

気象状況を考慮したポットホール 管理重点化ルール

水谷 大二郎¹・貝戸 清之²・小林 潔司³・平川 恵士⁴

¹学生会員 大阪大学大学院工学研究科 地球総合工学専攻・日本学術振興会特別研究員 DC (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)

E-mail: d-mizutani@civil.eng.osaka-u.ac.jp

²正会員 大阪大学准教授 大学院工学研究科 地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)

E-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp

³フェロー会員 京都大学教授 経営管理大学院 経営管理講座 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

E-mail: kobayashi.kiyoshi.6n@kyoto-u.ac.jp

⁴正会員 西日本高速道路株式会社 建設事業本部 建設事業部 施設建設課 (〒 530-0003 大阪市北区堂島 1-6-20)

E-mail: s.hirakawa.ab@w-nexco.co.jp

舗装路面のポットホールの発生は、晴天時に比べ、融雪・降雨時に多発することが経験的に知られている。ポットホールの放置は事故発生等の管理瑕疵につながる危険性がある。本研究では、気象状況に応じてポットホール管理水準を増加させるような状況依存的管理重点化ルールを提案する。具体的には、降雨状況に応じたポットホールの発生過程をポワソン発生モデルで表現する。さらに、気象状況の推移により、ポットホール発生過程が遷移するメカニズムをマルコフ・スイッチング・ポワソン発生モデルを用いて表現する。また、マルチ・ムーブ・サンプラーによる潜在変数サンプリングを考慮したマルコフ連鎖モンテカルロ法を用いたモデル推計法を提案する。最後に、高速道路を対象として、提案したポットホールの管理重点化ルールの有効性を検討する。

Key Words : *Markov switching model, pothole, pavement management, emergency management*

1. はじめに

道路舗装の維持管理問題を考えた場合、ポットホールの発見、およびその補修は道路利用者の安全性を確保する上で重要な課題である。定期的な道路巡回を通じて、ポットホール等の局所的損傷が発見されれば、ただちに応急補修が実施される。舗装内に存在する水分は、舗装のひび割れやポットホールの発生に影響を及ぼすことが知られている^{1),2)}。このため、直近における積雪量、降雨量や継続降雨時間がある一定の閾値を越えた場合、ポットホールの発生率が増加する可能性がある。このように、融雪・降雨時にはポットホールの発生頻度が増加するため、融雪量や降雨量がある一定状況に到達した場合には、ポットホール管理水準を引き上げ、臨時巡回を実施するとともに、迅速な応急措置を講じるなどの管理重点化ルールを適用することが必要となる。

道路舗装のアセットマネジメントに関しては、舗装劣化に関する統計的予測手法が提案され、ポットホール等に対する日常道路巡回政策や補修政策の合理化政策を検討するための計画モデルの開発³⁾や、舗装の劣化予測手法と連動したライフサイクル費用評価手法の高度化^{4),5)}が試みられている。しかし、これら既往の舗装マネジメントに関する研究は、長期定常状態を想定し、

舗装マネジメントの平均的なパフォーマンスを向上させることを目的としている。ポットホールの発生は、直ちに交通事故の発生に繋がる危険性を孕んでいるため、ポットホール管理においては気象状況に応じて通常モード（以下、通常モードと呼ぶ）と高度な管理モード（以下、異常モードと呼ぶ）を切り替えることができるような状況依存的な管理重点化方策を導入することが効果的である。

本研究では、気象状況と連動したポットホールの管理重点化方策を分析することを目的として、通常モード、異常モード時におけるポットホールの発生過程をポワソン過程を用いてモデル化する。さらに、気象状況により、通常モード、異常モードのいずれか一方のモードが生起すると考え、モードの移行過程をマルコフ・スイッチングモデルを用いて表現する。現実に観測されるポットホールの数え上げ過程は、異なるモードにおけるポワソン過程のうち、いずれか1つのポワソン過程に従って発生したポットホールに関する計数データを用いて定義されることになる。この場合、通常モード、異常モードのそれぞれに対して、最適な巡回戦略を設計することが課題となる。さらに、気象状況に応じて通常モードと異常モードを切り替えることができるような状況依存的な管理重点化ルールを開発することが求められる。

