の特性を表現することが可能となる.

## 4. 推計方法

### (1) データセット

道路管理者が  $K$  個の道路区間で構成される路線全体を管理する問題を考える. 各道路区間  $k (k = 1, \dots, K)$  に対して, 直近の道路巡回業務実施時点  $s_0$  を始点とする離散時間軸  $t = 0, 1, \dots$  を考え, 時点  $t_n (n = 1, \dots, N)$  において道路巡回が実施され, 道路障害物の個数  $\hat{L}_n^k$ , および, 道路区間の使用環境を表す特性ベクトル  $\bar{\mathbf{x}}_n^k = (\bar{x}_0^k, \dots, \bar{x}_{T_n-1}^k)$  を観測したと考える.  $N$  は道路巡回の実施回数を表す. さらに, 各期間  $\tau_n = [t_n, t_{n+1}) (n = 0, \dots, N - 1)$  に対して, 各局所期間  $l_n = [u_n, u_n + 1) (u_n = 0, \dots, T_n - 1)$  における苦情の発生件数ベクトル  $\bar{\mathbf{y}}_n^k = (\bar{y}_0^k, \dots, \bar{y}_{T_n-1}^k)$ , 苦情の発生に影響をおよぼす説明変数ベクトル  $\bar{\mathbf{z}}_n^k = (\bar{z}_0^k, \dots, \bar{z}_{T_n-1}^k)$  が観測されたと考える. この時, 道路区間  $k$  の期間  $\tau_n$  のそれ

ぞれに対してデータ  $\bar{\xi}_n^k = \{\bar{x}_n^k, \bar{y}_n^k, \bar{z}_n^k, \hat{L}_{n+1}^k\}$  を定義する。さらに、データセット全体を集合  $\bar{\Xi} = \{\bar{\xi}_n^k : n = 0, \dots, N, k = 1, \dots, K\}$  と定義する。データ  $\bar{\xi}_n^k$  が観測される尤度  $\mathcal{L}(\bar{\xi}_n^k, \theta)$  は、式(7a),(7b)を用いて定義される。したがって、データセット全体  $\bar{\Xi}$  が観測される確率(尤度)は

$$\mathcal{L}(\bar{\Xi}, \theta) = \prod_{k=1}^K \prod_{n=0}^N \mathcal{L}(\bar{\xi}_n^k, \theta) \quad (8)$$

と定式化される。したがって、階層的隠れポアソンモデルの推計問題は、尤度関数(8)を最大にするようなパラメータベクトル  $\hat{\theta}$  を求める問題に帰着する。

階層的隠れポアソンモデルの尤度関数(7a),(7b)は、パラメータに関して高次の非線形多項式であり、1階の最適化条件が(複素数解を含めて)非常に多くの解を有している<sup>11)</sup>。苦情の発生確率  $\pi^k(\bar{y}_{u_n}^k | \hat{l}_{u_n}^k, \bar{z}_{u_n}^k)$ 、道路障害物の発生確率  $p^k(\hat{l}_{u_{n+1}}^k - \hat{l}_{u_n}^k, \bar{z}_{u_n}^k | \lambda_{u_n}^k)$  の推計値は実数解でなければならない。さらに、これらの確率の推計値として、数ある実数解の中から0と1の間にある解を選択しなければならない。最尤法の代わりにベイズ推計法を用いれば、高次の非線形多項式を解く問題を回避できる。しかし、尤度関数(7a),(7b)が、極めて多くの項を含んでおり、計算量が膨大になってしまう欠点がある<sup>12)-15)</sup>。このような最尤法の難点を克服するために、尤度関数の完備化操作が必要となる。

## (2) 完備化操作

再びある道路区間  $k$  に着目する。さらに、道路巡回業務が時点  $t_n, t_{n+1}$  において実施され、道路障害物の累積発生個数  $L_n^k$ 、道路障害物の発見個数  $\hat{L}_n^k$ 、苦情の発生件数  $\bar{y}_{u_n}^k$  ( $u_n = 0, \dots, T_n - 1$ ) が測定されたと考える。さらに、階層的隠れポアソンモデルを推計するために、期間  $[t_n, t_{n+1})$  中における道路障害物の累積発生個数  $l_{u_n}^k$  ( $u_n = 1, \dots, T_n - 1$ ) の推移パターンを潜在変数ベクトル  $\mathbf{m}_n^k = (m_1^k, \dots, m_{T_n-1}^k)$ 、道路障害物の個数の推移パターンを潜在変数ベクトル  $\mathbf{r}_n^k = (r_1^k, \dots, r_{T_n-1}^k)$  を用いて表す。真の推移パターンベクトル  $\mathbf{m}_n^k, \mathbf{r}_n^k$  は本来測定不可能である。しかし、議論の便宜上、ひとまず潜在変数の値が  $\tilde{\mathbf{m}}_n^k = (\tilde{m}_1^k, \dots, \tilde{m}_{T_n-1}^k)$ 、 $\tilde{\mathbf{r}}_n^k = (\tilde{r}_1^k, \dots, \tilde{r}_{T_n-1}^k)$  に確定したと仮定する。さらに、潜在変数  $\mathbf{m}_n^k, \mathbf{r}_n^k$  の仮想的実現値  $\tilde{\mathbf{m}}_n^k, \tilde{\mathbf{r}}_n^k$  に対して、ダミー変数

$$\delta_{s_{u_n}}^k = \begin{cases} 1 & \tilde{m}_{u_n}^k = s_{u_n}^k \\ 0 & \tilde{m}_{u_n}^k \neq s_{u_n}^k \end{cases} \quad (9)$$

$$\delta_{\hat{s}_{u_n}}^k = \begin{cases} 1 & \tilde{r}_{u_n}^k = \hat{s}_{u_n}^k \\ 0 & \tilde{r}_{u_n}^k \neq \hat{s}_{u_n}^k \end{cases} \quad (10)$$

$$(\delta_{s_{u_n}}^k = 0, \dots, \hat{L}_n^k; u_n = 1, \dots, T_n - 1)$$

を導入する。潜在変数の仮想的実現値ベクトル  $\tilde{\mathbf{m}}_n^k, \tilde{\mathbf{r}}_n^k$  を与件とすれば、尤度関数(7b)を

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\tilde{\mathbf{m}}_n^k, \tilde{\mathbf{r}}_n^k, \bar{\xi}_n^k, \theta) &= \prod_{u_n=0}^{T_n-1} \prod_{s_{u_n}^k=0}^{\bar{L}_n^k} \prod_{\hat{s}_{u_n}^k=0}^{\hat{L}_n^k} \pi^k(\bar{y}_{u_n}^k | s_{u_n}^k, \bar{z}_{u_n}^k)^{\delta_{s_{u_n}}^k} \\ &\quad p^k(s_{u_{n+1}}^k - s_{u_n}^k | \lambda_{u_n}^k)^{\delta_{s_{u_n}}^k \delta_{s_{u_{n+1}}^k}} \\ &= \prod_{u_n=0}^{T_n-1} \pi^k(\bar{y}_{u_n}^k | \tilde{r}_{u_n}^k, \bar{z}_{u_n}^k) p^k(\tilde{m}_{u_{n+1}}^k - \tilde{m}_{u_n}^k | \lambda_{u_n}^k) \end{aligned} \quad (11)$$

と書き換えることができる<sup>14)</sup>。ただし、 $\tilde{m}_{T_n}^k = \bar{L}_n^k$  が成立する。以上の操作を完備化(completion)という。完備化された尤度関数(11)(以下、完備化尤度関数と呼ぶ)は、通常の尤度関数(7a)(7b)より大幅に簡略化されていることが理解できる。ただし、完備化尤度関数の中に含まれる潜在変数ベクトル  $\tilde{\mathbf{m}}_n^k, \tilde{\mathbf{r}}_n^k$  は、測定できない変数である。そこで完備化尤度関数を用いて、潜在変数の確率分布を推計することを考える。

