

逐次データ同化を利用した列車走行時の 橋梁加速度応答に基づく変位応答推計

松岡弘大¹・貝戸清之²・徳永宗正³・渡辺勉⁴・曾我部正道⁵

¹正会員 公益財団法人 鉄道総合技術研究所 鉄道力学研究部 (〒 185-8540 国分寺市光町 2-8-38)

E-mail: matsuo.kodai.13@rtri.or.jp

²正会員 大阪大学准教授 工学研究科地球総合工学専攻 (同上)

E-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp

³正会員 公益財団法人 鉄道総合技術研究所 鉄道力学研究部 (〒 185-8540 国分寺市光町 2-8-38)

E-mail: tokunaga.munemasa.68@rtri.or.jp

⁴正会員 公益財団法人 鉄道総合技術研究所 鉄道力学研究部 (同上)

E-mail: watanabe.tsutomu.30@rtri.or.jp

⁵正会員 公益財団法人 鉄道総合技術研究所 鉄道力学研究部 (同上)

E-mail: sogabe.masamichi.78@rtri.or.jp

本研究ではシミュレーションモデルに実測データを取り込み、モデルパラメータを自動的に修正する逐次データ同化を利用することで、列車走行時の橋梁で計測された加速度応答から変位応答を推計する方法論を提案する。具体的には動的な有限要素解析を逐次データ同化手法の1つである融合粒子フィルタの枠組みに組み込むことで、加速度応答を取り込みながらシミュレーションモデルとその出力結果を逐次修正する方法論を構築した。また、RC単純桁橋とRCラーメン高架橋を対象とした数値計算、および実橋での加速度応答計測への適用を通じて提案手法の有効性を検証した。その結果、モード減衰比の推計精度に課題が残るものの、列車走行時の変位応答はいずれの橋梁でも精度よく推計できることを確認した。

Key Words : *data assimilation, merging particle filter, deflection estimation, railway bridge, passing train loads*

1. はじめに

鉄道橋においては、列車の乗り心地の観点から厳しい変位制限が存在する。とりわけ、列車走行時の橋梁変位応答は極めて重要な指標となっている^{1),2)}。しかし、実橋での変位計測には固定点が必要となるために、架設状況によっては計測そのものが困難な場合も存在する。また、ラーメン高架橋など複雑な構造物では多点計測により変形性状を把握することが求められるが、多点計測には多大な労力と費用を要する³⁾。他方で、慣性計測を基本とした加速度計の低価格化に伴い、地震時の健全度診断や橋梁ヘルスマニタリングを目的とした加速度応答の計測や分析方法の進展が著しい⁴⁾⁻⁷⁾。その一端として加速度応答から変位を推計する方法論もいくつか提案されている⁸⁾⁻¹⁰⁾。しかしながら、列車走行時、すなわち列車荷重のような非定常性の強い外力の作用下における橋梁の変位応答の推計に主眼を置いた研究は十分になされていない。

本研究では、上記を踏まえて比較的簡易に取得可能な加速度応答を用いた変位応答推計に関して、データ同化手法に基づく方法論を提案する。本研究の特徴としては、1) 列車走行時の橋梁の変位応答推計に焦点を

あてること、2) 橋梁の振動現象を表現するために動的な有限要素解析^{11),12)}をシミュレーションモデルとして採用し、観測誤差項とシステム誤差項を導入して状態空間モデル(以降、推計モデルとも呼ぶ)へと拡張すること、3) シミュレーションモデルのモデルパラメータとシミュレーション結果の両方を実測加速度応答に合わせて統計的に逐次修正する逐次データ同化を応用する(特に前者をパラメータ推計問題、後者を状態推計問題と呼ぶ)こと、があげられる。逐次データ同化はシミュレーション結果と計測データ(加速度応答)を融合するデータ同化と呼ばれる方法論の1つであり、主に気象、海洋の分野で発展してきた^{13),14)}。逐次データ同化では動的なシミュレーションモデルに対し、初期条件の不確実性、および時間積分の不確実性を考慮した状態空間モデルを推計モデルとして位置づけ、パラメータ推計と状態推計を実施する。これにより、シミュレーションモデルにおける材料特性のようなモデルパラメータのみならず、加速度、変位などの状態も実際の計測データを用いて算出することができる。近年、構造分野においても、加速度応答や速度応答を用いて有限要素モデルのパラメータ推計に逐次データ同化を応用する試みが国内外で実施されている¹⁵⁾⁻¹⁹⁾。

以上の問題意識のもと、本研究では、実際の計測データとして列車走行時の加速度応答を用いた逐次データ同化を実施する。特に本研究では逐次データ同化に基づいて、モデルパラメータの推計問題のみならず、実際には計測されていない変位応答の推計問題の解決を試みる。以下、**2.**で逐次データ同化手法の1つである融合粒子フィルタについて説明し、**3.**で数値計算を用いた双子実験により本手法の妥当性を検証する。さらに**4.**で単純桁形式、およびラーメン形式の2種類のRC鉄道高架橋への適用を通じて提案手法の有効性を示す。

2. 逐次データ同化法

(1) 逐次データ同化と粒子フィルタ

有限要素解析のような数値シミュレーションに対して計測データを取り込む一連の方法論をデータ同化と呼ぶ¹³⁾。特に動的な有限要素解析のように時間発展を伴うシミュレーションに対して逐次的に計測データを取り込み、モデルパラメータの修正と予測を行う方法論は逐次データ同化と呼ばれ、アンサンブルカルマンフィルタ²⁰⁾(以下、EnKF)や粒子フィルタ¹⁹⁾といった方法に細分化される。なお、粒子フィルタはモンテカルロフィルタとも呼ばれるが、ここでは参考文献¹³⁾に従い粒子フィルタと呼ぶ。逐次データ同化の方法論はいずれもシミュレーションモデルを統計的時系列モデルと考えたベイズ更新の繰り返しとして理解できる。当然のことながら、シミュレーションモデルは確定的に設定したモデルパラメータに対して同じく確定的なシミュレーション結果を出力するために、モデルパラメータの統計的性質をモンテカルロシミュレーションによる乱数の集合として表現する。このとき生成された個々の乱数を粒子、粒子の集合をアンサンブルと呼ぶ。このようなシミュレーションモデルを介して生成したアンサンブルは、必然的に事前分布(予測分布)と事後分布(フィルタ分布)が共役にはならず、解析的に事後分布を求めることはできない。そこで事後分布の算出には復元と呼ばれる手法が採用される。EnKFと粒子フィルタの相違はこの復元方法にある。EnKFでは事前分布と事後分布の間に線形性とガウス性の仮定を設けることにより事後分布が算出される。一方で、粒子フィルタではリサンプリングと呼ばれる数値シミュレーション法を用いることにより事後分布が算出される。リサンプリングを用いる粒子フィルタでは非線形性と非ガウス性を有するモデルにも適用可能となっていることから、本研究でも粒子フィルタを利用する。粒子フィルタの利点は、本研究で取り扱う動的な有限要素解析のようなシミュレーションのモデルパラメータとシミュレーション結果を計測可能な情報に応じて修

正していく点にある。すなわち、たとえ1点の計測データのみが利用可能であっても、シミュレーションモデル全体、および設定した全てのシミュレーション結果が計測データに合うよう修正される²⁰⁾。これにより、シミュレーションでは設定したが実際には計測していない箇所においても、計測された箇所のデータが反映され、実現象に合うよう修正されたモデルパラメータ、およびシミュレーション結果を得ることができる。一方で、欠点としてシミュレーションモデルの自由度が多すぎる場合にはその解析に膨大な時間を要するとともに、リサンプリングに際してアンサンブルが1箇所に集中してしまい、統計的多様性が失われるというアンサンブルの退化が生じることがあげられる¹³⁾。前者に対しては並列計算を援用することで計算時間を抑えることが可能である。後者に対してはリサンプリング過程にアンサンブルの退化を抑制するプロセスを組み込んだ融合粒子フィルタ^{21),22)}を適用する。融合粒子フィルタのリサンプリング過程については**2.(4)**で述べる。

(2) シミュレーションモデルの概要

物理空間座標における N 自由度離散系の橋梁の運動方程式は、

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{y}(t) = \mathbf{u}(t) \quad (1)$$

$$(t = 0, \dots, T)$$

と定義できる。式中、 \mathbf{M} は質量行列、 \mathbf{C} は減衰行列、 \mathbf{K} は剛性行列であり、それぞれ $N \times N$ 次元の正方行列である。また、 $\mathbf{y}(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_N(t)]^T$ 、 $\mathbf{u}(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_N(t)]^T$ は N 次元の変位ベクトルと外力ベクトルを、右上の添え字 T はベクトルの転置をそれぞれ表す。本研究では単純桁形式、およびラーメン形式の鉄道高架橋を対象とすることを念頭におき、2次元弾性梁要素を用いた動的な有限要素解析(シミュレーション)を基本に以降の議論を進める。このとき、任意の節点 m は $[y_{m_h}(t), y_{m_v}(t), y_{m_r}(t)]^T$ で表される水平、鉛直、回転方向の3自由度を有する。また、 $m_h = 3n - 2$ ($n = 1, \dots, N/3$)、 $m_v = 3n - 1$ 、および $m_r = 3n$ である。質量行列 \mathbf{M} 、減衰行列 \mathbf{C} 、剛性行列 \mathbf{K} は各節点の座標と節点間のリンクである要素の幾何・材料特性により決定される。なお、幾何非線形、材料非線形は考慮していない。また、走行列車は速度が一定で鉛直方向に作用する連行移動荷重としてモデル化する。当然、橋梁や走行列車の挙動を細部まで精緻に再現するためにはより詳細なモデル化と非線形性を考慮した高度なシミュレーションモデル^{23),24)}が必要である。しかし、後述するように逐次データ同化ではシミュレーションモデルの不完備性を含めた誤差を計測情報に合わせて逐次修正可能であることから、本研究