以上の問題意識に基づいて、本研究では降雨状況の推移と対応したポットホールの発生過程をマルコフ・スイッチング・ポワソン発生モデルを用いて表現する。さらに、気象状況に応じて道路管理水準を調整するような状況依存的な管理重点化ルールを提案する。以下、**2.**で本研究の基本的な立場を述べ、**3.**でマルコフ・スイッチング・ポワソン・発生モデルを定式化する。**4.**ではベイズ推計を用いたモデルの推計法について説明する。**5.**でポットホール発生リスク管理モデルを定式化する。最後に、**6.**において実際のポットホール観測データへの適用事例について考察する。

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 既往研究の概要

ポットホール発生過程を確率過程としてモデル化することを考える。代表的な確率過程として、2項過程やポワソン過程が存在する⁶⁾。2項過程は離散時間確率過程であり、2項過程の極限であるポワソン過程は連続時間確率過程である。本研究で対象とするポットホール発生過程は、連続時間軸上でポットホールが発生してゆく過程を表現するため、ポワソン過程をもとにポットホールの発生過程を表現するポワソン発生モデル³⁾を用いることとする。実際に、アセットマネジメントの分野では、その数学的扱いの簡便さからも、ポワソン発生モデルを用いた分析事例は数多い。例えば、高速道路上障害物³⁾、コンクリート床版の剥離・剥落⁷⁾、高速道路での苦情⁸⁾等の発生事象を対象としてポワソン過程によるモデル化が試みられてきた。しかし、伝統的なポワソン過程は、事象の到着率が確定的であることに加え、ある期間中における事象の平均発生件数と、その分散が同一になるという特性を有する。現実の道路障害物の発生過程が、このような特性を有している保証はなく、より柔軟なモデル化が必要となる。貝戸等³⁾は道路障害物の発生過程を、到着率の異質性を考慮した混合ポワソン過程⁹⁾としてモデル化した。具体的には道路障害物の到着率をポワソン発生モデルで表現するとともに、その異質性をガンマ分布で表現したポワソンガンマ発生モデルを用いて道路障害物の発生リスクを表現している。さらに、小濱等⁸⁾は苦情の到着率の時間的異質性を考慮するために、道路障害物の発生過程をポワソン発生モデルとして明示的にモデル化するとともに、道路障害物の発生モデルを内蔵したような苦情発生モデルを階層的隠れポワソンモデルとして定式化している。Nam等¹⁰⁾は単位期間あたりに発生するポットホールの数をポワソン発生モデルにより表現するとともに、ひび割れ率で評価される舗装の健全度によりポワソン発生モデルが変化するポワソン隠れマル

コフモデルを提案している。ポワソン発生モデルを用いて、社会基盤の維持補修政策を分析した研究事例も存在する。例えば、道路巡回政策に関しては、すでに小濱等¹¹⁾は、道路障害物リスクの管理指標をモデル化し、所与の予算制約の下で道路障害物リスクを可能な限り小さくするような巡回政策を決定している。さらに、吉田¹²⁾,¹³⁾は、道路巡回業務において、対症的措置が計画的措置に劣らず重要であることを述べ、対症的措置のパフォーマンス指標としてのレスポンスタイムの効果的な活用方法を考察している。これら既往の研究は、道路障害物の定常的発生過程を想定し、維持管理政策の長期的パフォーマンスを評価することに主眼を置いている。しかし、本研究では、降水量によりポットホールの発生が変化するような非定常なポットホール発生過程をモデル化することを目的とする。このようなポットホールの発生過程を、たとえば降水量を説明変数として採用したような単純な一般化線形モデル¹⁴⁾を用いて表現する方法がある。この場合、連続時間軸上で展開する非定常なポットホール発生過程を、降水量等の説明変数が同一の値をとるようないくつかのサブ期間に分割し、各サブ期間を1つのサンプルと考えてモデルを推計することが必要となる。連続時間軸を区間分割する方法は無限に存在するため、モデル推計のために用いる統計サンプルの設定に任意性が介在する。これに対して、本研究ではポットホールの発生過程を、日常的な道路巡回により管理される通常モードと臨時的な道路巡回が必要とされる異常モードにおいて、ポットホールの到着率が異なるようなマルコフ・スイッチング・ポワソン発生モデルを用いて表現する。さらに、降水量データに基づいてポットホールの管理モードを、通常モードと異常モードのいずれかに統計的に判定する方法論を提案する。このような方法を採用することにより、非定常なポットホール発生過程に対して、モデルの推計精度という観点から期間(モード)分割を合理的に設定することが可能となる。さらに、降水モードによるポットホールの発生過程が構造変化しても、そのような変化を異なるポワソン発生モデルを用いて表現できるという利点がある。筆者らの知る限り、マルコフ・スイッチング・ポワソン発生モデルを用いて気象状況に基づいて管理モードを決定するような研究事例は見当たらない。