ここで、道路障害物の累積発生個数の推移パターンベクトル  $\mathbf{m}_n^k$  は、(苦情によって取り除かれずに放置され続けた)道路障害物の推移パターンベクトル  $\mathbf{r}_n^k = (r_1^k, \dots, r_{T_n-1}^k)$  と苦情によって取り除かれた道路障害物の累積発生個数の推移パターンベクトル  $\bar{\mathbf{Y}}_n^k = (\bar{Y}_1^k, \dots, \bar{Y}_{T_n-1}^k)$  を用いて

$$\mathbf{m}_n^k = \mathbf{r}_n^k + \bar{\mathbf{Y}}_n^k \quad (12)$$

と表されることに着目する。ただし、 $\bar{Y}_{u_n}^k$  は、苦情によって取り除かれた道路障害物個数  $\bar{y}_{u_n}^k$  を用いて、 $\bar{Y}_{u_n}^k = \sum_{i=0}^{u_n} \bar{y}_i^k$  と表される。ベクトル  $\bar{\mathbf{Y}}_n^k$  は観測可能であるすなわち、 $\tilde{\mathbf{m}}_n^k$  の確率分布を推計することにより、完備化尤度関数の中に含まれる潜在変数  $\tilde{\mathbf{r}}_n^k$  の確率分布を同時に推計することができる。ここで、 $m_{u_n}^k$  ( $u_n = 0, \dots, T_n - 1$ ) の間に

$$m_0^k = 0 \leq \tilde{m}_1^k \leq \dots \leq \tilde{m}_{u_n}^k \leq \dots \leq \bar{L}_n^k \quad (13a)$$

$$\tilde{m}_{u_n}^k \leq \bar{Y}_{u_n}^k \quad (u_n = 1, \dots, T_n - 1) \quad (13b)$$

が成立することに着目する。ここで、 $\tilde{\mathbf{m}}_{-u_n}^k = (\tilde{m}_1^k, \dots, \tilde{m}_{u_n-1}^k, \tilde{m}_{u_n+1}^k, \dots, \tilde{m}_{T_n-1}^k)$  とすれば、 $m_{u_n}^k = m^k$  ( $m^k \in \{\tilde{m}_{u_n-1}^k, \dots, \tilde{m}_{u_n+1}^k\}$ ) の全条件付事後確率は、ベイズの法則により

$$\begin{aligned} \text{Prob}\{m_{u_n}^k = m^k | \tilde{\mathbf{m}}_{-u_n}^k, \bar{\xi}_n^k, \theta\} &= \frac{\bar{\mathcal{L}}(\mathbf{m}_{-u_n}^k, m^k, \bar{\xi}_n^k, \theta)}{\sum_{m_0=\tilde{m}_{u_n-1}^k}^{\tilde{m}_{u_n+1}^k} \bar{\mathcal{L}}(\mathbf{m}_{-u_n}^k, m^k, \bar{\xi}_n^k, \theta)} \end{aligned} \quad (14a)$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathcal{L}}(\mathbf{m}_{-u_n}^k, m^k, \bar{\xi}_n^k, \theta) &= \pi^k(\bar{y}_{u_n}^k | m^k - \bar{Y}_{u_n}^k, \bar{z}_{u_n}^k) \\ &\quad p^k(m^k - \tilde{m}_{u_n-1}^k | \lambda_{u_n-1}^k) p^k(\tilde{m}_{u_n+1}^k - m^k | \lambda_{u_n}^k) \end{aligned} \quad (14b)$$

と表すことができる。すなわち、道路区間  $k$  における苦

情の発生確率  $\pi^k(\bar{y}_{u_n}^k | m^k - \bar{Y}_{u_n}^k, \bar{z}_{u_n}^k)$  と道路障害物の発生確率  $p^k(m^k - \tilde{m}_{u_n-1}^k | \lambda_{u_n-1}^k)$ ,  $p^k(\tilde{m}_{u_n+1}^k - m^k | \lambda_{u_n}^k)$  が求まれば、局所時点  $u_n$  の  $m^k \in \{\tilde{m}_{u_n-1}^k, \dots, \tilde{m}_{u_n+1}^k\}$ , および  $\tilde{r}_{u_n}^k$  の全条件付事後確率を求めることができる。完備化尤度関数 (11) では、潜在変数ベクトル  $\tilde{m}_n^k$ ,  $\tilde{r}_n^k$  は確定的である。ただし、苦情の発生確率と道路障害物の発生確率には未知パラメータ  $\alpha$ ,  $\beta$  が含まれており、潜在変数に関する全条件付事後確率を先験的に求めることができない。全条件付事後確率を用いた MCMC 法を用いて、反復的に潜在変数  $\tilde{m}_n^k$ ,  $\tilde{r}_n^k$  をランダム発生させ、パラメータ  $\alpha$ ,  $\beta$  をベイズ推計する。このような手続きにより、完備化尤度関数を用いて求めたパラメータのベイズ推計値が、真の尤度関数を用いて求めたパラメータの最尤推計値に収束することが証明されている<sup>16)</sup>。

## 5. アルゴリズム

### (1) MCMC 法

階層的隠れポアソン発生モデルのような混合分布モデルの推計では、尤度関数が高度な非線形性を有しているため、通常の最尤法やベイズ推計法を用いることが困難である<sup>11), 12)</sup>。このようなことから、混合分布モデルの推計方法として、通常の尤度関数ではなく、完備化尤度関数を定義するとともに、MCMC 法を用いて混合分布モデルを推計する方法が提案されている<sup>13)-16)</sup>。

まず、未知パラメータ  $\alpha = (\alpha^0, \dots, \alpha^P)$  の事前確率密度関数として、正規分布を仮定する。すなわち、パラメータ  $\alpha$  の事前確率密度関数が  $\alpha \sim \mathcal{N}_{P+1}(\zeta^\alpha, \Sigma^\alpha)$  である。ただし、 $P+1$  次元正規分布  $\mathcal{N}_{P+1}(\zeta^\alpha, \Sigma^\alpha)$  の確率密度関数は、

$$\phi(\alpha | \zeta^\alpha, \Sigma^\alpha) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{P+1}{2}} \sqrt{|\Sigma^\alpha|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\alpha - \zeta^\alpha) \{\Sigma^\alpha\}^{-1} (\alpha - \zeta^\alpha)' \right\} \quad (15)$$

となる。ただし、 $\zeta^\alpha$  は  $\mathcal{N}_{P+1}(\zeta^\alpha, \Sigma^\alpha)$  の事前期待値ベクトル、 $\Sigma^\alpha$  は事前分散共分散行列である。同様に、 $\beta$  の事前確率密度関数も多次元正規分布に従うと考え、 $\beta \sim \mathcal{N}_Q(\zeta^\beta, \Sigma^\beta)$  を仮定する。ただし、 $Q$  次元正規分布  $\mathcal{N}_Q(\zeta^\beta, \Sigma^\beta)$  の確率密度関数は、

$$\psi(\beta | \zeta^\beta, \Sigma^\beta) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{Q}{2}} \sqrt{|\Sigma^\beta|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\beta - \zeta^\beta) \{\Sigma^\beta\}^{-1} (\beta - \zeta^\beta)' \right\} \quad (16)$$

となる。ただし、 $\zeta^\beta$  は事前期待値ベクトル、 $\Sigma^\beta$  は事前分散共分散行列である。この時、完備化事後確率密度関数  $\rho(\alpha, \beta | \tilde{m}, \bar{\xi})$  は、

$$\rho(\alpha, \beta | \tilde{m}, \bar{\xi}) \propto \mathcal{L}(\alpha, \beta, \tilde{m}, \bar{\xi}) \psi(\beta | \zeta^\beta, \Sigma^\beta)$$

$$\phi(\alpha | \zeta^\alpha, \Sigma^\alpha)$$

$$\propto \prod_{k=1}^K \prod_{n=1}^N \prod_{u_n=0}^{T_n-1} \pi^k(\bar{y}_{u_n}^k | \tilde{r}_{u_n}^k, \bar{z}_{u_n}^k) p^k(\tilde{m}_{u_n+1}^k - \tilde{m}_{u_n}^k | \lambda_{u_n}^k) \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\beta - \zeta^\beta) \{\Sigma^\beta\}^{-1} (\beta - \zeta^\beta)' -\frac{1}{2} (\alpha - \zeta^\alpha) \{\Sigma^\alpha\}^{-1} (\alpha - \zeta^\alpha)' \right\} \quad (17)$$