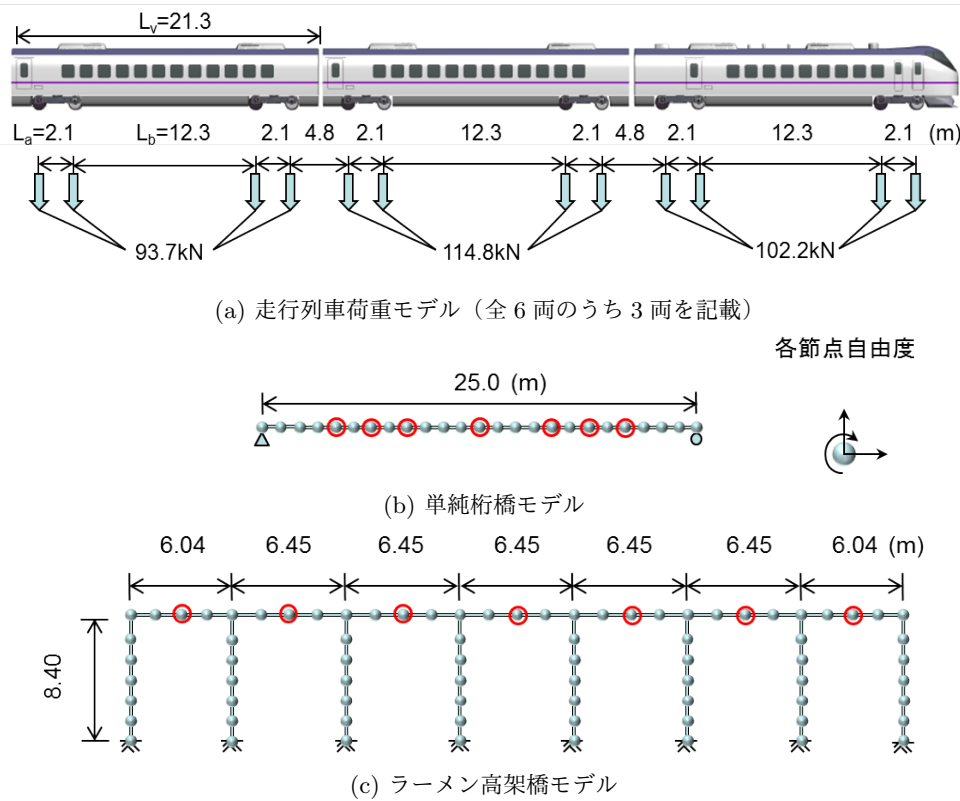


図-1 シミュレーションモデル

では橋梁の全体的挙動を再現可能なシミュレーションモデルで充分であると判断した。

具体的な有限要素モデルと連行移動荷重列を図-1に示す。対象橋梁は実在する単純桁形式（以下、単純桁橋）とラーメン形式（以下、ラーメン高架橋）の2種類とする。全長はそれぞれ25mと45mである。ラーメン高架橋は7径間連続形式であり、各径間長は端径間が6.04m、中間径間が6.45mとなっている。また、橋脚高さは端径間、中間径間ともに8.40mであり、橋脚下部は固定支持とした。連行移動荷重列は一定速度で移動する集中荷重の列であり、実際に各橋梁を通過する列車の諸元を踏まえて93.7~114.8kNとした。集中荷重が節点間に作用する場合には、その位置に応じて近接する2節点間で鉛直・回転方向の釣り合いが満たされるように荷重が分配されると仮定した。基礎および地盤はモデル化していない。対象とした橋梁はいずれも複線橋であるが、床板構造が省略されている。既往の研究結果から列車荷重の9割以上を荷重載荷側の主桁が支持する傾向が確認されている²⁵⁾。このことから、本研究で採用した片側主桁のみの2次元有限要素モデルでも全体的挙動をある程度再現できるものと考えた。各有限要素モデルの梁要素1つ当たりの長さは梁部で1m程度、橋脚部で1.4m程度とした。総節点数は単純桁橋で25点、ラーメン高架橋で77点、総要素数は単純桁橋で24要素、ラーメン高架橋で76要素で

ある。各要素の断面2次モーメントは各橋梁の設計断面諸元より算出した値（単純桁橋：4.719m⁴、ラーメン高架橋桁：0.221m⁴、ラーメン高架橋柱：0.016m⁴）を用いた。一方でヤング率は設計値2.5 × 10⁷N/m²を基本とした。また減衰については比例減衰を仮定し、1次モードのモード減衰比を3%としてレイリー減衰により算出した減衰係数を基本とした。

(3) 動的シミュレーションと状態空間表現

いま、シミュレーションにより式(1)を解くことを考え、時間刻みΔtの離散時間系に変換する。離散化に伴う時間積分にニューマークβ法を採用すれば、以下の式よりN自由度離散系の橋梁の状態（加速度、速度、変位）を逐次的に計算することができる¹²⁾。

$$\ddot{\mathbf{y}}(t) = \left(\mathbf{M} + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{C} + \beta \Delta t^2 \mathbf{K} \right)^{-1} (\mathbf{u}(t) + \mathbf{B}_c \mathbf{C} + \mathbf{B}_k \mathbf{K}) \quad (2a)$$

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = \dot{\mathbf{y}}(t - \Delta t) + \Delta t \frac{\ddot{\mathbf{y}}(t - \Delta t) + \ddot{\mathbf{y}}(t)}{2} \quad (2b)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{y}(t - \Delta t) + \Delta t \dot{\mathbf{y}}(t - \Delta t) + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{\mathbf{y}}(t - \Delta t) + \beta \Delta t^2 (\ddot{\mathbf{y}}(t) - \ddot{\mathbf{y}}(t - \Delta t)) \quad (2c)$$

なお、

$$\mathbf{B}_c = -\dot{\mathbf{y}}(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} \ddot{\mathbf{y}}(t - \Delta t) \quad (3a)$$

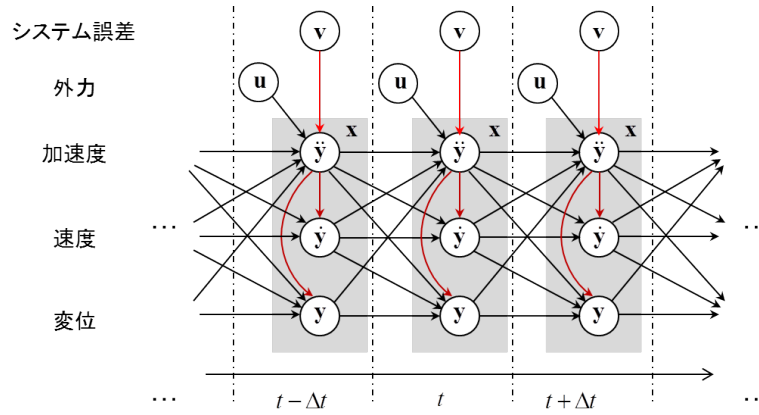


図-2 各変数間の依存性

$$\mathbf{B}_k = -\mathbf{y}(t-\Delta t) + \Delta t \dot{\mathbf{y}}(t-\Delta t) + \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \Delta t^2 \ddot{\mathbf{y}}(t-\Delta t) \quad (3b)$$

また、時点 t の状態量 $\mathbf{x}(t)$ を

$$\mathbf{x}(t) = [\ddot{\mathbf{y}}(t)^T, \dot{\mathbf{y}}(t)^T, \mathbf{y}(t)^T]^T \quad (4)$$

で表される $3N$ 行のベクトルとして設定する。式 (2) は時点 $t - \Delta t$ から時点 t の状態への時間発展を表す演算子 $f(\cdot)$ を用いることで、

$$\mathbf{x}(t) = f(\mathbf{x}(t - \Delta t)) \quad (5)$$

として表すことができる。このとき時点 $t - \Delta t$ から時点 t への時間発展に伴って任意の確率分布 p_v に従うシステム誤差 $\mathbf{v}(t)$ が発生すると考える。一般的に、システム誤差は時間発展に関する近似のみならず有限要素モデルへの離散化や支持条件、荷重設定といったシミュレーションの不完備性を補完する目的で導入される¹³⁾。本研究では、

$$\ddot{\mathbf{y}}(t) = \left(\mathbf{M} + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{C} + \beta \Delta t^2 \mathbf{K} \right)^{-1} \cdot (\mathbf{u}(t) + \mathbf{B}_c \mathbf{C} + \mathbf{B}_k \mathbf{K}) + \mathbf{G} \mathbf{v}(t) \quad (6)$$

のように、 N 変量のシステム誤差項 $\mathbf{G} \mathbf{v}(t)$ を設定する。ここでは特に、

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{g} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{g} & & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{g} \end{bmatrix}_{(N \times N)} \quad (7)$$

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

であり、自由度 $m_v = 3n - 1$ ($n = 1, \dots, N/3$) の鉛直方向加速度に対してのみ導入する。図-2 には式 (6) を踏まえた各変数間の依存関係を示している。システム誤差は特にニューマーク β 法で導入されている加速度

応答 $\ddot{\mathbf{y}}$ の時間発展に関する近似のほかに、列車荷重を既知として取り扱うために生じる荷重設定の近似に対するシミュレーションの不完備性を補完することが目的である。一方で、図-2 に示すように加速度応答 $\ddot{\mathbf{y}}$ に導入されたシステム誤差 $\mathbf{v}(t)$ は式 (2) の関係により速度応答 $\dot{\mathbf{y}}$ と変位応答 \mathbf{y} にも反映される。システム誤差 $\mathbf{v}(t)_{(N \times 1)}$ を考慮したシミュレーションの時間発展 (式 (5)) は、

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= f(\mathbf{x}(t - \Delta t)) + \mathbf{G}' \mathbf{v}(t) \\ &= f'(\mathbf{x}(t - \Delta t), \mathbf{v}(t)) \end{aligned} \quad (9)$$

の一般形として表現できる。式中、 \mathbf{G}' は、

$$\mathbf{G}' = \begin{bmatrix} \mathbf{G} \\ \mathbf{O} \\ \mathbf{O} \end{bmatrix}_{(3N \times N)} \quad (10)$$

である。なお、 \mathbf{O} は $N \times N$ 次の 0 行列である。

いま、式 (9) のシミュレーションで算出される状態量のうち、 M 個が実際の橋梁から計測できると考える。ただし、このとき計測データには確率分布 p_w に従う観測誤差 $\mathbf{w}(t)$ が混入しているものとする。また、計測可能である M 個の状態量を $3N$ 次元の状態量ベクトル \mathbf{x} から指定するために $M \times N$ 次元の行列 \mathbf{H} を定義する。行列 \mathbf{H} により状態量 $\mathbf{x}(t)$ の中から図-1 に示す計測点を設置した箇所の鉛直方向自由度成分が抽出される¹³⁾。これにより、シミュレーションより算出される状態量 $\mathbf{H} \mathbf{x}(t)$ と M 変量の観測誤差 $\mathbf{w}(t)$ を用いることで、観測値の予測分布 $\mathbf{z}(t)$ が以下の式 (11) で表現できる。

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{H} \mathbf{x}(t) + \mathbf{w}(t) \quad (11)$$

式 (9) および式 (11) はそれぞれ一般化された状態空間表現におけるシステム方程式と観測方程式であるために、統計的時系列モデルと同様に取り扱うことができ¹³⁾。以上より、2.(4) で述べるように、初期値推計として有限要素モデルのパラメータ推計が可能であるとともに、状態推計として計測データにより修正され

た任意の状態量を取得することが可能になる。

(4) 粒子フィルタ

2.(3) では逐次データ同化における数値シミュレーションの確率的取り扱いと観測値の関係について述べた。本節では、確率分布として得られる動的シミュレーションの結果と観測値を融合する状態推計、さらにはパラメータ推計について、参考文献²¹⁾を踏襲し、ベイズ統計学的立場から説明する。

いま、実際に観測された値 \bar{z} について、 $\bar{z}(a)$ から $\bar{z}(b)$ まで並べたものを $\bar{z}(a:b)$ と表記する。状態推計について説明するために、 $t-\Delta t$ 時点までの観測値 $\bar{z}(1:t-\Delta t)$ と、この観測値を既知とした逐次データ同化の結果である確率密度関数 $p(\mathbf{x}(t-\Delta t)|\bar{z}(1:t-\Delta t))$ が得られていると仮定する。このとき、1期先時点 t の状態量の確率密度関数は、シミュレーションによる時間発展(式(9))と $\mathbf{x}(t-\Delta t)$ に関する周辺化²⁶⁾により、

$$p(\mathbf{x}(t)|\bar{z}(1:t-\Delta t)) = \int p(\mathbf{x}(t)|\mathbf{x}(t-\Delta t))p(\mathbf{x}(t-\Delta t)|\bar{z}(1:t-\Delta t))d\mathbf{x}(t-\Delta t) \quad (12)$$