(2) ポットホールの発生と巡回体制

ポットホールは道路利用者の走行安全性に直結するリスク事象であり、ポットホールの発生を未然に防止する、あるいは、早期に発見することが重要である。実際に、ポットホールによるタイヤのバーストや2輪車の転倒といった事故事例が報告されている。このよう

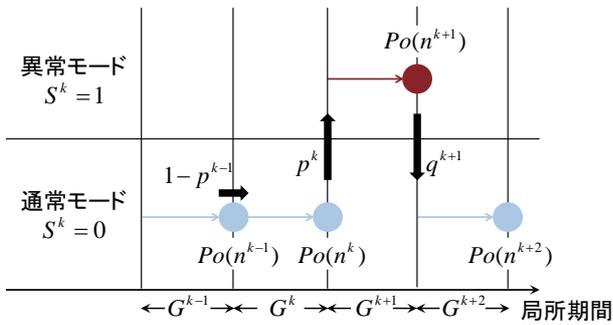


図-1 ポットホール管理モード

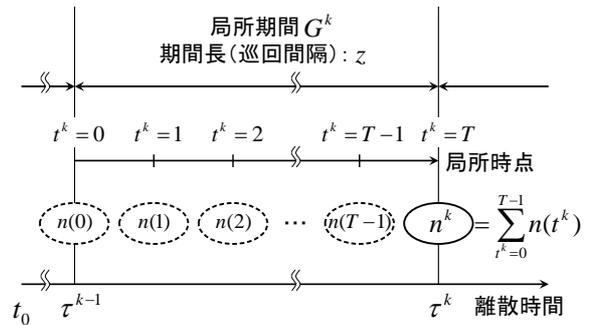


図-2 ポットホールの発生と観測

な観点から、道路管理者は日常的な道路巡回を実施している。道路巡回頻度の増加はポットホールの早期発見に有効であるが、その一方で人的・経済的負担も増加する。このため、ポットホールの発生頻度、および道路管理者が定めるサービス水準や予算制約を統合的に考慮した道路巡回政策を決定することが必要となる。ポットホール発生過程に関する研究²⁾と実務者の経験的知見から、ポットホールの発生に関しては、アスファルト構造内に進入した水分が大きく関連することが知られている。このことから、アスファルト構造内への水の供給源となる積雪・降雨に着目し、融雪や降雨がある程度続いた後は、日常的な巡回に加え、臨時的に巡回を実施するといった道路巡回方策が慣習的に採用されている。このことは道路管理者が継続的な降雨によりポットホールの発生が増加することを経験的に知っていることを意味する。しかしながら、積雪・降雨がポットホールの発生に及ぼす影響を定量的に考慮し、合理的な方法で臨時的道路巡回ルールを決定しているわけではない。

本研究では、気象状況に応じてポットホールの発生率が小さい通常モードと発生率が大きくなる異常モードという2種類のモードに区分することにより、臨時道路巡回実施の有無に対する意思決定を支援するようなマルコフ・スイッチングモデルを提案する。本研究でのポットホールの発生状態に対する概念図を図-1に示す。ポットホール発生状態が時系列で示された同図では、期間 G^{k+1} において異常モードが採用され、赤濃色矢印で示した期間でのポットホール発生が赤濃色の丸の時刻に観測され異常モードのポワソン発生モデルとして表現される。また、期間 G^{k-1} , G^k , G^{k+2} では、青淡色矢印で示した期間でのポットホール発生個数が青淡色の丸の時刻に観測され、通常モードのポワソン発生モデルとして表現される。