となる。

### (2) 同時事後確率密度関数の推計

階層的隠れポアソン発生モデルでは、事後確率密度関数  $\rho(\alpha, \beta | \tilde{m}, \bar{\xi})$  を直接解析的に求めることができない。そこで、代表的な MCMC 法であるギブスサンプリング法<sup>17)</sup>を用いて、パラメータ  $\alpha$ ,  $\beta$  の標本サンプルを事後確率密度関数から抽出する。式 (17) において、 $\alpha$ ,  $\beta$  は互いに独立であり、これらのパラメータの完備化条件付事後密度関数  $\hat{\rho}(\alpha | \tilde{m}, \bar{\xi})$ ,  $\hat{\rho}(\beta | \tilde{m}, \bar{\xi})$  は

$$\hat{\rho}(\alpha | \tilde{m}, \bar{\xi}) \propto \prod_{k=1}^K \prod_{n=1}^N \prod_{u_n=0}^{T_n-1} \pi^k(\bar{y}_{u_n}^k | \tilde{r}_{u_n}^k, \bar{z}_{u_n}^k) \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\alpha - \zeta^\alpha) \{\Sigma^\alpha\}^{-1} (\alpha - \zeta^\alpha)' \right\} \quad (18a)$$

$$\hat{\rho}(\beta | \tilde{m}, \bar{\xi}) \propto \prod_{k=1}^K \prod_{n=1}^N \prod_{u_n=0}^{T_n-1} p^k(\tilde{m}_{u_n+1}^k - \tilde{m}_{u_n}^k | \lambda_{u_n}^k) \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\beta - \zeta^\beta) \{\Sigma^\beta\}^{-1} (\beta - \zeta^\beta)' \right\} \quad (18b)$$

と表せる。また、潜在変数  $m$  の全条件付事後分布は式 (14a) で表される。ギブスサンプラーを用いた MCMC 法により、階層的ポアソン発生モデルを推計することが可能となる。

### (3) 条件付き事後確率密度関数からのサンプリング法

階層的隠れポアソンモデルでは、事後確率密度関数  $\rho(\alpha, \beta | \tilde{m}, \bar{\xi})$  を直接解析的に求めることができない。そこで、代表的な MCMC 法であるギブスサンプリング法<sup>17)</sup>を用いて、パラメータ  $\alpha$ ,  $\beta$  の標本サンプルを条件付き事後確率密度関数から抽出する。しかし、本研究で用いるようなモデルに関しては事後分布から直接サンプリングは困難となるため、各パラメータのサンプリングには MH 法を用いることとする。

マルコフ連鎖が不変分布に収束するのに対して有用な十分条件が詳細つり合い条件である。これは、任意の  $\theta$  について、

$$\rho(\theta^{(v)}) p(\theta^{(v+1)} | \theta^{(v)}) = \rho(\theta^{(v+1)}) p(\theta^{(v)} | \theta^{(v+1)}) \quad (19)$$

が満たされることをいう。以上が成立すれば  $\rho(\cdot)$  は定常分布である。MH 法は事後分布からのサンプリングが困難な場合にサンプリングが容易な分布を提案分布として採用し、事後分布と提案分布の違いを詳細つり合い条件が満たされるように修正する操作を含めるこ

とで事後分布  $\rho(\cdot)$  からのサンプリングを可能とするアルゴリズムである. いま, 提案分布を  $q(\theta'|\theta^{(v)})$  とし, 釣り合いの崩れをするために  $\theta^{(v)}$  から  $\theta'$  への推移の量を調整する確率  $P(\theta'|\theta^{(v)})$  を導入する. すなわち,

$$p(\theta'|\theta^{(v+1)}) = q(\theta'|\theta^{(v)}) \times P(\theta'|\theta^{(v)}) \quad (20)$$

に従って推移する. この  $p$  が詳細つり合い条件を満たすようにするには,

$$P(\theta'|\theta^{(v)}) = \min \left[ \frac{\rho(\theta')q(\theta'|\theta^{(v)})}{\rho(\theta^{(v)})q(\theta^{(v)}|\theta')}, 1 \right] \quad (21)$$

のような採択確率  $P(\cdot|\cdot)$  に従って提案分布からの候補を採用しながらサンプリングする. 本研究では  $\theta'$  の生成方法として, ランダムウォーク法を取り上げる. ここでは  $n$  回目の候補を

$$\theta' = \theta^{(v)} + \mathcal{N}(0, \nu \mathbf{I}) \quad (22)$$

として発生させる.  $\mathcal{N}(0, \nu \mathbf{I})$  は 0 ベクトルを平均,  $\nu \mathbf{I}$  を分散共分散行列とした多次元正規分布であり,  $\mathbf{I}$  は単位行列を表す.  $\nu = (\nu_1, \nu_2, \dots)$  はステップ幅を定めるパラメータベクトルである. このとき, 提案分布の確率密度  $q$  は  $(\theta', \theta^{(n-1)})$  に関して対称となるために, ランダムウォークにより発生させた候補  $\theta'$  は確率

$$P(\theta'|\theta^{(v)}) = \min \left[ \frac{\rho(\theta')}{\rho(\theta^{(v)})}, 1 \right] \quad (23)$$

で受容される. 以上のような手順を行うことで, パラメータの条件付き事後確率密度関数  $\rho(\alpha, \beta|\tilde{m}, \bar{\xi})$  からのサンプリングが可能となる. 以降では, 以上の推計内容をより詳細に説明する.

**a) ステップ 1 初期値設定**

図-3 に, 階層的隠れポアソン発生モデルをベイズ推計するための具体的手順を整理している. 読者の便宜を図るために, 同図中には, 推計法の詳細を説明する節番号や式番号を明記している. 以下では同図の手順を詳しく説明する. 事前分布 (15),(16) のパラメータベクトル (行列)  $\zeta^\theta, \Sigma^\theta (\theta = \alpha, \beta)$  の値を任意に設定する. 潜在変数の初期値  $\tilde{m}^{(0)} = (\tilde{m}_n^{k(0)} : k = 1, \dots, K; n = 1, \dots, N)$ ,  $\tilde{r}^{(0)} = (\tilde{r}_n^{k(0)} : k = 1, \dots, K; n = 1, \dots, N)$  を設定する. ただし,  $\tilde{m}_n^{k(0)} = (\tilde{m}_1^{k(0)}, \dots, \tilde{m}_{T_n-1}^{k(0)})$  であり,  $0 \leq \tilde{m}_1^{k(0)} \leq \dots \leq \tilde{m}_{T_n-1}^{k(0)} \leq \bar{L}_n^k$  を満足する. さらに, パラメータ推計量の初期値  $\alpha^{(0)}, \beta^{(0)}$  を任意に設定する. 初期値の影響は, MCMC 法によるシミュレーション回数が蓄積されるにつれ, 次第に薄れていく. MCMC のサンプル標本回数  $v$  を  $v = 1$  とする.

**b) ステップ 2 パラメータ  $\alpha^{(v)}$  の標本抽出**

ステップ 2 では, 潜在変数  $\tilde{m}^{(v-1)}$  を与件とし, 苦情発生確率のパラメータ  $\alpha^{(v)} = (\alpha^{0(v)}, \dots, \alpha^{P(v)})$  に関するパラメータ標本を獲得する. ステップ 2 で用いるギブスサンプラーは式 (18a) で表される完備化条件付事後密度関数  $\hat{\rho}(\alpha^{(v)}|\tilde{m}^{(v-1)}, \bar{\xi})$  を用いて定義できる.