と定式化される。ベイズ統計学の観点に立てば、式(12)は時点 t の観測値 $\bar{z}(t)$ が得られる前に取得可能な時点 t の状態量 $\mathbf{x}(t)$ に関する事前情報であり、事前確率密度関数と呼ばれる²⁶⁾。

つぎに、式(12)によって時点 t に関する状態量的事前情報が得られた後、時点 t の観測値 $\bar{z}(t)$ が新たに得られたと考える。このとき、観測値 $\bar{z}(t)$ を加えた時点 t までの全ての観測値 $\bar{z}(1:t)$ を与件とした、時点 t の状態量 $\mathbf{x}(t)$ に関する条件付き確率密度関数 $p(\mathbf{x}(t)|\bar{z}(1:t))$ は、新たに得られた観測値 $\bar{z}(t)$ により修正(同化)された確率密度関数を表しており、事後確率密度関数と呼ばれる。ベイズの定理により事後確率密度関数は

$$p(\mathbf{x}(t)|\bar{z}(1:t)) = \frac{p(\bar{z}(t)|\mathbf{x}(t))p(\mathbf{x}(t)|\bar{z}(1:t-\Delta t))}{p(\bar{z}(t)|\bar{z}(1:t-\Delta t))} \quad (13)$$

と定式化される²¹⁾。なお、式(13)中の $p(\bar{z}(t)|\mathbf{x}(t))$ はシミュレーションによる時点 t の状態量を既知とした観測値 $\bar{z}(t)$ の確率密度関数(尤度)であり、式(11)に基づいて算出される。これにより、初期の状態量 $\mathbf{x}(0)$ が与えられることで、 $t=1, \dots$ について式(12)と式(13)を用いて、逐次的に観測値 $\bar{z}(1:t)$ で同化された状態量の分布 $p(\mathbf{x}(t)|\bar{z}(1:t))$ を得ることができる。時間発展演算子 $f(\cdot)$ および観測方程式が線形であり、システム誤差と観測誤差が正規分布に従う場合に限り、式(12)と式(13)による逐次更新アルゴリズムは代数計算として解析的に解くことができ、カルマンフィルタとして広く知られている。フィルタ理論では式(12)の事前確率密度関数を予測分布、式(13)の事後確率密度関数を

フィルタ分布と呼んでおり、本研究でも以下、同様に記述する。

一方で、式(9)では動的シミュレーションにより時間発展を記述しているために、予測分布やフィルタ分布を解析的に評価することはできない。そこでこれらの状態の確率分布を多数のサンプル(粒子)の集合(アンサンブル)により近似する数値計算で解くことを考える。 L 個の粒子による予測分布とフィルタ分布のアンサンブル近似はそれぞれ以下のように表すことができる¹³⁾。

$$p(\mathbf{x}(t)|\bar{z}(1:t-\Delta t)) \simeq \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(i)}(t|t-\Delta t)) \quad (14)$$

$$p(\mathbf{x}(t)|\bar{z}(1:t)) \simeq \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(i)}(t|t)) \quad (15)$$

式中、 $\mathbf{x}^{(i)}(t|t-\Delta t)$ は確率密度関数 $p(\mathbf{x}(t)|\bar{z}(1:t-\Delta t))$ に従う乱数の i 番目の実現値を、 $\mathbf{x}^{(i)}(t|t)$ は確率密度関数 $p(\mathbf{x}(t)|\bar{z}(1:t))$ に従う乱数の i 番目の実現値を、 $\delta(\cdot)$ はデルタ関数をそれぞれ表す。

式(14)、式(15)を逐次算出するアルゴリズムの1つが粒子フィルタである。以下にその手順を示す。

ステップ1 $\mathbf{X}(0|0) = [\mathbf{x}^{(1)}(0|0), \dots, \mathbf{x}^{(L)}(0|0)]$ を初期分布 $p(\mathbf{x}(0))$ に従って発生させる。

ステップ2 $i=1$ として以下のサブステップを実行する。

ステップ2-1 粒子 i のシステム誤差を表す乱数 $\mathbf{v}^{(i)}(t)$ を分布 p_v に従って発生させる。

ステップ2-2 粒子 i の Δt 先の状態を

$$\mathbf{x}^{(i)}(t|t-\Delta t) = f'(\mathbf{x}^{(i)}(t-\Delta t|t-\Delta t), \mathbf{v}^{(i)}(t)) \quad (16)$$

により算出する。

ステップ2-3 粒子 i の状態 $\mathbf{x}^{(i)}(t|t-\Delta t)$ の尤度を

$$\lambda^{(i)}(t) = p(\bar{z}(t)|\mathbf{x}^{(i)}(t|t-\Delta t)) \quad (17)$$

により計算する。

ステップ2-4 $i=L$ であれば**ステップ3**に進む。

$i < L$ であれば $i=i+1$ として**ステップ2-1**へ戻る。

ステップ3 各粒子 $i(i=1, \dots, L)$ について

$$\alpha^i(t) = \frac{\lambda^{(i)}(t)}{\sum_{j=1}^L \lambda^{(j)}(t)} \quad (18)$$

を算出する。

ステップ4 $\mathbf{X}(t|t-\Delta t) = [\mathbf{x}^{(1)}(t|t-\Delta t), \dots, \mathbf{x}^{(L)}(t|t-\Delta t)]$ から各粒子 $\mathbf{x}^{(i)}(t|t-\Delta t)$ が $\alpha^i(t)$ の確率で選ばれるように L 回の復元抽出を行い、 $\mathbf{X}(t|t) = [\mathbf{x}^{(1)}(t|t), \dots, \mathbf{x}^{(L)}(t|t)]$ を構成する。

ステップ5 $t=T$ であれば計算を終了する。 $t < T$ であれば $t=t+\Delta t$ として**ステップ2**へ戻る。

粒子フィルタのアルゴリズムにおける**ステップ4**は

式 (13) の事後分布の算出に相当し, これをリサンプリングと呼ぶ. リサンプリング過程を経ることで, 尤度が高く現象をよく表現している粒子は次の時点に多く残り, 逆に尤度が低く現象との乖離が大きな粒子は消えていく. 多数粒子を用いた粒子フィルタの計算は膨大な時間を要するが, ステップ 2-1 からステップ 2-4 のサブステップにおける各粒子 i の計算過程が互いに独立であることに着目すれば, 並列処理の利用によって計算時間の短縮を図ることが可能である. 観測値 $\bar{\mathbf{z}}(t)$ として橋梁で計測された加速度応答を採用すれば, 粒子フィルタにより算出される状態量 $\mathbf{X}(t|t)$ の期待値 $E[\mathbf{X}(t|t)]$ の部分要素として変位応答の推計値 $\hat{\mathbf{y}}(t)$ を得ることができる.

パラメータ推計に関しては, 未知パラメータを $\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \dots])$ と定義し, 状態量を,

$$\mathbf{x}_p(t) = [\mathbf{x}(t), \boldsymbol{\theta}]^T \quad (19)$$

と置き替え, 予測分布とフィルタ分布の計算を時点 T まで同様に実施することで, 未知パラメータの事後分布 $p(\boldsymbol{\theta}|\bar{\mathbf{z}}(1:T))$ を得る. この場合, 時間発展演算子 $f'(\mathbf{x}(t-\Delta t), \mathbf{v}(t))$ は,

$$f_p(\mathbf{x}_p(t-\Delta t), \mathbf{v}(t)) = \begin{bmatrix} f'(\mathbf{x}(t-\Delta t), \mathbf{v}(t)) \\ \boldsymbol{\theta}^T \end{bmatrix} \quad (20)$$

と新たに定義される²¹⁾.

リサンプリング過程では尤度の低い粒子が消えていくために, ほとんどの粒子が似た値になってしまうというアンサンブルの退化問題の発生が指摘されている. リサンプリングにおいて同じ粒子が多数生成された場合でもシステム誤差により粒子の多様性が付加されるが, 高自由度のモデルを扱う場合にはシステム誤差による多様性の付加がリサンプリングによる多様性の消失に追いつかなくなってしまう¹³⁾. さらに, 式 (20) が示すようにパラメータ推計においてはシステム誤差が付加されないために, リサンプリングにおけるアンサンブルの退化に耐えうる大量の粒子を生成する必要がある. これに対して, 2.(5) で説明する中野ら²¹⁾により提案された融合粒子フィルタ・スムーザの適用よりアンサンブルの退化の抑制をはかる.

(5) 融合粒子フィルタ

リサンプリングによる粒子の多様性の退化に対して, さまざまな方法論が提案されている^{17), 19)}. 本研究では中野ら²¹⁾により提案された融合粒子フィルタを適用する. 融合粒子フィルタはリサンプリング過程における復元抽出が離散分布 $p(\alpha)$ からのランダムサンプリングであることを利用し, $l \times L (l > 2)$ 個の粒子を抽出したうえで, 各粒子を l 個の重み付き和として復元させる. すなわち, 粒子フィルタの計算手順におけるステップ 4 に

において, $\mathbf{X}(t|t-\Delta t) = [\mathbf{x}^{(1)}(t|t-\Delta t), \dots, \mathbf{x}^{(L)}(t|t-\Delta t)]$ からの各粒子 $\mathbf{x}^{(i)}(t|t-\Delta t)$ の抽出を $l \times L$ 回行い,

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}} = & \\ & [\dot{\mathbf{x}}^{(1,1)}(t|t), \dots, \dot{\mathbf{x}}^{(l,1)}(t|t), \dots, \dot{\mathbf{x}}^{(1,L)}(t|t), \dots, \dot{\mathbf{x}}^{(l,L)}(t|t)] \end{aligned} \quad (21)$$

を生成し,

$$\mathbf{x}^{(i)} = \sum_{j=1}^l \gamma_j \dot{\mathbf{x}}^{(j,i)} \quad (22)$$

によりフィルタ分布を構成する各粒子 $\mathbf{x}^{(i)}(t|t)$ の復元を行う. このとき,

$$\sum_{j=1}^l \gamma_j = 1 \quad (23a)$$

$$\sum_{j=1}^l \gamma_j^2 = 1 \quad (23b)$$

を満たすよう重み γ_j を設定することで, フィルタ分布 $p(\mathbf{x}(t)|\bar{\mathbf{z}}(1:t))$ の平均と分散共分散の情報を保存したアンサンブル $\mathbf{X}(t|t) = [\mathbf{x}^{(1)}(t|t), \dots, \mathbf{x}^{(L)}(t|t)]$ を算出することができる.

以上により修正されたりサンプリングを含めた融合粒子フィルタの逐次計算手順を以下にまとめる.

ステップ 1 $\mathbf{X}(0|0) = [\mathbf{x}^{(1)}(0|0), \dots, \mathbf{x}^{(L)}(0|0)]$ を初期分布 $p(\mathbf{x}(0))$ に従って発生させる.

ステップ 2 $i = 1$ として以下のサブステップを実行する.

ステップ 2-1 粒子 i のシステム誤差を表す乱数 $\mathbf{v}^{(i)}(t)$ を分布 p_v に従って発生させる.