さらに、ある期間 G^k のポットホール発生状態は1期前 ($k-1$) のポットホール発生状態にのみ依存して決定されると仮定する (マルコフ過程に従う)。ただし、の

ちに述べるように本研究ではマルコフ推移確率を指数ハザードモデルを用いて表現するが、指数ハザードモデルの外生変数には、1期前以前の降雨量データ等に関する情報も利用できることを断っておく。2つの隣接する期間の状態推移は、推移確率 p^k , q^k により決定される。さらに、本研究では、推移確率を指数ハザードモデルにより表現し、特性ベクトルとして考慮された降水量などの観測値に応じた推移確率の変化を記述する。推移確率と各ポットホール発生状態を考慮したリスク管理指標を用いることにより、臨時道路巡回実施の意思決定が可能となる。

3. モデルの定式化

(1) モデル化の前提条件

図-2に示すように初期時点 t_0 を起点とする離散時間軸 $t = 0, 1, 2, \dots$ を考える。同図において、時刻 t は離散時間軸上の時刻を表し、以降「時刻」と呼ぶ。離散軸上の時刻 τ^k ($k = 0, \dots$) において、定期的に道路巡回が実施される。いま、時刻 τ^{k-1} において $k-1$ ($k = 1, \dots$) 回目の道路巡回が実施され、ついで時刻 τ^k に k 回目の道路巡回が実施されたと考える。2つの点検時刻 τ^{k-1} , τ^k を用いて期間 $G^k = [\tau^{k-1}, \tau^k)$ を定義する。期間長 $z = \tau^k - \tau^{k-1}$ はすべての k に対して同一である。初期時点 t_0 (τ_0) において $k = 0$ 回目の道路巡回が実施されたと考える。さらに、期間 G^k に対して、時刻 τ^{k-1} を始点とし、 τ^k を終点とする局所時点軸 $t^k = 0, 1, \dots, T$ を定義する。ただし、局所時点 $t^k = 0$ は時刻 τ^{k-1} に、時点 $t^k = T$ は時刻 τ^k に対応する。時刻 τ^k において実施された道路巡回において観測されたポットホールの発生個数を n^k と表す。発見されたポットホールは、道路巡回時点において直ちに補修される。いま、期間 G^k における気象管理モードを表す状態変数 S^k

$$S^k = \begin{cases} 1 & \text{異常モード} \\ 0 & \text{通常モード} \end{cases} \quad (1)$$

を導入する。気象管理モードは降雨状況に影響された

ポットホールが発生状態が生起しているかどうかを表すリスクモードであり、気象管理モードによりポットホールの発生率が異なると考える。気象管理モードは、現地の道路舗装上で実際に生起しているポットホール発生状態を表している。実際に生起している気象管理モードは観測不可能である。状態変数 S^k は排他的に0もしくは1のうち、どちらか一方の値のみが生起する。いま、異常モード $S^k = 1$ におけるポットホールの状況依存的発生率を μ_1^k 、通常モードにおける状況依存的発生率を μ_0^k と表す。この時、期間 G^k におけるポットホール発生率 μ^k は

$$\mu^k = S^k \mu_1^k + (1 - S^k) \mu_0^k \quad (2)$$

と表すことができる。すなわち、ポットホール発生率が気象管理モード S^k に依存して、状況依存的発生率 μ_1^k 、 μ_0^k の内、いずれか一方の値となる。ただし、 $\mu_1^k > \mu_0^k$ が成り立つ。期間長 z である期間 G^k においてポットホールが n^k 個発生する確率はポワソン分布

$$Po(n = n^k | \mu^k) = \frac{(\mu^k z)^{n^k}}{n^k!} \exp(-\mu^k z) \quad (3)$$

を用いて表現することができる。ただし、期間 G^k におけるポットホール発生個数の期待値と分散はともに $\mu^k z$ となる。巡回間隔 z で実施される道路巡回に関して、 k 回目の道路巡回で観測されるポットホール発生個数 n^k はポワソン分布 (3) に従い分布する。このとき当然ながら、ポワソン分布は巡回間隔 z に応じて変化する。そのため、5. と 6. で詳述するように、任意の巡回間隔 z に対するポットホール発生リスクをポワソン分布 (3) を用いて議論することができる。