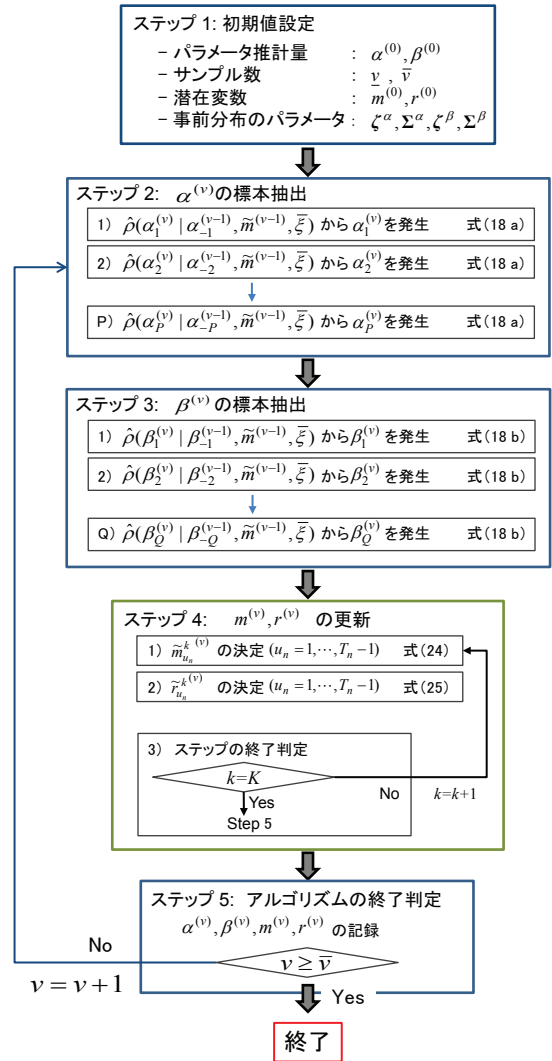


図-3 推計アルゴリズム

未知パラメータベクトル  $\alpha^{(v)}$  から第  $p$  ( $p = 0, \dots, P$ ) 要素  $\alpha^{p(v)}$  を除いた未知パラメータベクトルを  $\alpha^{-p(v)}$  と表す. 仮想的な道路障害物累積発生個数  $\tilde{m}^{(v-1)}$  と測定データ  $\bar{\xi}$  を与件としたとき, 完備化された  $\alpha^{(v)}$  に関するギブスサンプラー  $\hat{\rho}(\alpha^{(v)}|\tilde{m}^{(v-1)}, \bar{\xi})$  を用いて,  $\alpha^{(v)} = (\alpha^{0(v)}, \dots, \alpha^{P(v)})$  を以下の手順でランダムサンプリングする.

- ・ステップ 2-1  $\hat{\rho}(\alpha^{0(v)}|\alpha^{-0(v-1)}, \tilde{m}^{(v-1)}, \bar{\xi})$  から  $\alpha^{0(v)}$  を乱数発生する.
- ・ステップ 2-2  $\hat{\rho}(\alpha^{1(v)}|\alpha^{-1(v-1)}, \tilde{m}^{(v-1)}, \bar{\xi})$  から  $\alpha^{1(v)}$  を乱数発生する.
- ・ステップ 2-3 以下, 同様の手順を繰り返す.
- ・ステップ 2-4  $\hat{\rho}(\alpha^{P(v)}|\alpha^{-P(v-1)}, \tilde{m}^{(v-1)}, \bar{\xi})$  から  $\alpha^{P(v)}$  を乱数発生する.

なお, 本研究では, ギブスサンプラーから事後分布のパラメータ  $\alpha$  の標本をサンプリングする手法として, ランダムウォーク MH 法を用いる.



c) **ステップ3** パラメータ  $\beta^{(v)}$  の標本抽出

障害物発生確率のパラメータ  $\beta^{(v)}$  の標本を抽出する。未知パラメータベクトル  $\beta^{(v)}$  から第  $q$  ( $q = 1, \dots, Q$ ) 要素  $\beta^{q(v)}$  を除いた未知パラメータベクトルを  $\beta^{-q(v)}$  と表す。この時、式(18b)より、 $\beta^{-q(v-1)}$  を既知とした時の  $\beta^{q(v)}$  のギブスサンプラー  $\hat{\rho}(\beta^{q(v)} | \beta^{-q(v-1)}, \tilde{m}^{(v-1)}, \tilde{\xi})$  を用いて、ステップ2と同様の手順によりサンプル標本  $\beta^{(v)}$  を得ることができる。

d) **ステップ4** 潜在変数の更新

全条件付事後確率 (14a) に基づいて、新しい潜在変数  $\tilde{m}^{(v)}$  をランダムサンプリングする。いま、潜在変数ベクトル  $\tilde{m}_{-u_n}^{k(v)} = (\tilde{m}_1^{k(v)}, \dots, \tilde{m}_{u_n-1}^{k(v)}, \tilde{m}_{u_n}^{k(v-1)}, \dots, \tilde{m}_{T_n-1}^{k(v-1)})$  を定義する。この時、 $m_{u_n}^{k(v)} (m_{u_n}^{k(v)} \in \{\tilde{m}_{u_n-1}^{k(v)}, \dots, \tilde{m}_{u_n+1}^{k(v)}\})$  の全条件付事後確率は、

$$\begin{aligned} Prob\{m_{u_n}^{k(v)} = m | \tilde{m}_{-u_n}^{k(v)}, \tilde{\xi}_n^k, \theta\} \\ = \frac{\tilde{L}(\tilde{m}_{-u_n}^{k(v)}, m, \tilde{\xi}_n^k, \theta)}{\sum_{m=\tilde{m}_{u_n-1}^{k(v)}}^{\tilde{m}_{u_n+1}^{k(v)}} \tilde{L}(\tilde{m}_{-u_n}^{k(v)}, m, \tilde{\xi}_n^k, \theta)} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \tilde{L}(\tilde{m}_{-u_n}^{k(v)}, m, \tilde{\xi}_n^k, \theta) = \pi^{k(v)}(\tilde{y}_{u_n}^k | m - \bar{Y}_{u_n}^k, \tilde{z}_{u_n}^k) \\ p^{k(v)}(m - \tilde{m}_{u_n-1}^{k(v)} | \lambda_{u_n-1}) p^{k(v)}(\tilde{m}_{u_n+1}^{k(v)} - m) | \lambda_{u_n} \end{aligned}$$

と表される。すべての  $k$  ( $k = 1, \dots, K$ ),  $n$  ( $n = 1, \dots, N$ ) に対して、 $u_n = 1$  より逐次、潜在変数  $\tilde{m}_{u_n}^{k(v)}$  ( $u_n = 1, \dots, T_n$ ) を求める。さらに、更新された潜在変数  $\tilde{m}_{u_n}^{k(v)}$  ( $u_n = 1, \dots, T_n$ ) に対して、道路障害物個数の推移パターンベクトル  $\tilde{r}^{k(v)} = (\tilde{r}_n^{k(v)} : k = 1, \dots, K; n = 1, \dots, N)$  は、

$$r_n^{k(v)} = m_n^{k(v)} - \bar{Y}_n^k \quad (25)$$

として計算される。

e) **ステップ5** アルゴリズムの終了判定

以上で求めたパラメータ推計量の更新値  $\alpha^{(v)}$ ,  $\beta^{(v)}$ , 潜在変数の更新値  $\tilde{m}^{(v)}$  を記録する。 $v < \bar{v}$  の場合、 $v = v+1$  として、**ステップ2**へ戻る。そうでない場合、アルゴリズムを終了する。

なお、以上のアルゴリズムの初期段階においては、パラメータの初期値設定の影響が残存している。このため、シミュレーション回数  $v$  が十分大きな値になるまでは、パラメータ標本の発生過程が定常過程に到達していないと考え、発生したパラメータ標本を除去することが望ましい。ここで、パラメータ標本として採用するシミュレーション回数  $v$  の最小値を  $\underline{v}$  と表す。すなわち、ギブスサンプリングで求めたサンプル  $\alpha^{(v)}, \beta^{(v)}$  ( $v = \underline{v} + 1, \underline{v} + 2, \dots, \bar{v}$ ) を、事後確率密度関数  $\rho(\alpha, \beta | \tilde{\xi})$  からの標本と見なすこととする。したがって、これらの標本を用いて、パラメータベクトル  $\alpha, \beta$  の事後分布に関する各種の統計量を計算することも可能となる。な