ステップ 2-2 粒子 i の Δt 先の状態を

$$\mathbf{x}^{(i)}(t|t-\Delta t) = f(\mathbf{x}^{(i)}(t-\Delta t|t-\Delta t), \mathbf{v}(t)) \quad (24)$$

より算出する.

ステップ 2-3 粒子 i の状態 $\mathbf{x}^{(i)}(t|t-\Delta t)$ の尤度を

$$\lambda^{(i)}(t) = p(\bar{\mathbf{z}}(t)|\mathbf{x}^{(i)}(t|t-\Delta t)) \quad (25)$$

より計算する.

ステップ 2-4 $i = L$ であればステップ 3 に進む. $i < L$ であれば $i = i + 1$ としてステップ 2-1 へ戻る.

ステップ 3 各粒子 $i (i = 1, \dots, L)$ について

$$\alpha^i(t) = \frac{\lambda^{(i)}(t)}{\sum_{j=1}^L \lambda^{(j)}(t)} \quad (26)$$

を算出する.

ステップ 4-1 $\mathbf{X}(t|t - \Delta t) = [\mathbf{x}^{(1)}(t|t - \Delta t), \dots, \mathbf{x}^{(L)}(t|t - \Delta t)]$ から各粒子 $\mathbf{x}^{(i)}(t|t - \Delta t)$ が $\alpha^i(t)$ の確率で選ばれるように $l \times L$ 回の抽出を行い, $\dot{\mathbf{X}}(t|t) = [\dot{\mathbf{x}}^{(1,1)}(t|t), \dots, \dot{\mathbf{x}}^{(l,L)}(t|t)]$ を構成する.

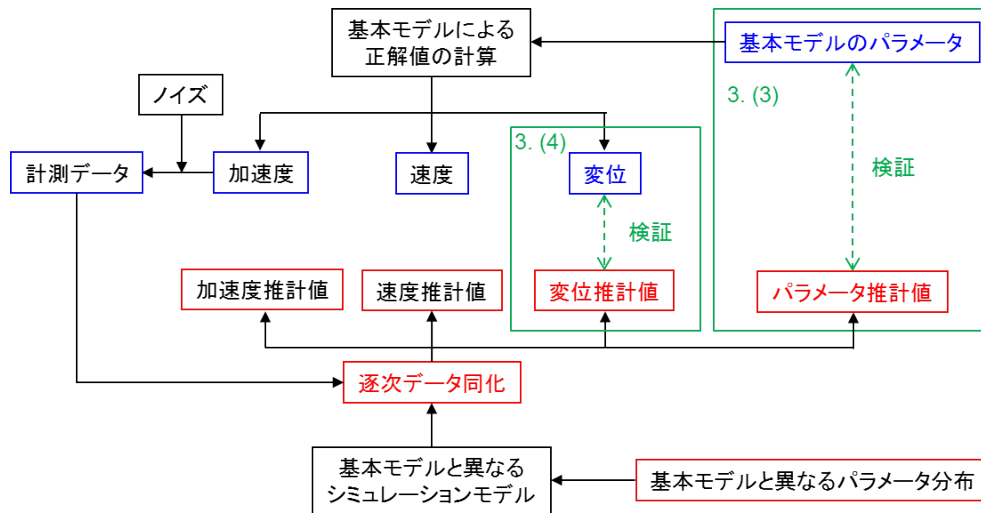


図-3 双子実験の流れ

ステップ 4-2 各粒子 $i(i = 1, \dots, L)$ について,

$$\mathbf{x}^{(i)}(t|t) = \sum_{j=1}^l \gamma_j \mathbf{x}^{(j,i)}(t|t) \quad (27)$$

として, $\mathbf{X}(t|t) = [\mathbf{x}^{(1)}(t|t), \dots, \mathbf{x}^{(L)}(t|t)]$ を復元する.

ステップ 5 $t = T$ であれば計算を終了する. $t < T$ であれば $t = t + \Delta t$ としてステップ 2 へ戻る.

3. 数値計算による妥当性の検証

(1) 双子実験の方法

以下では 2. で述べた逐次データ同化手法の有効性について双子実験に基づく検証を実施する. 双子実験は諸元や条件の正解値を予め設定したシミュレーションモデルによる計算結果を計測データと考え, 正解値と異なる諸元や条件のシミュレーションモデルに計測データを逐次データ同化させる実験方法である (図-3)¹³⁾. シミュレーションにより時間発展を記述するデータ同化においては一般的な可観測性に関する議論が困難であるために, 取得情報に応じて同化が可能か否かを検証するために双子実験が実施される. 本研究では適用事例として加速度応答からの変位応答の推計を取り扱うことから, 正解値を用いたモデルによるシミュレーション結果のうち, 一部の節点の鉛直加速度応答に人工的なノイズを加えたものを計測データとして用いた双子実験を実施する. 双子実験によって, 図-1 に示した 2 橋梁の逐次データ同化によるパラメータ推計, および変位応答推計の精度について, 3.(3) と 3.(4) でそれぞれ検証する. なお, 推計するシミュレーションモデルのパラメータはヤング率とモード減衰比とし, これらのパラメータは主桁の全ての要素で同一であるとす

る. さらに, データ同化に利用するシミュレーションモデルの計算結果は図-1 に赤丸で示す計測点が配置される節点の鉛直自由度の加速度応答に白色雑音を加えたものとし, 単純桁橋で 7 点, ラーメン高架橋で 7 点の加速度応答をそれぞれ用いた.

(2) 正解値と逐次データ同化の設定

図-1(b), (c) に示した各橋梁に対して図-1(a) の列車荷重を作用させる動的シミュレーションを実施し, 正解値を算出した. シミュレーションモデルのパラメータは, 2.(2) で述べたようにヤング率を $2.5 \times 10^7 \text{N/m}^2$, モード減衰比を 3% とした. また, 動的シミュレーションの時間刻みは 0.005sec とした. 算出した動的応答の例として, 単純桁橋の径間中央, およびラーメン高架橋の第 4 径間中央の鉛直方向加速度応答を図-4 に示す. 実測応答として利用する加速度応答に付加するノイズは, 各橋梁の最大加速度振幅の約 10% を標準偏差として有する平均 0 の正規分布に従って生成した. なお, 生成したノイズは計測点ごとに独立である. 具体的には単純桁橋のノイズの標準偏差を 0.05m/sec^2 , ラーメン高架橋のノイズの標準偏差を 1.0m/sec^2 と設定した. 実測応答として利用するノイズを付加した加速度応答の例として, 単純桁橋の径間中央, およびラーメン高架橋の第 4 径間中央の鉛直方向加速度応答を図-5 にそれぞれ示す.

つぎに, 逐次データ同化の設定について, 未知パラメータである主桁のヤング率とモード減衰比をそれぞれ $1.8 \sim 2.8 \times 10^7 \text{N/m}^2$, 0.5~5% の一様分布と仮定した. なお, ヤング率とモード減衰比はすべての要素で同一であると仮定した. また, 質量については設計情報を参照し, 既知とした. これらのパラメータは, 減衰行列 \mathbf{C} , 剛性行列 \mathbf{K} , 質量行列 \mathbf{M} を通じて式 (1) に反映

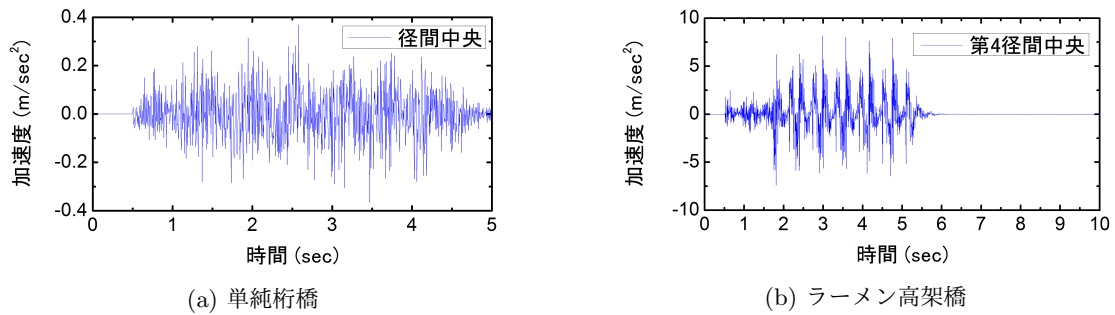


図-4 シミュレーションにより算出した加速度応答 (正解値)

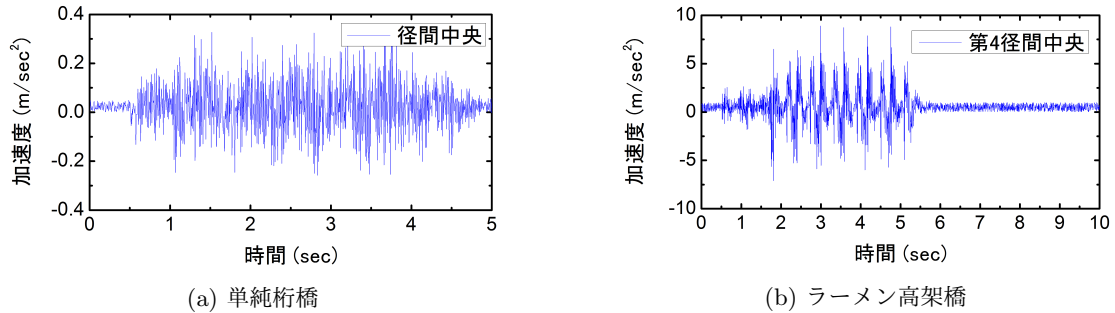


図-5 ノイズを付加した加速度応答

される。いずれの未知パラメータの期待値も正解値の90%程度となっており、データ同化の適用において、パラメータの正解値、および付加ノイズの割合が未知であることを想定している。粒子フィルタの観測誤差 w に、付加したノイズとは異なるパラメータを設定した。具体的には単純桁橋で標準偏差 0.10m/sec^2 、ラーメン高架橋で標準偏差 3.0m/sec^2 の正規分布とした。さらに、システム誤差の値はいずれの橋梁も全ての節点で同じ分布に従うと仮定し、加速度応答 (鉛直方向) の最大振幅の約0.1%を標準偏差として有する平均0の正規分布を採用した。また粒子数 L は既往の研究^{15),16)}を参考に200とした。なお、粒子数により推計精度が異なることが指摘されているために、後述するように粒子数を400, 1000とした場合の推計結果と比較し、推計精度に大きな違いがないことを確認している。また、融合粒子フィルタのリサンプリングでは3つの粒子の重み付き平均 ($l=3$) により復元を行うこととした。既往研究²¹⁾における重み係数の設定は、式(23a), (23b)を満たす2つの組み合わせが比較され、低次元のモデルでは一つの粒子に1に近い値を設定した方が推計精度がよいことが指摘されている。一方で、高次元のモデルにおいてはそのような設定ではアンサンブルの退化を十分に抑制できないことが指摘されている。本研究では、比較的高次元の有限要素モデルを利用することを考慮し、アンサンブルの退化を避ける目的で $\gamma_1 = 3/4$, $\gamma_2 = (1 + \sqrt{13})/8$, $\gamma_3 = (1 - \sqrt{13})/8$ と設定した。