(2) ポットホール発生モデル

期間 G^k の期末 (時刻 τ^k) において道路巡回を実施し、期間 $G^k = [\tau^{k-1}, \tau^k)$ に発生したポットホール数 n^k に関する情報を獲得することができる。期間 G^k で観測される情報 e^k ($k = 1, \dots, K$) を

$$e^k = \{n^k, \mathbf{x}_0^k, \mathbf{x}_1^k\} \quad (4)$$

と表す。ここで、 $\mathbf{x}_i^k = (x_{1,i}^k, \dots, x_{m,i}^k)$ は、気象管理モード i ($i = 0, 1$) に応じてポットホール発生率に影響を及ぼす道路特性変数に関する m 次元行ベクトルであるこれらの特性変数ベクトルは、期間 G^k の期首 (時刻 τ^{k-1}) において観測される。合計 K 回にわたり道路巡回が実施され、観測情報の集合 $\mathbf{e} = \{e^1, \dots, e^K\}$ を獲得したと考える。気象管理モード i ($i = 0, 1$) における状況依存的ポットホール発生率 μ_i^k ($k = 1, \dots, K$) を

$$\mu_i^k = \exp(\mathbf{x}_i^k \boldsymbol{\beta}^i) \quad (5)$$

と表す。ここに、 $\boldsymbol{\beta}_i = (\beta_{1,i}, \dots, \beta_{m,i})$ は未知パラメータ行ベクトルである。なお、記号「 $'$ 」は転置操作を表す。このとき、状態変数 S^k を既知としたときのポワソン

発生モデルの尤度関数 $l_\beta(\boldsymbol{\beta}_0, \boldsymbol{\beta}_1 | S^1, \dots, S^K, \mathbf{e})$ は、式 (2), (3), (5) より、次式のように表せる。

$$l_\beta(\boldsymbol{\beta}_0, \boldsymbol{\beta}_1 | S^1, \dots, S^K, \mathbf{e}) = \prod_{t=1}^K \left[\frac{[\{(1 - S^k) \mu_0^k + S^k \mu_1^k\} z]^{n^k}}{n^k!} \cdot \exp[-\{(1 - S^k) \mu_0^k + S^k \mu_1^k\} z] \right] \quad (6)$$

(3) 状態変数モデル

3.(2) において、異常モード、通常モードという2種類の気象管理モードを定義し、それぞれのモード別にポットホールの発生率 μ_i^k ($k = 1, \dots, K; i = 0, 1$) を定義した。期間 G^k ($k = 1, \dots, K$) における気象管理モードを表す状態変数 S^k を、1期前の期間 G^{k-1} における気象管理モード S^{k-1} と、期間 G^{k-1} の期首 (時刻 τ^{k-2}) から期間 G^k の期首 (時刻 τ^{k-1}) の間における気象管理モードのマルコフ推移確率を用いて推定する。期間 G^k と G^{k+1} の間における気象管理モードの推移確率は、期間 G^k の期首において観測可能な気象条件等に依存して決定される。本研究では、気象管理モードの推移確率が、 G^k 期の期首で観測される情報に基づいて作成される指数ハザードモデル¹⁵⁾で表現されると考える。ハザード率 θ_i^k ($i = 0, 1$) を、期間 G^k における降雨特性等を表す特性ベクトル $\mathbf{y}_i^k = (y_{1,i}^k, \dots, y_{r,i}^k)$ を用いて、

$$\theta_i^k = \exp(\mathbf{y}_i^k \boldsymbol{\alpha}'_i) \quad (7)$$

と表す。ここに、 $\boldsymbol{\alpha}_i = (\alpha_{1,i}, \dots, \alpha_{r,i})$ は未知パラメータによる r 次元行ベクトルである。ここで、 G^k 期の期首において指数ハザードモデルを推計するために用いられる情報を $\mathbf{y}^k = (\mathbf{y}_0^k, \mathbf{y}_1^k)$ ($k = 1, \dots, K$) と、観測期間全体を通じた降雨情報集合を $\mathbf{y} = \{\mathbf{y}^1, \dots, \mathbf{y}^K\}$ と表す。