お、ギブスサンプリングの定常性に関しては、次節で述べる Geweke の検定統計量を用いて判断できる。

(4) **事後分布に関する統計量**

MCMC 法によって得られた標本に基づいて、パラメータベクトル  $\alpha, \beta$  に関する統計的性質を分析することができる。MCMC 法を用いた場合、パラメータの事後確率密度関数  $\rho(\alpha, \beta | \tilde{\xi})$  を解析的な関数として表現することはできない。得られた標本を用いてノンパラメトリックに分布関数や密度関数を推計することとなる。いま、ギブスサンプリングから得られた標本を  $\theta^{(v)} = (\alpha^{(v)}, \beta^{(v)})$  ( $v = 1, \dots, \bar{v}$ ) と表そう。このうち、最初の  $\underline{v}$  個の標本は収束過程からの標本と考え、標本集合から除去する。その上で、パラメータの標本添字集合を  $\mathcal{M} = \{v+1, \dots, \bar{v}\}$  と定義する。パラメータ  $\alpha$  と  $\beta$  に関する統計量を同様の方法で定義できるため、以下ではパラメータ  $\alpha$  に焦点を絞って議論する。まず、パラメータ  $\alpha$  の同時確率分布関数  $G(\alpha)$  は、

$$G(\alpha) = \frac{\#\{\alpha^{(v)} \leq \alpha, v \in \mathcal{M}\}}{\bar{v} - \underline{v}} \quad (26)$$

と表すことができる。ただし、 $\#\{\alpha^{(v)} \leq \alpha, v \in \mathcal{M}\}$  は論理式  $\alpha^{(v)} \leq \alpha, n \in \mathcal{M}$  が成立するサンプルの総数である。また、パラメータ  $\alpha$  の事後分布の期待値ベクトル  $\tilde{\zeta}(\alpha)$ , 分散・共分散行列  $\tilde{\Sigma}(\alpha)$  は、それぞれ

$$\begin{aligned} \tilde{\zeta}(\alpha) &= (\tilde{\zeta}(\alpha^0), \dots, \tilde{\zeta}(\alpha^P))' \\ &= \left( \sum_{v=\underline{v}+1}^{\bar{v}} \frac{\alpha^{0(v)}}{\bar{v} - \underline{v}}, \dots, \sum_{v=\underline{v}+1}^{\bar{v}} \frac{\alpha^{P(v)}}{\bar{v} - \underline{v}} \right)' \end{aligned} \quad (27a)$$

$$\tilde{\Sigma}(\alpha) = \begin{pmatrix} \tilde{\sigma}^2(\alpha^0) & \dots & \tilde{\sigma}(\alpha^0 \alpha^P) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\sigma}(\alpha^P \alpha^0) & \dots & \tilde{\sigma}^2(\alpha^P) \end{pmatrix} \quad (27b)$$

と表される。ただし、

$$\tilde{\sigma}^2(\alpha^z) = \sum_{v=\underline{v}+1}^{\bar{v}} \frac{\{\alpha^{z(v)} - \tilde{\zeta}(\alpha^z)\}^2}{\bar{v} - \underline{v}} \quad (28a)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}(\alpha^z \alpha^r) \\ = \sum_{v=\underline{v}+1}^{\bar{v}} \frac{\{\alpha^{z(v)} - \tilde{\zeta}(\alpha^z)\} \{\alpha^{r(v)} - \tilde{\zeta}(\alpha^r)\}}{\bar{v} - \underline{v}} \end{aligned} \quad (28b)$$

である。また、ギブスサンプリングによる標本を用いて、パラメータ  $\alpha$  の信用域を定義できる。たとえば、パラメータ  $\alpha$  の  $100(1 - 2\varepsilon)\%$  信用域は、標本順序統計量  $(\alpha_z^\varepsilon, \bar{\alpha}_z^\varepsilon)$  ( $i = 1, \dots, I - 1; z = 0, \dots, P$ )

$$\begin{aligned} \alpha_z^\varepsilon &= \arg \max_{\alpha^{z*}} \\ &\left\{ \frac{\#\{\alpha^{z(v)} \leq \alpha^{z*} \in \mathcal{M}\}}{\bar{v} - \underline{v}} \leq \varepsilon \right\} \end{aligned} \quad (29a)$$

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}_z^\varepsilon &= \arg \min_{\alpha^{z**}} \\ &\left\{ \frac{\#\{\alpha^{z(v)} \geq \alpha^{z**} \in \mathcal{M}\}}{\bar{v} - \underline{v}} \leq \varepsilon \right\} \end{aligned} \quad (29b)$$

表-1 苦情分類

道路障害物		道路構造物			付属物			交通事故	合計
動物死骸	落下物	ポットホール	騒音・振動	その他	故障・損傷	撤去	その他		
113	93	13	41	71	80	10	43	6	470

表-2 道路障害物および苦情データ概要

	人口集中地区 (DID 地区)	市街地	平地	山地	平均	合計	備考
a) 道路総延長 (km)	264.5						
b) 道路区間数 (1km/区間)	32	47	142	29	-	250	
c) 平均貨物車交通量 (台)	7,080	6,900	5,811	5,361	6,126	-	
d) 平均旅行速度 (km/h)	26	36	40	44	38	-	
e) 障害物個数	939	1,947	5,703	1,055	-	9,644	
f) 障害物個数区間平均	29.3	41.4	40.2	36.4	38.6	-	e)/b)
g) 苦情発生件数	47	46	105	8	-	206	
h) 苦情発生件数区間平均	1.469	0.979	0.740	0.276	0.824	-	g)/b)
i) 苦情件数/障害物個数	0.050	0.024	0.018	0.008	0.021	-	g)/e)

を用いて  $\alpha_{\varepsilon}^z < \alpha^z < \bar{\alpha}_{\varepsilon}^z$  と定義できる.

MCMC 法では, 初期パラメータ値  $\theta^{(0)}$  が不変分布である事後分布からの標本である保証はない. ギブスサンプリングで発生させた  $\bar{v}$  個のサンプルのうち, 最初の  $\underline{v}$  個の標本  $\theta^{(v)} = (\alpha^{(v)}, \beta^{(v)})$  ( $v = 1, \dots, \underline{v}$ ) を事後分布に収束する過程からのサンプリングと考える. その上で, 第  $\underline{v} + 1$  回以降の標本をとりあげる.  $\underline{v} + 1$  以降の標本が, 不変分布である事後分布からの標本であるかどうかを Geweke の方法<sup>18)</sup>を用いて仮説検定を行うことができる. 検定の詳細については参考文献を参照してほしい.

## 6. 適用事例

### (1) 対象道路区間の概要

階層的隠れポアソンモデルを国道を対象とした苦情分析に適用する. 表-1 は, 実際の国道 (総延長 264.5km) に対する, ある 1 年間の苦情件数 (それに対する応急処理件数) を記録したものである. 苦情は, 道路障害物, 道路構造物, 付属物, 交通事故に分類されており, 総数は 470 件である. これらのうち, 道路障害物に着目すると動物死骸に関連する苦情が 113 件, 落下物が 93 件で総数 206 件となっており, 全苦情件数の約 44% を占めている. これはそれ以外の道路構造物に関連する苦情: 約 27%, 付属物: 約 28%, 交通事故: 約 1% と比較しても顕著である. したがって, 以降では道路障害物の発生と苦情の発生に着目して議論を進める.