(3) パラメータの推計結果

3.(2) で設定した観測応答と融合粒子フィルタにより、逐次データ同化を実施した。本節では逐次データ同化の結果のうち、ヤング率とモード減衰比のパラメータ推計結果について述べる。図-6には2橋梁のヤング率の推計結果を示している。いずれの橋梁においても列車が橋梁に進入する0.5sec時点からヤング率の分布は多少上下しながらも一定値に収束しているとともに、収束した値は正解値とほぼ一致していることがわかる。一方で、図-7に示すモード減衰比については、単純桁橋の場合には正解値付近に推計値が収束しているが、ラーメン高架橋では正解値(3.0%)と若干異なる値(2.6%)に収束している。なお、ラーメン高架橋においては粒子数を400, 1,000と増やした場合でも試行ごとに見られる推計値のばらつきは抑制されなかった。このことから、正解値との相違は粒子数の不足によるアンサンブルの退化に起因する問題ではないことが指摘できる。一方で単純桁橋ではこのようなばらつきは確認できず、橋梁の自由度の増加や形状が複雑化したことで、モード減衰比の正解値を推計するための観測情報が不足し、劣決定問題²⁶⁾に陥っていると考えられる。劣決定問題への対処法として、ラーメン高架橋に設置する計測点数を増やすことで観測情報を増加させ、解の一意性を向上させる、もしくは異なる物理量(速度応答)の計測を合わせて実施することで、解の安定性を向上させることがあげられるが、本研究の主たる目的は次節で

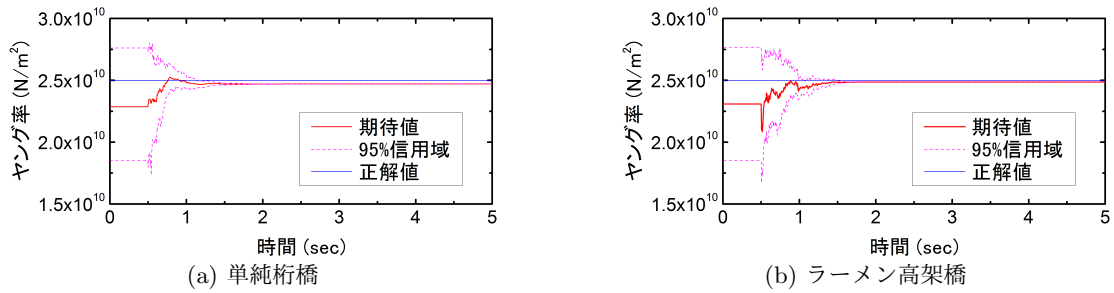


図-6 双子実験によるヤング率の推計結果

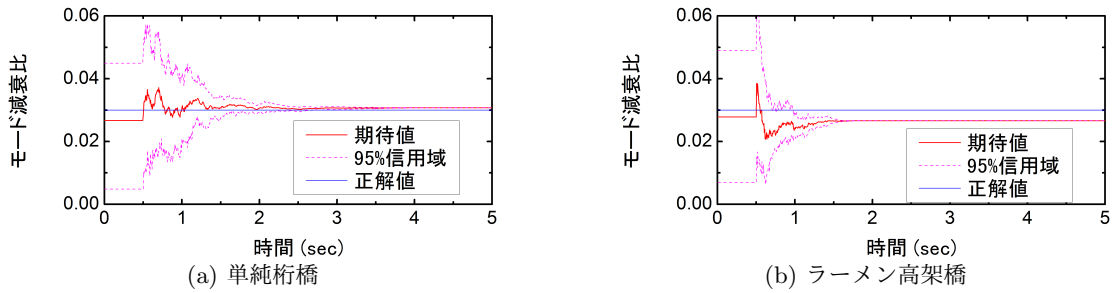


図-7 双子実験によるモード減衰比の推計結果

述べる変位応答の推計であり、変位応答の推計に最も影響を及ぼすと考えられるヤング率が精度よく推計されていることから、計測点数などの諸条件を変化させた検証を実施しないこととする。

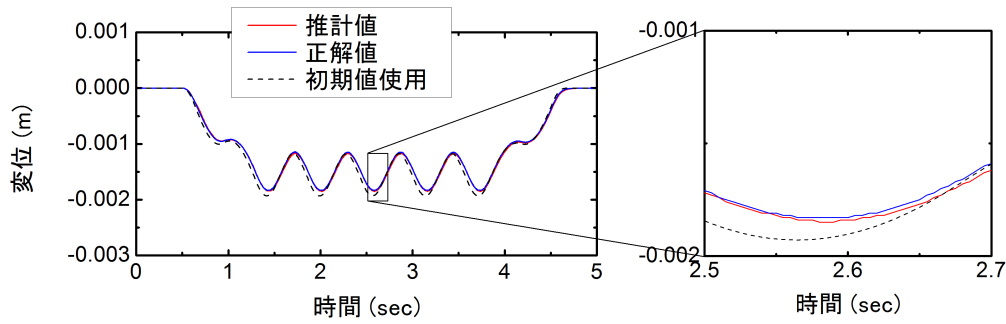
以上より双子実験を利用して各橋梁のパラメータ推計の精度について検討した結果、7径間ラーメン高架橋のモード減衰比の推計に対して課題が残るものの、桁のヤング率についてはたとえパラメータの初期分布の期待値や観測誤差が正解値と異なっても、単純桁橋、ラーメン高架橋ともに粒子数 200 程度で精度よく推計可能であることが確認できた。

(4) 変位応答の推計結果

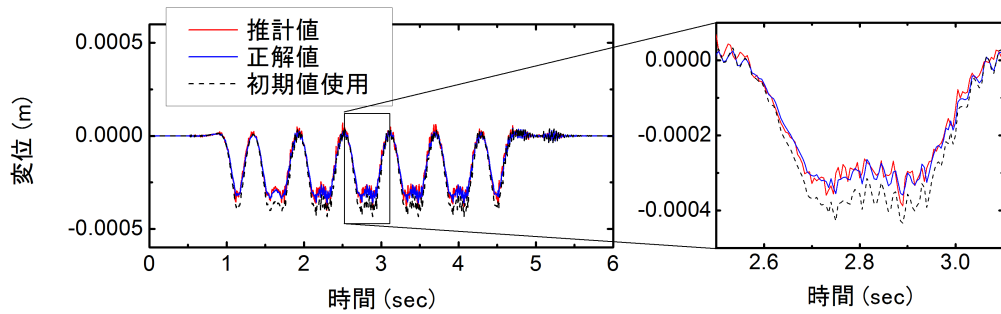
図-8には単純桁橋の径間中央の鉛直方向変位、およびラーメン高架橋の第4径間中央の鉛直方向変位の推計結果(状態量 $\mathbf{X}(t|t)$ の期待値 $E[\mathbf{X}(t|t)]$ の部分要素 $\hat{\mathbf{y}}(t)$)を示している。図中には正解値と推計値の他にヤング率とモード減衰比の初期分布の期待値を用いてシミュレーションした場合の結果を初期値使用として黒点線で示している。いずれの橋梁においても各未知パラメータの初期値を用いたシミュレーション結果は逐次データ同化により推計値へと修正され正解値とよく一致していることがわかる。特に、図-8(b)のラーメン高架橋に着目した場合、モード減衰比のパラメータ推計値は正解値と若干異なっているにも関わらず変位の推計値と正解値がよく一致している。これは、シミュレーションの時間発展に関する不確実性として導入された

システム誤差とリサンプリング過程によりシミュレーションモデルの結果が逐次修正される逐次データ同化の性質に起因している。このことから、本研究で対象とした変位推計を問題とする場合、逐次データ同化を利用することで、現象を精緻に再現可能なシミュレーションモデルを用いる必要がないことがわかる。これは実現への適用における大きな利点の1つであると考えられる。なお、5. で言及するようにデータ同化で取り扱う対象、推計目的によっては、データ同化で修正可能な範囲が狭く、精緻で高次元のモデルを用いることが必要な場合も存在することを付記しておく。

本研究で採用した逐次データ同化では加速度応答の時間発展に対してシステム誤差を導入したために、実際には実測値に応じて各時点の加速度応答が修正され、シミュレーションモデル(動的な有限要素解析)を通じて変位応答へと反映される。図-9にラーメン高架橋の第4径間中央の加速度応答の推計結果を正解値、および正解値にノイズを付加して作成した実測値とともに示す。モード減衰比の推計値が多少異なっている上に、付加されているノイズの確率分布も異なっているが、推計値と正解値がよく一致しており、逐次データ同化によりシミュレーション結果が適切に修正されていることがわかる。以上より双子実験により、加速度応答を使用した逐次データ同化の基本的特性と対象とした2橋の変位応答推計の可能性を示した。4. では実橋梁で実測した加速度応答を用いた逐次データ同化について検討する。



(a) 単純桁橋の径間中央の鉛直方向変位



(b) ラーメン高架橋の第4径間中央の鉛直方向変位

図-8 双子実験による変位の推計結果

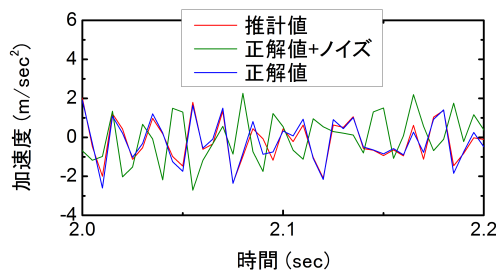


図-9 加速度応答の推計結果 (ラーメン高架橋)

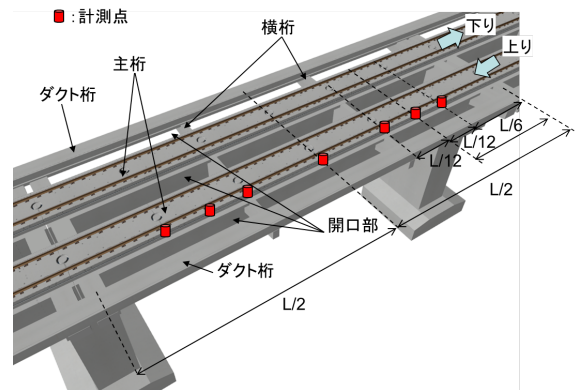


図-10 対象高架橋 (単純桁橋)

4. 実橋梁への適用

(1) 振動計測およびデータ同化の概要

a) 対象橋梁と振動計測

橋梁主桁に設置した圧電型加速度計により多点同期計測された列車走行時の鉛直方向加速度応答を計測データとして利用する。対象橋梁は図-1にモデルを示した2橋である。当該高架橋は上下線それぞれの主桁の外側に管理用ダクト桁が設置されている。主桁およびダクト桁は単純桁橋では2本の横桁により、ラーメン高架橋では各径間ごとに設置された横桁により連結されているが、通常の床板構造は省略され、主桁間および主桁とダクト桁間は開口部となっている²⁵⁾。対象橋梁の1つである径間長25mの単純桁橋を図-10に示す。な

お、図-10には当該橋梁の計測点配置を併せて示している。2.(2)でも述べたように、当該高架橋は過去の検討により列車走行時の動的挙動について、列車荷重が非載荷側主桁にほとんど分配されず、載荷側主桁のみで支持されることが明らかになっている^{25),27)}。各橋梁における計測点配置は図-1に示したように、単純桁形式で7点、7径間連続ラーメン高架橋で7点を上り線主桁に設置し、当該路線を通過する上り方向の特急列車(図-1(a))通過時の加速度応答を計測した。各計測点における加速度応答は圧電型加速度計からプリアンプ、AD変換器を通じてノートPCにサンプリング間隔