いま、期間 G^k の期首において、通常モード $S^k = 0$ が観測されたと考える。この時、期間 G^k の間に通常モード $S^k = 0$ が終了するハザード率を θ_0^k と表す。同じく、期間 G^k の期首に異常モードが観測されており、当該期間中に異常モードが終了するハザード率を θ_1^k とする。このとき、通常モード $S^k = 0$ が時刻 τ^k においても継続する確率は、通常モードの寿命が z 以上になる生存確率 $\tilde{F}_0^k(z)$ を用いて表せる。同様に、時刻 τ^{k-1} における異常モード $S^k = 1$ が、時刻 τ^k においても継続する生存確率を $\tilde{F}_1^k(z)$ と表記する。この時、生存確率 $\tilde{F}_i^k(z)$ は指数ハザードモデルを用いて

$$\tilde{F}_i^k(z) = \exp(-\theta_i^k z) \quad (i = 0, 1) \quad (8)$$

と表せる。式 (8) を用いることにより、期間 G^k と G^{k+1} において同一の気象管理モードとなる確率は、

$$\tilde{F}_i^k(z) = \exp(-\theta_i^k z) \quad (i = 0, 1) \quad (9)$$

となる. さらに, 推移確率の条件より, 期間 G^k で通常モード, 期間 G^{k+1} で異常モードとなる確率 $p^k(\theta_0^k)$ は,

$$p^k(\theta_0^k) = 1 - \tilde{F}_0^k(z|\theta_0^k) \quad (10)$$

と表せる. 一方, 期間 G^k で異常モードであり, 期間 G^{k+1} に通常モードに推移する確率 $q^k(\theta_1^k)$ は,

$$q^k(\theta_1^k) = 1 - \tilde{F}_1^k(z|\theta_1^k) \quad (11)$$

と記述できる. また, 期間 G^k における気象管理モードのマルコフ推移確率行列 \mathbf{P}^k は, 式 (8) を用いて,

$$\mathbf{P}^k(\theta^k) = \begin{bmatrix} 1 - p^k(\theta_0^k) & p^k(\theta_0^k) \\ q^k(\theta_1^k) & 1 - q^k(\theta_1^k) \end{bmatrix} \quad (12)$$

と表せる. ただし, $\theta^k = (\theta_0^k, \theta_1^k)$ である.

なお, 式 (9), (10), (11) で示したように, 本研究では, 期間 $G^{k-1} = [\tau^{k-2}, \tau^{k-1})$ 内に生じた気象管理モードを期間 $G^k = [\tau^{k-1}, \tau^k)$ の期首である時刻 τ^k に観測し, 期間 G^k の気象管理モードとしている. 例えば, ある期間 G^k 内に気象管理モードが推移した場合においても, 当該期間のポットホール発生過程は, 時刻 τ^k に観測された気象管理モードに従い生起すると仮定することとなる. この仮定によるバイアスを最小限に抑えるためには, 期間長 z をなるべく小さくしなければならない. また, その一方で実務における臨時巡回実施の意思決定は 1 日 1 回程度である. これらを勘案し, 本研究の適用事例では, 獲得されたデータにおけるポットホールの最小観測単位である 1 日を期間長 z としている.

4. 推計手法

(1) マルコフ・スイッチングモデル

マルコフ・スイッチングモデルは, 1989 年に Hamilton¹⁶⁾ によって提案され, 景気循環分析や金融計量経済分析の分野において適用研究が蓄積されてきた. マルコフ・スイッチングモデルは, 各レジームの潜在的な状態が, マルコフ過程に従い確率的に変化するレジーム・スイッチングモデルである. レジーム・スイッチングモデルにおいて, 時系列データの構造変化は, レジーム間の確率的な推移現象として表現され, 各レジームの潜在的な状態は状態変数により記述される. この状態変数は実測されない潜在変数であり, マルコフ・スイッチングモデルは隠れマルコフモデルと類似の確率構造を有することが知られている. マルコフ・スイッチングモデルの推計において, Hamilton¹⁶⁾ が用いたマルコフ連鎖モンテカルロ法 (以下, MCMC 法)^{17),18)}, および Hamilton フィルタを用いたマルチ・ムーブ・サンプラー¹⁹⁾ の考え方に基いてモデルを推計する. MCMC 法の発展により, 獲得データの同時生起確率密度関数 (尤度関数) に複雑な形状, 複数