表-2 に道路障害物と苦情に関するデータ概要を示す. 本研究では, 道路障害物と苦情の発生を考える上での基本単位となる道路区間を 1km として考える. 対象道路の総延長 264.5km のうち, 一部区間設定が困難な道路区間を除外した結果, 合計で 250 区間を設定できた. さ

ら, 各道路区間は人口集中地区 (以降, DID 地区), 市街地, 平地, 山地の 4 つの地区区分に分類できる. DID 地区とは, 市区町村の区域内で人口密度が 4,000 人/km<sup>2</sup> 以上の基本単位区が互いに隣接して人口が 5,000 人以上となる地区である. 以下に, 4 つの地区区分に対して, b) 道路区間数, c) 平均交通量, d) 平均旅行速度, e) 障害物個数, f) 障害物個数区間平均, g) 苦情発生件数, h) 苦情発生件数区間平均, i) 苦情件数/障害物個数を記載する. b) 区間数は DID 地区: 32 区間, 市街地: 47 区間, 平地: 142 区間, 山地: 29 区間となっており, 平地の区間数が多いことが読み取れる. e) 障害物個数は 1 年間に道路巡回業務により発見された道路障害物の個数である. 障害物総数は 9,644 個であり, その中の約 59% (5,703 個) が平地で発生していることになる. さらに, f) では 1 区間あたりの障害物の発生個数を各地区区分で比較している. 道路区間平均で見ると, 道路障害物の発生が市街地 (41.4 個) で多いことがわかる. 一方で, g) 苦情発生件数に着目すると総数 206 件のうち, その約 51% が平地で発生している. しかし, この点に関しても h) 1 区間あたりの平均件数で確認すると, もっとも苦情の発生件数が多いのは DID 地区で 1.469 となっている. さらに, 1 個の障害物に対する苦情件数 (苦情件数を障害物の発生個数で割った値) を i) に示すが, 数値の大きい順に DID 地区: 0.050, 市街地: 0.024, 平地: 0.018, 山地: 0.008 となっている.

### (2) ポアソン発生モデル (道路障害物)

表-3 に, 階層的隠れポアソンモデルのうち, 道路障害物に対するポアソン発生モデル (下位システム) の推計結果を示す. 交通センサスデータ, 道路台帳, 舗装路面性状データ等から利用可能な道路構造や道路環境を表す変数 (例えば, 交通量, 旅行速度, 交差点数, 信

表-3 ポアソンモデルの推計結果 (道路障害物)

		定数項	旅行速度 (km/h)	貨物車交通量 (台/日)
推計値	標本平均	-6.595	1.307	1.034
	90%信頼区間	(-6.672 -6.523)	(1.234 1.390)	(0.947 1.125)
	Geweke 検定量	-0.133	0.119	0.114
対数尤度	17,436			
AIC	-34,868			

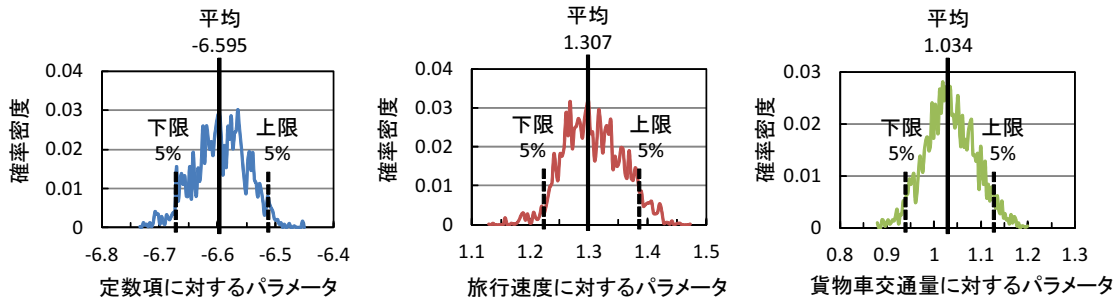


図-4 事後分布の標本結果 (サンプル数: 5,000)

号の有無, 沿道店舗の有無, 歩道の有無, ひび割れ率, わだち掘れ量など, 合計 49 変数) を網羅的に組み合わせてモデルを推計した. これらのモデル群の中から, 各パラメータの推計値が, 符号条件や Geweke 検定統計量による収束条件を満たすモデルの AIC を計算し, AIC の値が最も低くなるモデルを選択した. 旅行速度と貨物車交通量の 2 つを説明変数として採用した. なお, 各説明変数は最大値を 1 として基準化している. MCMC 法によるシミュレーション回数を 10,000 回とし, 最初のサンプリング数  $\nu=5,000$  をパラメータが定常分布に到達するまでの回数と考え, 残りの  $\bar{\nu}=10,000$  までのサンプルをパラメータ標本として採用する. パラメータサンプリング過程の定常性を Geweke 検定統計量を用いて判定する. Geweke 検定統計量は絶対値で 1.96 を下回ると, パラメータの分布が定常に達しているという帰無仮説を棄却することができない. 表-3 には, 各未知パラメータに対して標本平均, 分布の 90%信頼区間, Geweke 検定統計量を示す. 図-4 は MCMC により求めた各パラメータ標本である. 黒線でパラメータの標本平均, 点線でパラメータの上下限 5% を示している. 表-3 のパラメータ推計値の標本平均を用いて, 道路障害物発生過程をポアソン過程としてモデル化する. 道路障害物の到着率は具体的に

$$\lambda^k = \exp(-6.595 + 1.307x_1^k + 1.034x_2^k) \quad (30)$$

と表現することができる. ここでは, 旅行速度:  $x_1^k$ , 貨物車交通量:  $x_2^k$  をポアソン到着率の説明変数として用いている. 式 (3) を用いて, 障害物の発生過程を表すポアソン分布を算出する. 図-5 のそれぞれの分布は巡回間隔  $T^k$  を 1 日, 5 日, 10 日と設定したときの道路

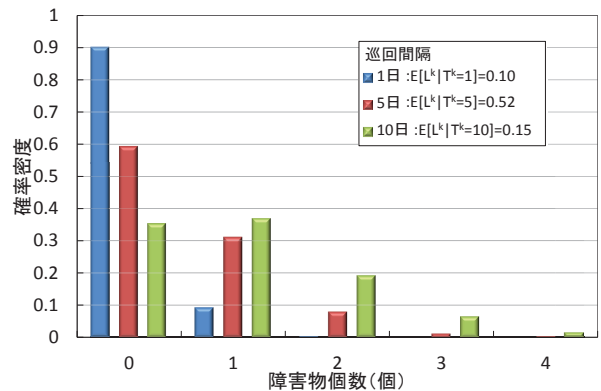


図-5 道路障害物発生確率分布 (旅行速度, 貨物車交通量平均)

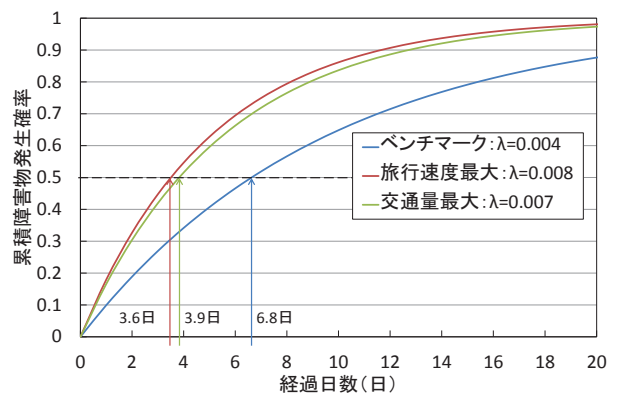


図-6 障害物累積発生確率

障害物の発生分布を示している. ここでは, 巡回間隔と道路障害物の発生分布の関係を示すことを目的としており, ポワソン到着率の算定にあたっては旅行

表-4 ポアソンモデルの推計結果 (苦情)

		定数項	土地特性 DID・市街地	障害物発生数
推計値	標本平均	-7.696	0.757	1.875
	90%信頼区間	(-7.960 -7.418)	(0.531 0.971)	(0.744 2.633)
	Geweke 検定量	0.157	0.014	-0.155
対数尤度	-1,619			
AIC	3,246			