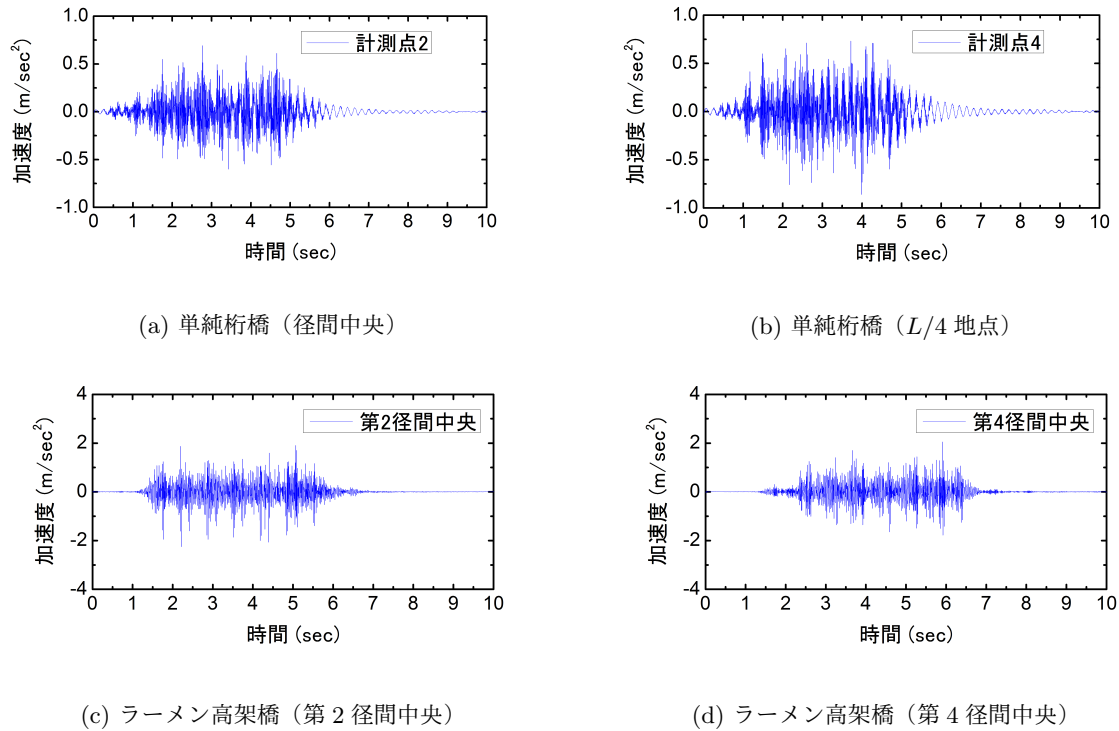


図-11 計測した加速度応答の例

2kHzで収録される。なお、各橋梁で用いた7点の加速度応答は時刻が同期されている。計測可能であった列車は単純桁橋で2本、7径間連続ラーメン高架橋で2本であった。さらに、本研究では加速度応答のほか、逐次データ同化による変位応答の推計精度を検証するために、単純桁橋の径間中央と7径間連続ラーメン高架橋の第2径間中央の変位応答をリング式変位計により計測している。

b) 加速度応答の事前処理と逐次データ同化の設定

計測した加速度応答を逐次データ同化に用いるために、以下に述べる事前処理を実施した。まず、逐次データ同化の計算負荷を軽減しつつ、シミュレーションモデルと計測した加速度応答のサンプリング間隔を一致させるために、加速度応答のサンプリング間隔を0.005secとした。さらに、圧電型加速度計のフィルタ特性に起因して混入する低周波数帯域のノイズ成分を除去する目的で、通過帯域を1Hz以上とするハイパスフィルタ処理を実施した。処理後の加速度応答の例として特急列車が139km/hで単純桁橋を通過した際の加速度応答、および特急列車が117km/hでラーメン高架橋を通過した際の加速度応答を図-11に示す。いずれの橋梁においても列車進入に伴う加速度振幅の増加と通過後の減衰振動を見てとることができる。最大振幅は異なるがこれらの傾向はいずれの計測点でも同様であった。

なお、実応答を対象とした逐次データ同化に際しては、双子実験と異なり列車の走行速度を精緻に求める必要がある。レールにひずみ計を設置し、その応答を参照することで列車速度を精緻に求めることは可能であるが、常にレールのひずみ計測が可能であるとは限らない。そのために、付録Iに示す加速度応答を利用した列車速度同定法により列車速度を取得した。また、逐次データ同化の時間発展に伴うシステム誤差の設定については、付録IIに示す方法により多変量自己回帰モデルの誤差項の分散値を近似的に利用した。これにより単純桁橋のシステム誤差の標準偏差を7計測点の分散推計値の平均値である0.0045に、ラーメン高架橋のシステム誤差の標準偏差を7計測点の分散推計値の平均値である0.018にそれぞれ設定した。

観測誤差は双子実験と同様に最大振幅の約10%を標準偏差として有する正規分布に従うこととした。具体的には標準偏差を単純桁橋で 0.1m/sec^2 、ラーメン高架橋で 0.3m/sec^2 に設定した。なお、3.(3)、(4)で確認したように、設定した観測誤差が正解値と異なっている場合でも変位の推計精度に問題なかったことを踏まえ、アンサンプルの退化を促進しないことを優先し、比較的大きな値を設定している。融合粒子フィルタにおけるリサンプリングの設定、ヤング率とモード減衰比の初期分布の設定は双子実験と同様とした。

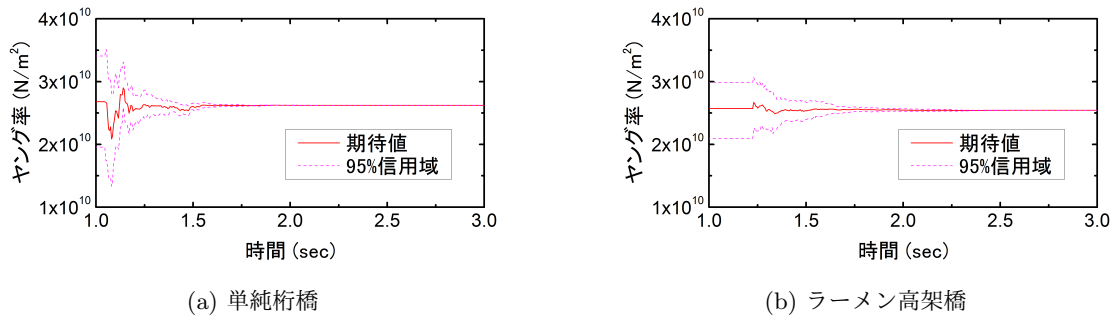


図-12 実測加速度応答に基づくヤング率の推計結果

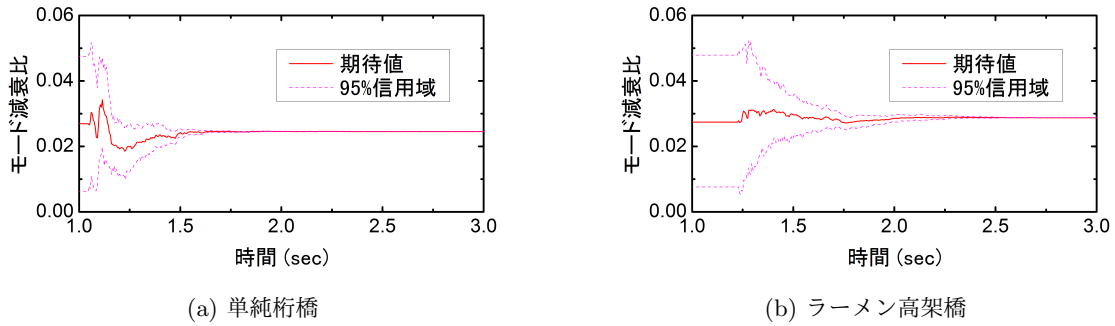


図-13 実測加速度応答に基づくモード減衰比の推計結果

以上のように処理された加速度応答と融合粒子フィルタを用いて逐次データ同化によりヤング率とモード減衰比の推計を行うとともに、列車走行時の変位応答の推計を実施した。

(2) パラメータの推計結果

図-12には、列車が通過した際の加速度応答(図-11)に基づいて推計したヤング率を例示している。いずれの橋梁においても、列車が橋梁に進入する1.0~1.3secを起点としてヤング率の分布は収束し始める。その後、多少上下しながらも2.5sec時点においては一定値に収束している。収束したヤング率は、単純桁橋で $2.63 \times 10^7 \text{N/m}^2$ 、ラーメン高架橋で $2.54 \times 10^7 \text{N/m}^2$ であった。各橋梁で計測した他の列車通過時の加速度応答を用いた場合の結果は単純桁橋で $2.68 \times 10^7 \text{N/m}^2$ 、ラーメン高架橋で $2.60 \times 10^7 \text{N/m}^2$ とほぼ同様の値が推計されており、2本の列車のみではあるが実測応答を対象とした場合においてもヤング率は安定して推計できることが確認された。また、図-13に示すモード減衰比についても一定値に収束していることが確認できる。収束したモード減衰比は、単純桁橋で2.5%、ラーメン高架橋で2.9%であった。各橋梁で計測した他の列車通過時の加速度応答を用いた場合の結果は単純桁橋で4.1%、ラーメン高架橋で2.1%となり、単純桁橋において大きく変動した。このようにモード減衰比の推計には課題が残る結果となったが、逐次データ同化による変位応答の推計が本研究の主目的であるために、モー

ド減衰比の推計を含めたパラメータ推計に関しては、5.で今後の展望として改善策を述べるに留める。

(3) 変位応答の推計結果

図-14、図-15に逐次データ同化により推計した単純桁橋の径間中央の鉛直方向変位応答、およびラーメン高架橋の第2径間中央の鉛直方向変位応答の推計結果を示す。なお、ケース1、ケース2は各橋梁を通過した2本の列車走行時の加速度応答にそれぞれ適用した結果である。また、図中には同地点でリング式変位計により計測した変位応答を実測値として青線で示している。単純桁橋のケース2において実測値と推計値の間に若干の相違がみられるものの、両者は良好に一致していることが確認できる。また、図-15(b)には加速度応答を周波数領域で直接積分⁴⁾することにより求めた変位応答の推計値を併せて示している。直接積分により得られる変位は、加速度計のフィルタ特性や観測誤差の影響により、実測値とは一致しないことが確認できる。なお、加速度応答の処理に用いるハイパスフィルタのカットオフ周波数を変化させてもこの傾向は同様であった。逐次データ同化を用いることで、圧電型加速度計のフィルタ特性や観測誤差をシミュレーションモデルにより補いながら、実測値に合わせて変位応答が修正されていることが確認できる。