の未知パラメータを有する混合分布モデルや隠れマルコフモデルの場合であっても, その推計効率が飛躍的に向上してきた. 土木工学分野においても, 小林等⁵⁾ は観測データ中の測定誤差をディリクレ分布で表現した隠れマルコフモデルを MCMC 法で推計している. 前述の Nam 等¹⁰⁾ のポワソン隠れマルコフモデルでも MCMC 法が用いられている.

(2) 定式化

a) 潜在変数 S^k の推移確率

潜在変数 S^k ($k = 1, \dots, K$) は観測できない変数であり, 観測可能なデータを用いて現実生起している気象管理モードを推定する必要がある. 本研究では, Hamilton フィルタ¹⁶⁾ の考え方に基づいたマルチ・ムーブ・サンプラーを用いて, 潜在変数値 \tilde{S}^k ($k = 1, \dots, K$) をサンプリングする. ここで, G^k 期におけるポットホール発生モデル, 潜在変数モデルで用いる観測値 $\mathbf{x}^k, \mathbf{y}^k$, およびポットホールの発生個数 n^k で構成される情報集合を $\phi^k = (n^k, \boldsymbol{\eta}^k)$ と表す. ただし, $\boldsymbol{\eta}^k = (\mathbf{x}^k, \mathbf{y}^k)$ である. n^k はモデルの内生変数の観測値であり, $\boldsymbol{\eta}^k$ は外生変数の観測値ベクトルである. さらに, 期間 G^1 から期間 G^k ($k = 1, \dots, K$) までの情報集合で構成される集合を $\boldsymbol{\psi}^k = (\boldsymbol{\phi}^1, \dots, \boldsymbol{\phi}^k)$ と表す. 潜在変数値 \tilde{S}^k ($k = 1, \dots, K$) を既知としたとき, 潜在変数値 \tilde{S}^k ($k = 1, \dots, K$) を推計するために用いることができる情報は, 1) G^{k-1} 期の潜在変数値 \tilde{S}^{k-1} を与件として, G^k 期に潜在変数値 \tilde{S}^k に推移するマルコフ推移確率と, 2) G^k 期に発生したポットホール数 n^k の 2 種類である. 特に, 異常モードは G^k 期の期首に確定するが, G^k 期のポットホール数は同期の期末に観測できる. このため, ポットホール数に関する観測値を同期における異常モードに関する潜在変数の推定に利用することができる. 小林等⁵⁾ は隠れマルコフモデルにおける潜在変数をマルコフ推移確率を用いて推定する方法を提案しているが, 本研究ではマルコフ推移確率だけでなく G^k 期におけるポットホール数に関する観測値を用いて潜在変数値の推定効率を改善することが可能となる点に特徴がある.

議論の展開上, ひとまず \tilde{S}^k ($k = 1, \dots, K$) を既知と仮定し, マルコフ・スイッチングモデルを定式化する. 期間 G^k, G^{k+1} の気象管理モードをそれぞれ $\tilde{S}^k, \tilde{S}^{k+1}$ と表す. ダミー変数 $\tilde{\delta}^k$ ($k = 1, \dots, K-1$) を,

$$\tilde{\delta}^k = \begin{cases} 0 & \tilde{S}^k = \tilde{S}^{k+1} \text{ のとき} \\ 1 & \text{それ以外} \end{cases} \quad (13)$$

と定義する. このとき, 期間 G^k の気象管理モード \tilde{S}^k を与件として, 期間 G^{k+1} に気象管理モード \tilde{S}^{k+1} が生

起する条件付き確率 $\Pr(\tilde{S}^{k+1}|\tilde{S}^k, \mathbf{y}^k)$ は,

$$\begin{aligned} & \Pr(\tilde{S}^{k+1}|\tilde{S}^k, \mathbf{y}^k) \\ &= \left[p^k(\theta_0^k)^{\delta^k} \cdot \{1 - p^k(\theta_0^k)\}^{1-\delta^k} \right]^{1-\tilde{S}^k} \\ & \quad \cdot \left[q^k(\theta_1^k)^{\delta^k} \cdot \{1 - q^k(\theta_1^k)\}^{1-\delta^k} \right]^{\tilde{S}^k} \end{aligned} \quad (14)$$