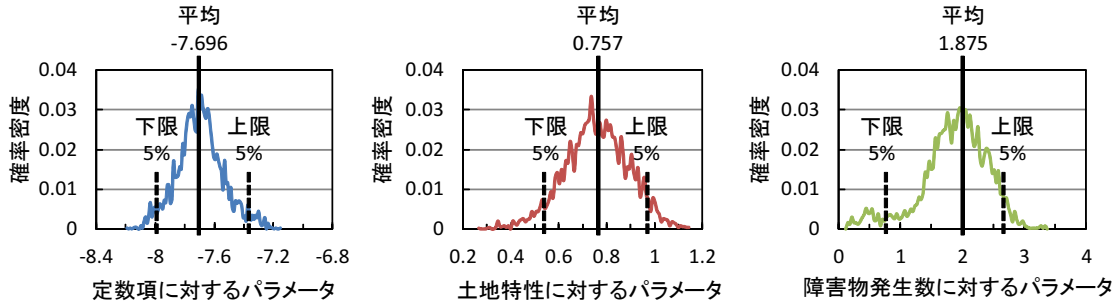


図-7 事後分布の標本結果 (サンプル数: 5,000)

速度、貨物車交通量ともに全道路区間の平均値を採用した。凡例には、各巡回間隔  $T^k$  における障害物発生個数  $L^k$  の期待値  $E[L^k|T^k]$  を示す。たとえば、任意時点で実施した道路巡回業務からの経過日数が1日の時点では、発生数の期待値  $E[L^k|T^k]$  は、0.10個であり0個の確率が約90%を占め、1個の確率が約10%で、2個以上の確率が極めて少ない分布となっている(図中の青色)。しかし、経過時間が5日、10日と増加することにより、発生個数0個の確率が低下し、発生数の多い方へ分布が移動する。経過日数10日時点では、確率分布のピークは発生個数1個であり、その確率は約38%となる。ある道路区間  $k$  において、経過時間(巡回間隔)が  $T^k$  のとき道路巡回で障害物が  $L^k$  個以上発見される確率は、

$$P(L^k, T^k | \lambda^k) = 1 - \sum_{l_k=1}^{L_k-1} p(l_k, T^k | \lambda^k) \quad (31)$$

と定義できる。図-6に障害物発生個数を1個以上としたときの累積発生確率を示す。図中に3本の曲線(分布関数)を示しているが、青色は旅行速度と貨物車交通量ともに平均値を用いたベンチマークに相当するケース、赤色は旅行速度最大のケース、緑色は貨物車交通量最大のケースである。旅行速度、貨物車交通量それぞれの平均値は37.9(km/h)、6,126(台/日)であり、最大値は73.6(km/h)、12,935(台/日)であった。同図の凡例中には、それぞれのケースのポアソン到着率も示している。また、障害物の累積発生確率が50%に到達する時点に着目すると、ベンチマークケースで6.8日、旅行速度最大の道路区間で3.6日、貨物車交通量最

大の道路区間で3.9日となることが読み取れる。

### (3) ポアソン発生モデル (苦情)

苦情発生モデルの推計結果を表-4に示す。推計の結果、土地特性(地区区分がDID地区もしくは市街地であるか、否か)、障害物発生数が説明変数として採用された。ただし、土地特性は定性パラメータであることから、DID地区および市街地を1、それ以外(平地、山地)を0とするダミー変数を与えた。土地特性に関する未知パラメータの推計値が正值であることから、DID地区と市街地の方が苦情発生確率が大きくなる。障害物発生数に関しても、未知パラメータが正值であり、障害物の発生が多くなると苦情発生率が増加することがわかる。このように、階層的隠れポアソンモデルを用いることにより道路障害物到着率と苦情発生率の相互関係を考慮した上で、障害物発生数に応じた苦情の発生確率を算出することが可能となる。図-7はMCMCにより求めた各パラメータ標本である。苦情の未知パラメータについても、標本数は5,000とした。黒線で各パラメータの標本平均を、破線で上下限5%を示す。表-4のパラメータ推計値の標本平均を用いて、苦情発生確率分布を示す。苦情到着率は具体的に

$$\mu^k = \exp(-7.696 + 0.757x_1^k + 1.875x_2^k) \quad (32)$$

と表現できる。図-8に、DID地区に属する任意の道路1区間において直近の道路巡回から5日経過した時点における苦情発生分布を求めた結果を示す。同図では道路障害物1個から5個までの5ケースに対するポアソン分布を例示している。5日経過時点という同一の時

表-5 苦情発生区間における潜在変数の推移

	1	...	7	8	9	10	...	16 (苦情発生)	17	...	24 (道路巡回 $n+1$ )
道路障害物 (個)	0	...	0	1	1	2	...	2	1	...	1
累積障害物発生個数 (個)	0	...	0	1	1	2	...	2	2	...	2

注)  $n$  回目の道路巡回後から  $n+1$  回目の道路巡回までの期間における道路障害物個数の時間的推移を示している。

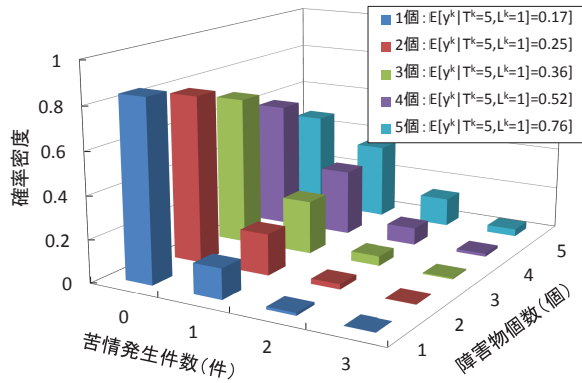


図-8 苦情発生時のポアソン分布 (土地特性: DID 地区)

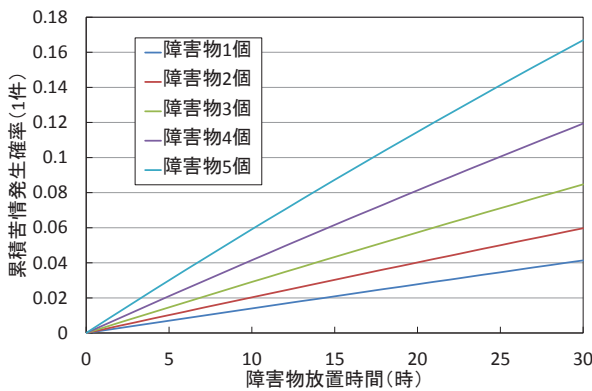


図-9 苦情の累積発生確率 (土地特性: DID 地区)

間断面であっても、障害物の発生個数の増加に応じて、ポアソン分布の形状が変化している（苦情の発生確率が増加している）ことがわかる。さらに凡例に点検間隔  $T^k$ 、障害物発生個数  $L^k$  を所与とした苦情発生件数  $y^k$  の期待値  $E[y^k|T^k, L^k]$  を示す。障害物 1 個のときのポアソン分布の期待値は 0.169 件であり、障害物の増加に従って 0.246, 0.358, 0.521, 0.758 件と期待値も増加する。同一の道路区間を対象として、式 (31) に基づいて分布関数を算出した結果を図-9 に示す。同図は苦情発生件数を 1 件以上としたときの障害物発生個数に応じた苦情の累積発生確率を示している。障害物の増加により苦情の累積発生確率が増加する。

(4) 潜在変数の推計結果

MCMC 法で求めた各サンプルに対して、設定した期 (図-2 の局所時点) ごとに道路区間に存在する障害物

個数を潜在変数を用いて表現することができる。表-5 は、MCMC 法で発生させたサンプルにおける苦情発生状況を示している。本サンプルでは、ある区間  $k$  の  $n$  回目の道路巡回後の期ごと（巡回間隔: 1 日, 1 期: 1 時間）の道路障害物個数の推移と累積障害物個数の推移を示している。本サンプルの事例では、1 期目では障害物の個数は 0 個である。8 期目で障害物が 1 個発生する。10 期目で障害物がさらに 1 個発生し、路上に存在する障害物は 2 個となる。次に 16 期目に苦情が発生し、その 1 期後には苦情が発生した障害物は取り除かれ、17 期以降路上に存在する障害物個数は 1 個となる。累積障害物個数は巡回間隔内に発生した障害物の個数を数えるので、2 個である。24 期には  $n+1$  回目の巡回が行われ、路上に存在する障害物が取り除かれる。