さらに、図-16にはラーメン高架橋のケース2を対象に列車が進入してから約4sec後(図-15(b)の5.8sec時

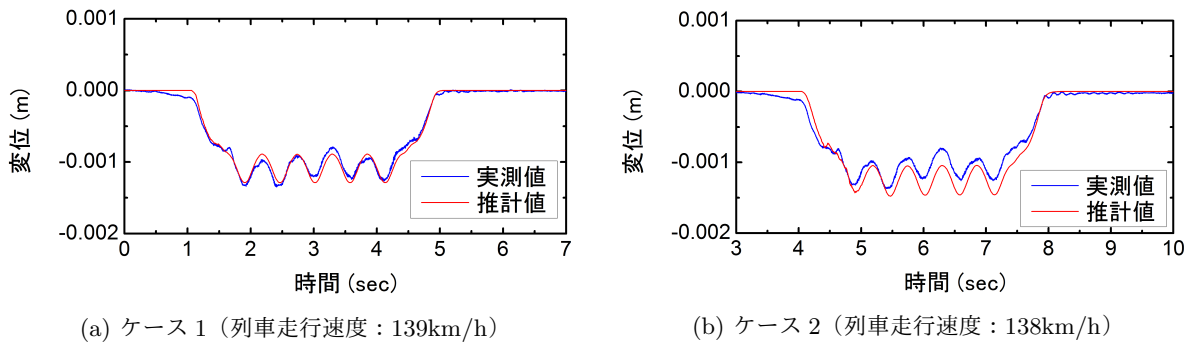


図-14 実測加速度応答に基づく変位の推計結果 (単純桁橋 : 径間中央)

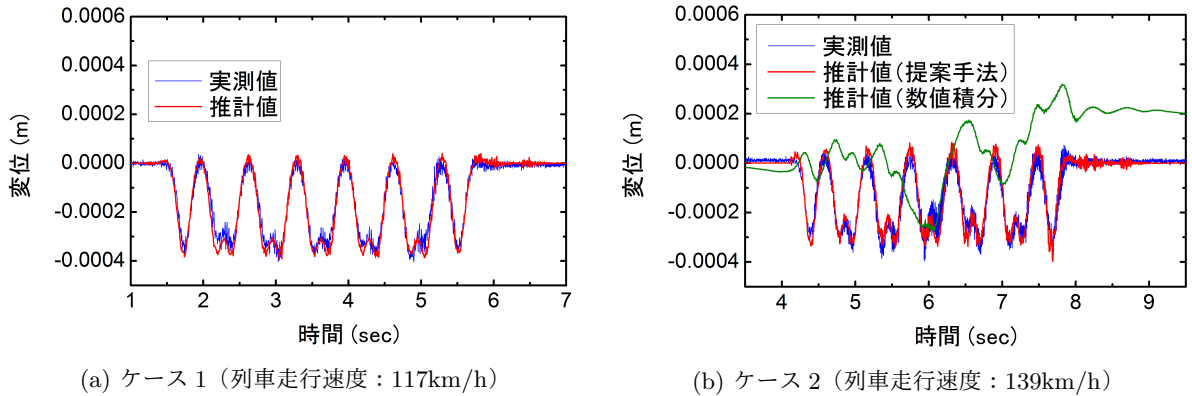


図-15 実測加速度応答に基づく変位の推計結果 (ラーメン高架橋 : 第 2 径間中央)

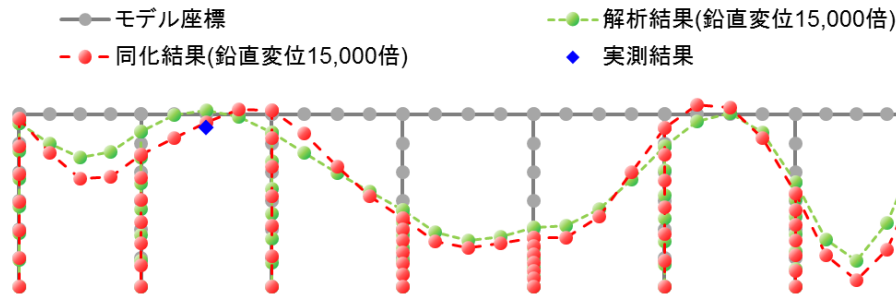


図-16 シミュレーションモデルの変形性状 (ケース 2 : 5.8sec)

点)のラーメン高架橋のシミュレーションモデル全体の
変位 (赤) を同時点の実測結果 (青) とともに示す。また、
同図には 4.(2) で推計したヤング率 ($2.60 \times 10^7 \text{N/m}^2$)
およびモード減衰比 (2.1%) を用いたシミュレーション
モデルによる解析結果 (緑) を併せて示している。図-
16 から逐次データ同化の有無によりラーメン高架橋の
変形性状が異なっており、システム誤差とリサンプリング
過程によりシミュレーションモデルが変化している
ことがわかる。また、加速度応答を用いたデータ同化
の方が変位の実測値と近い値を示すとともに、計測点
を設置した各径間中央のみならずシミュレーションモ
デル全体の変位応答が変化していることが確認できる。

5. おわりに

本研究では鉄道橋における重要な指標の 1 つである
列車走行時の変位応答を実測加速度応答から推計する
ために逐次データ同化に基づく方法論を提案した。具
体的には、逐次データ同化の一手法である融合粒子フィ
ルタの枠組みに有限要素モデルの線形動的解析を組み
込むことで、実測加速度応答によってモデルパラメ
ータ (ヤング率、モード減衰比) および変位応答を含む
解析結果を逐次更新する方法論を構築し、その有効性
を数値計算および実測加速度応答への適用を通じて検
証した。以下に本研究で得られた知見を述べる。

- 1) 単純桁橋およびラーメン高架橋を対象とした双子実験を通じて、粒子数 200 の融合粒子フィルタにより加速度応答から主桁のヤング率を精度よく推計できることを確認した。一方で、モード減衰比についてはラーメン高架橋で正解値へ収束しない場合が存在した。
- 2) モード減衰比が正解値と異なる値に収束したとしても、システム誤差とリサンプリング過程を経て逐次結果が修正されることで、粒子数 200 程度の融合粒子フィルタにより加速度応答から変位応答を精度よく推計できることを確認した。
- 3) 提案手法により RC 単純桁橋、および RC ラーメン高架橋の列車走行時の実測加速度応答から推計したヤング率は、いずれの橋梁でも約 $2.6 \times 10^7 \text{ N/m}^2$ で安定していた。一方で、モード減衰比はラーメン高架橋で 2.1 から 2.9%, 単純桁で 2.5 から 4.1% と推計精度に課題が残る結果となった。
- 4) 列車走行時の実測加速度応答から推計した変位応答は、いずれの橋梁でも実測値と良好に一致することを確認した。

特に、本研究で確認した計測されていない状態量(変位応答)を推計可能にする逐次データ同化の利点は、今後、他の目的でも大いに利用可能であると考えられる。本研究の目的から有限要素解析として簡易な 2 次元梁要素の線形動的解析を利用したが、今後はより高度なシミュレーションモデルを利用することで走行列車・橋梁の動的挙動をより精緻に理解できると考えられる²⁸⁾。特に動的相互作用力²⁴⁾など、鉄道橋の振動問題に大きな影響を及ぼすことが知られているにも拘わらず、直接計測することが困難な物理量を計測可能な情報を用いて推計する場合に、逐次データ同化は非常に有効な手段であると考えられる。

一方で、パラメータ推計問題においては既往の振動特性の同定法^{29),30)}と比較して特に有意な結果を得ることができるとは言い難い。より高精度に初期値を推計するための改良方法を、今後の課題として以下に述べる。第一に、融合粒子フィルタを用いることでパラメータのアンサンブルの退化が一定程度抑制されるものの、それでも初期値推計精度の点からは不十分である。これを解決するためにリサンプリング過程にマルコフ連鎖モンテカルロシミュレーションを組み込んだ逐次 MCMC フィルタ^{31),32)}が有効であると考えられる。第二に、アンサンブルの退化を抑制するためにパラメータの時不変性を仮定せず時間的な変化を部分的に許容することがあげられる。一方でパラメータの時間的な変化を物理的に解釈可能な形で設定することは難しく、確率の変数選択による時変・時不変切り替え過程^{33),34)}の導入など、実際の物理現象に則した時変性の

モデル化が不可欠である。第三に、上記の MCMC プロセスや切り替え過程も含めると逐次データ同化の計算負荷は膨大となる。特に動的相互作用を考慮するような高度なシミュレーションモデルの場合には、事実上計算が不可能になってしまうことから、さらなる効率的計算アルゴリズムの開発と並列処理による分散コンピューティング技術^{35),36)}の活用が必要である。第四に、計算負荷の軽減と精度向上を図るために、構造パラメータ推計戦略として既存のモード同定法^{29),30)}を援用することあげられる。すなわち、橋梁全体の剛性や減衰についてはモード理論に基づいて同定した固有振動数やモード減衰比から換算し、それらの結果を踏まえた逐次データ同化により支承や継手などの部分的な剛性、減衰の推計を実施する。これにより逐次データ同化における状態変数の自由度を削減することでアンサンブルの退化を抑制し、推計精度向上と計算負荷低減を図ることが可能である。

付録 I 列車速度の推計法

列車の走行速度を精緻に計測するためにはレールにひずみ計を設置し、計測結果と列車諸元から算出する方法が取られる。また、スピードガン等でも計測可能であるものの、列車との位置関係から 5~10km/h 程度の誤差を有している可能性がある。一方で、本研究のように加速度応答のみしか計測していない場合でも、以下の手法により列車速度を精度よく推計することが可能である。

列車が速度 v で走行した際の橋梁の加速度応答は、スペクトルに変換したとき、

$$f_{pI} = \frac{n_I v}{L_v} \quad (\text{I.1})$$

の振動数で卓越成分を形成することが知られている³⁷⁾。なお、 $n_I = 1, 2, \dots$ である。これは、走行列車荷重 J が以下のように変形できることから、理論的にも確認できる。走行列車荷重 J_I のフーリエ振幅 $|F(J_I)| = |J_I^*(f)|$ は、

$$|J_I^*(f)| = |H_{L_a}| \cdot |H_{L_b}| \cdot |H_{L_v}| \quad (\text{I.2})$$

と定式化できる^{27),38)}。このとき、

$$|H_{L_a}| = 2 \left| \cos \left(\frac{L_a \pi f}{v} \right) \right| \quad (\text{I.3a})$$

$$|H_{L_b}| = 2 \left| \cos \left\{ \frac{(L_b + L_a) \pi f}{v} \right\} \right| \quad (\text{I.3b})$$

$$|H_{L_v}| = \left| \frac{\sin(n_w L_v \pi f / v)}{\sin(L_v \pi f / v)} \right| \quad (\text{I.3c})$$

である。また、 L_a , L_b , L_v は図-1(a)中に示すように車軸間隔、台車間隔、車両長さをそれぞれ表すとともに、 n_w は車両数を表す。式(I.3c)より走行列車荷重 J_I の振幅スペクトルが卓越する振動数は分母の $|\sin(L_v \pi f / v)|$

が0となる時、すなわち、 $f = n_{Iv}/L_v$ を満たす場合である。これを利用して、計測した加速度応答 $\tilde{z}(t) (t = 1, \dots, T)$ のフーリエ振幅 $|F(\tilde{z})| = |\tilde{z}^*(f)|$ の自己相関関数

$$\tilde{z}_{\text{corr}}^*(g) = E [|\tilde{z}^*(f)||\tilde{z}^*(g)|] \quad (\text{I.4})$$

を計算し、そのはじめの卓越振動数 \hat{g} を抽出することで、

$$\hat{v} = \hat{g}L_v \quad (\text{I.5})$$

として列車の走行速度の推計値 \hat{v} を得ることができる。なお、 $E[\cdot]$ は期待値を意味する。本手法によりたとえばラーメン高架橋を通過した列車の1本は117.2km/hと推計された。また計測した変位応答と列車諸元から算出した同様の列車速度は117.3km/hであった。一方でスピードガンにより現地で計測した列車速度は114km/hとなっており、スピードガンと比較しても精度よく推計できることを確認している。

付録 II システム誤差の設定

本研究では逐次データ同化の時間発展に伴うシステム誤差の設定に際して、多変量自己回帰モデルの誤差項の分散共分散行列を利用した。 ω 次の多変量自己回帰モデルを用いる場合、計測地点の加速度応答 $\tilde{y}^m(t)$ は、

$$\tilde{y}^m(t) = \sum_{k=1}^{\omega} \mathbf{A}_k \tilde{y}^m(t - k\Delta t) + \mathbf{v}'(t) \quad (\text{II.1})$$

と表される³⁹⁾。ここで $\mathbf{A}_k (7 \times 7)$ はAR係数行列、 $\mathbf{v}'(t)$ は平均0、分散共分散行列 $\Sigma (7 \times 7)$ の正規分布に従う誤差項である。なお、行列の次数は計測点数(7点)である。いま、式(II.1)の右辺第一項は ω 期前から直前までの加速度応答による当該期の加速度応答の近似となっている。これを踏まえると右辺第二項は、1期前までのデータを利用しては近似できない、当該サンプルで新たに加えられる成分を表していると解釈できる。この意味で統計的時系列解析では誤差項 $\mathbf{v}'(t)$ をイノベーション項と呼ぶ⁴⁰⁾。逐次データ同化に用いるシミュレーションモデルと多変量ARモデルが等しい予測能力を有する場合、式(9)と式(II.1)の関係から式(9)のシステム誤差 $\mathbf{v}(t)$ と式(II.1)のイノベーション $\mathbf{v}'(t)$ は同一の確率分布に従う。実際には推計された多変量自己回帰モデルとシミュレーションモデルによる予測能力は異なるが、近似値として利用することは可能である。本研究では多変量自己回帰モデルをLevinson-Durbin型アルゴリズムにより推計するとともに、最適次数 $\bar{\omega}$ の決定にはAIC(赤池情報量規準)⁴⁰⁾

$$\text{AIC} = \frac{T}{\Delta t} \text{Log}(|\Sigma|) + 2\omega \quad (\text{II.2})$$

を利用した。AICを最小にする次数は単純桁橋で34次($\bar{\omega} = 34$)、ラーメン高架橋で41次($\bar{\omega} = 41$)であった。

参考文献

- 1) 鉄道総合技術研究所編：鉄道構造物等維持管理標準・同解説 変位制限, 丸善, 2006.
- 2) 鉄道総合技術研究所編：鉄道構造物等維持管理標準・同解説(構造物編) コンクリート構造物, 丸善, 2007.
- 3) 上半文昭：構造物診断用非接触振動測定システム「Uドブラー」の開発, 鉄道総研報告, Vol.21, No.12, pp.17-22, 2007.
- 4) 大崎順彦：新・地震動のスペクトル解析入門, 鹿島出版会, 1994.
- 5) 吉岡勉, 伊藤信, 山口宏樹, 松本泰尚：鋼トラス橋の斜材振動連成とモード減衰比変化を利用した構造健全度評価, 土木学会論文集 A, Vol.66, No.3, pp.516-534, 2010.
- 6) Yi, J. H., Cho, S. and Yun, C. B.: Two-Step Indirect Static Deflection Estimation of Bridges Based on Ambient Acceleration Measurements, *Experimental Techniques*, Vol.37, No.3, pp.33-45, 2013.
- 7) モード解析ハンドブック編集委員会：モード解析ハンドブック, コロナ社, 2000.
- 8) 阿部雅人, 藤野陽三：不規則外力に対する加速度記録からの最大応答変位推定, 土木学会論文集 A, Vol.66, No.3, pp.477-490, 2010.
- 9) 阿部雅人, 藤野陽三：加速度記録からの地震時最大応答変位推定の非弾性応答への拡張, 土木学会論文集 A1(構造・地震工学), Vol.68, No.1, pp.63-72, 2012.
- 10) 杉崎光一, 阿部雅人, 輿水聡：構造ヘルスマonitoringのための慣性センシングによる傾斜・振動計測法, 土木学会論文集 A1(構造・地震工学), Vol.68, No.1, pp.216-225, 2012.
- 11) 岸正彦：構造解析のための有限要素法実践ハンドブック, 森北出版, 2006.
- 12) 小松敬治：機械構造振動学 Matlabによる有限要素法と応答解析, 森北出版, 2009.
- 13) 樋口知之, 上野玄太, 中野慎也, 中村和幸, 吉田亮：データ同化入門—次世代のシミュレーション技術—, 朝倉書店, 2011.
- 14) 中村和幸, 上野玄太, 樋口知之：データ同化：その概念とアルゴリズム, 統計数理, Vol.53, pp.211-229, 2005.
- 15) 佐藤忠信, 梶啓介：モンテカルロフィルタを用いた構造同定, 土木学会論文集, No.675/I-55, pp.161-170, 2001.
- 16) 佐藤忠信, 田中庸平：モンテカルロフィルタを用いた効率的構造同定法の開発とその適用, 土木学会論文集 A, Vol.62, No.3, pp.693-701, 2006.
- 17) Tipierddy, R., Nasrellah, H. A. and Manohar, C. S.: A Kalman filter based strategy for linear structural system identification based on multiple static and dynamic test data, *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol.24 pp.60-74, 2009.
- 18) Nasrellah, H. A. and Manohar, C. S.: Finite element method based Monte Carlo filters for structural system identification, *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol.26, pp.294-307, 2011.
- 19) Nasrellah, H. A. and Manohar, C. S.: Particle filter for structural system identification using multiple test and sensor data: A combined computational and experimental study, *Structural Control and Health Monitoring*, Vol.18, pp.99-120, 2011.
- 20) 山口弘誠, 中北英一：EnKFによるドブラーレーダー情報の同化手法の開発と概念モデルを用いた降雨予測, 京都大学防災研究所, 第50号B, pp.569-577, 2007.
- 21) 中野慎也, 上野玄太, 中村和幸, 樋口知之：Merging Particle Filterとその特性, 統計数理, Vol.56, No.2, pp.225-234, 2008.
- 22) Nakano, S., Ueno, G. and Higuchi, T.: Merging particle filter for sequential data assimilation, *Nonlinear*

- Processes in Geophysics*, Vol. 14, pp.395-408, 2007.
- 23) 松浦章夫, 志村雄三: 高速鉄道における橋桁と車両の鉛直方向動的相互作用に関するシミュレーションプログラム, 鉄道技術研究所速報, 第74巻, 47号, pp.1-72, 1974.
 - 24) 涌井一, 松本信之, 松浦章夫, 田辺誠: 鉄道車両と線路構造物との連成応答解析法に関する研究, 土木学会論文集, No.513/I-31, pp.129-138, 1995.4
 - 25) 松本光矢, 曾我部正道, 谷村幸裕, 渡辺勉: 開床式鉄道高架橋の動的特性と高速鉄道への適用性に関する検討, 鉄道力学論文集, Vol.13, pp.70-76, 2009.
 - 26) Bishop, C. M.: *Pattern Recognition and Machine Learning*, Springer, 2006.
 - 27) 松岡弘大, 貝戸清之, 渡辺勉, 曾我部正道: 走行列車荷重を利用した開床式高架橋の振動特性の同定と高速化に関する一考察, 応用力学論文集, 土木学会, Vol.13, pp.997-1008, 2010.
 - 28) Namdeo, V. and Manohar, C. S.: Nonlinear structural dynamical system identification using adaptive particle filters, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.306, pp.524-563, 2007.
 - 29) 貝戸清之, 松岡弘大, 渡辺勉, 曾我部正道, 藤野陽三: 走行列車荷重下における鉄道橋桁の動的応答の特性とその利用, 土木学会論文集 F, Vol.66, No.3, pp.382-401, 2010.
 - 30) 松岡弘大, 貝戸清之, 渡辺勉, 曾我部正道: 走行列車荷重を利用した RC 鉄道高架橋の部材振動の同定と動的挙動の把握, 土木学会論文集 A1 (構造・地震工学), Vol.67, No.3, pp.545-564, 2011.
 - 31) Lee, D. S. and Chia, N. K.: A Particle Algorithm for Sequential Bayesian Parameter Estimation and Model Selection, *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol.50, No.2, pp.326-336, 2002.
 - 32) Khan, Z., Balch, T. and Dellaert, F.: MCMC-Based Particle Filtering for Tracking a Variable Number of Interacting Targets, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.27, No.11, pp.1805-1819, 2005.
 - 33) Geoge, E. I. and McCulloch, R. E.: Approaches for Bayesian Variable selection, *Statistica Sinica*, Vol.7, pp.339-373, 1997.
 - 34) Canova, F.: *Methods for Applied Macroeconomic Research*, Princeton University Press, 2007.
 - 35) Nakamura, K., Higuchi, T. and Hirose, N.: Sequential Data Assimilation :Information fusion of a numerical simulation and large scale observation data, *Journal of Universal Computer Science*, Vol.12, pp.608-626, 2006.
 - 36) Owens, J. D., Luebke, D., Govindaraju, N., Harris, M., Kruger, J., Lefohn, A. E. and Purcell, T. J.: A Survey of General-Purpose Computation on Graphics Hardware, *Computer Graphics Forum*, Vol.12, No.1 pp.80-113, 2007.
 - 37) Fryba, L.: *Vibration of Solids and Structures under Moving Loads*, Noordhoff International, 1972.
 - 38) 宮下剛, 石井博典, 藤野陽三, 庄司朋宏, 関雅樹: レーザー計測を用いた鋼鉄道橋の高速走行により発生する局部振動の把握と列車速度の影響, 土木学会論文集 A, Vol.63, No.2, pp.277-296, 2007.
 - 39) 尾崎統, 北川源四朗: 時系列解析の方法, 統計科学選書, 平河工業社, 1998.
 - 40) 北川源四朗: 時系列入門, 岩波書店, 2005.

(2013. 3. 11 受付)

ESTIMATION OF BRIDGE DEFLECTION RESPONSE UNDER PASSING TRAIN LOADS BASED ON ACCELERATION

Kodai MATSUOKA, Kiyoyuki KAITO, Munemasa TOKUNAGA, Tsutomu WATANABE
and Masamichi SOGABE

In this study, a methodology for the displacement response estimation based on the acceleration response observed on the railway bridges under passing train loads by applying the sequential data assimilation was proposed. In particular, The linear dynamic analysis using finite element models was included in the framework of the merging particle filter which is one of the sequential data assimilation techniques, and the methodology which corrects a simulation model and its output sequentially by the acceleration response was constructed. Through the application to numerical computations and field tests targeting a RC simple beam and a RC rigid-frame bridge, It was confirmed that although a problem remains in the estimation of a modal damping ratio, the proposal methodology could estimate the displacement response at the time of a train running with sufficient accuracy on both bridges.