苦情が発生した区間を対象として、路上に障害物が放置された累積放置時間  $S_n^k$  を求める。累積放置時間  $S_n^k$  は潜在変数の推計値  $\hat{r}_n^k = (\hat{r}_1^k, \dots, \hat{r}_{T_n-1}^k)$  を用いて、

$$S_n^k = \sum_{u_n=1}^{T_n-1} \hat{r}_{u_n}^k \quad (33)$$

と表すことができる。図-10 に苦情が発生した区間における障害物累積放置時間の頻度分布を示す。本ケースでは、平均累積時間は 12.37 時間である。同図において、赤線で囲んだ 15 区間に着目する。これらの区間では、障害物累積放置時間が 33 時間から 43 時間と極めて長くなっている。抽出した 13 区間のうち 7 区間はバイパス等の自動車専用道路区間であった。自動車専用道路区間は、旅行速度が平均 70.7(km/h) と大きいために、障害物の発生頻度が高い。一方で、当該道路区間は DID・市街地区以外（平地・山地）に位置しており、苦情の発生確率は低い。このような理由により、これらの道路区間では結果的に累積放置時間が長くなっていると推測できる。潜在変数を推計し、累積放置時間を算出することで、苦情発生確率だけでは抽出できない、交通事故等のリスクの発生が懸念されるような重点管理区間を抽出することが可能となる。

7. おわりに

本研究では、路上落下物などの道路障害物の発生に起因する苦情の発生メカニズムをモデル化するために、道路障害物の増加が苦情の発生頻度に影響を及ぼすと

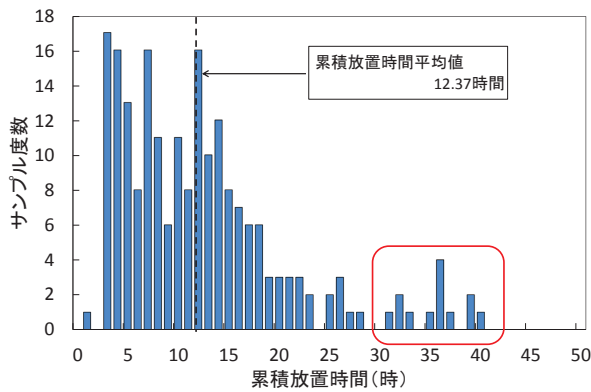


図-10 累積放置時間 (全障害物)

いう階層的関係を考慮することが可能な階層的隠れポアソンモデルを開発した。さらに、道路巡回データを用いて同モデルを推計するためのベイズ推計手法を提案した。最後に、一般国道を対象とした適用事例を通じて、本研究で提案した方法論の有用性を実証的に検証した。

本研究で提案した階層的隠れポアソンモデルを用いて、道路障害物や苦情の発生リスクを表現することが可能であり、以下に示すような本モデルを用いたリスクマネジメント手法を提案することが可能である。第1に、本研究で提案した階層的隠れポアソンモデルを用いて、道路障害物の発生と苦情発生による道路障害物の除去過程をマルコフ連鎖モデルとして定式化することが可能である。第2に、障害物発生・除去過程を表すマルコフ連鎖モデルを用いて、路上に放置される道路障害物数や放置時間長に関する確率分布を求めることが可能であり、道路障害物のリスクマネジメントのための評価指標を定式化することが可能である。第3に、道路障害物や苦情の発生確率に基づいて、道路巡回業務や応急業務に関わる期待費用を算定することが必要である。以上の各種評価指標を提案することにより、所与のリスク管理水準の下で期待費用を最小にするような望ましい道路巡回政策を求めることが可能である。

なお、本研究は新都市社会技術融合創造研究会「道路付帯施設・情報管理施設のアセットマネジメントに関する研究プロジェクト(代表:小林潔司)」の活動成果の一部である。研究を実施するにあたり、国土交通省近畿地方整備局道路管理課および滋賀国道事務所より多大な支援を頂いた。ここに記して感謝の意を表す。

参考文献

1) 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.68-82, 2005.

2) 小林潔司, 貝戸清之, 林秀和: 測定誤差を考慮した隠れマルコフ劣化モデル, 土木学会論文集 D, Vol.64, No.3, pp.493-512, 2008.

3) 林秀和, 貝戸清之, 熊田一彦, 小林潔司: 競合的劣化ハザードモデル: 舗装ひび割れ過程への適用, 土木学会論文集 D, Vol.65, No.2, pp.143-162, 2009.

4) 小林潔司, 貝戸清之, 江口利幸, 大井明, 起塚亮輔: 舗装構造の階層的隠れマルコフ劣化モデル, 土木学会論文集 D3, Vol.67, No.4, pp.422-440, 2011.

5) 和合肇: ベイズ計量経済分析, マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用, 東洋経済新報社, 2005.

6) 伊庭幸人: 計算統計学のフロンティア-計算統計 II, マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺, 岩波書店, 2005.

7) 津田尚胤, 貝戸清之, 山本浩司, 小林潔司: ワイブル劣化ハザードモデルのベイズ推計法, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2006.

8) 貝戸清之, 小林潔司: マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定, 土木学会論文集 A, Vol.63, No.2, pp.336-355, 2007.

9) 貝戸清之, 小林潔司, 加藤俊昌, 生田紀子: 道路施設の巡回頻度と障害物発生リスク, 土木学会論文集 F, Vol.63, No.1, pp.16-34, 2007.

10) McNeil, J. A., Frey, R. and Embrechts, P.: *Quantitative Risk Management*, Princeton University Press, 2005.

11) Titterton, D. M., Smithe, A. F. M. and Makov, U. E.: *Statistical Analysis of Finite Mixture Distributions*, John Wiley & Sons, 1985.

12) Robert, C. P.: *Mixtures of Distributions: Inference and Estimation*, in Gillks, W. R., Richardson, S. and Spiegelhalter, D. J.(eds.): *Markov Chain Monte Carlo in Practice*, Chapman & Hall, 1996.

13) Robert, C. P., Rydén, T. and Titterton, D. M.: *Bayesian Inference in Hidden Markov Models through the Reversible Jump Markov Chain Monte Carlo Method*, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.62, pp.57-75, 2000.

14) Dempster, A. P., Laird, N. M. and Rubin, D. B.: *Maximum Likelihood from Incomplete Data via the EM Algorithm*, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.39, pp.1-38, 1977.

15) Celeux, G., Hurn, M. and Robert, C. P.: *Computational and Inferential Difficulties with Mixture Posterior Distributions*, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.95, pp.957-970, 2000.

16) Diebolt, J. and Robert, C. P.: *Estimation of Finite Mixture Distributions through Bayesian Sampling*, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.56, pp.363-375, 1994.

17) Geman, S. and Geman, D.: *Stochastic Relaxation, Gibbs Distributions and the Bayesian Restoration of Images*, *Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.6, pp.721-741, 1984.

18) Geweke, J.: *Evaluating the Accuracy of Sampling-based Approaches to the Calculation of Posterior Moments*, in: Bernardo, J. M., Berger, J. M., Dawid, A. P. and Smith, A. F. M. (eds.): *Bayesian Statistics 4*, pp.169-193, Oxford University Press, 1996.

(2012. 3. 16 受付)

## CLAIM GENERATION PROCESSES ON ROAD OBSTACLE SUBJECTS

Kengo OBAMA, Kiyoyuki KAITO, Kiyoshi KOBAYASHI, Taiki FUKUDA  
and Katsunori ITAGAKI

In this study, the authors develop a model of the mechanism in which there generate claims about road obstacle subjects, such as fallen objects. In detail, a model is proposed while assuming the generation process of a road obstacle subject and a claim as a Poisson process. Then, the authors formulate a hierarchical hidden Poisson model while defining the generation process of a road obstacle subject as the lower system and the generation process of a claim as the upper system, in order to take into account the hierarchical relation in which the increase of road obstacle subjects influences the frequency of claims. In addition, the authors propose a Bayesian estimation method for estimating a hierarchical hidden Poisson model by using the observation data of road obstacle subjects obtained through road patrols and the work of coping with claims. Lastly, the effectiveness of the methodology proposed in this study is verified through the case study applying to an actual national road.