と表せる.

b) Hamilton フィルタとマルチ・ムーブ・サンプラー

本研究では, 潜在変数 S^k ($k = 1, \dots, K$) のサンプリングにマルチ・ムーブ・サンプラーを用いる. マルチ・ムーブ・サンプラーの特徴として, サンプリング対象である潜在変数値 \tilde{S}^k ($k = 1, \dots, K$) を同時分布,

$$f(S^1, \dots, S^K | \boldsymbol{\psi}^K) \quad (15)$$

よりサンプリングする点があげられる¹⁸⁾. 同時分布 (15) を展開すると,

$$\begin{aligned} & f(S^1, \dots, S^K | \boldsymbol{\psi}^K) \\ &= f(S^1 | \boldsymbol{\psi}^K) f(S^2 | S^1, \boldsymbol{\psi}^K) f(S^3 | S^2, S^1, \boldsymbol{\psi}^K) \\ & \quad \dots f(S^K | S^1, S^2, \dots, S^{K-1}, \boldsymbol{\psi}^K) \end{aligned} \quad (16)$$

となる. **3.(3)** で述べたように, 潜在変数 S^k はマルコフ過程によって推移するため, 式 (16) を,

$$\begin{aligned} & f(S^1, \dots, S^K | \boldsymbol{\psi}^K) \\ &= f(S^1 | \boldsymbol{\psi}^1) f(S^2 | S^1, \boldsymbol{\psi}^2) f(S^3 | S^2, \boldsymbol{\psi}^3) \\ & \quad \dots f(S^K | S^{K-1}, \boldsymbol{\psi}^K) \\ &= f(S^1 | \boldsymbol{\psi}^1) \prod_{k=2}^K f(S^k | S^{k-1}, \boldsymbol{\psi}^k) \end{aligned} \quad (17)$$

と整理できる. 式 (17) は, すべての潜在変数 $\{S^1, \dots, S^K\}$ の同時分布 $f(S^1, \dots, S^K | \boldsymbol{\psi}^K)$ は, 個々の潜在変数 S^k ($k = 1, \dots, K$) の条件付き分布 $f(S^k | S^{k-1}, \boldsymbol{\psi}^k)$ ($k = 2, \dots, K$) および $f(S^1 | \boldsymbol{\psi}^1)$ の積で表せることを示している. このことから, 潜在変数 S^k ($k = 1, \dots, K$) は, S^1, S^2, \dots, S^K の順に個々にサンプリング可能であることがわかる. Hamilton¹⁶⁾をはじめとした既往の研究¹⁹⁾においては, 潜在変数 S^k から S^{k+1} への推移過程の定常性を仮定している. 潜在変数 S^k ($k = 1, \dots, K$) の条件付き分布 $f(S^k | S^{k+1}, \boldsymbol{\psi}^k)$ に着目し, S^K, S^{K-1}, \dots, S^1 の順に潜在変数がサンプリングされていた. しかし, 本研究で提案するモデルでは, 各期間で観測される降水量をはじめとした気象条件に応じて, 潜在変数間の推移確率が変化するため, 推移過程の定常性が成り立つとは限らない. そのため, 上述のように, S^k の条件付き分布 $f(S^k | S^{k-1}, \boldsymbol{\psi}^k)$ に着目し, 潜在変数のサンプリングを行う. $f(S^k | S^{k-1}, \boldsymbol{\psi}^k)$ を展開すると,

$$\begin{aligned} & f(S^k | S^{k-1}, \boldsymbol{\psi}^k) \\ &= f(S^k | S^{k-1}, \boldsymbol{\phi}^k, \boldsymbol{\psi}^{k-1}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\Pr(S^k, S^{k-1}, n^k | \mathbf{x}^k, \boldsymbol{\psi}^{k-1})}{\Pr(S^{k-1}, n^k | \mathbf{x}^k, \boldsymbol{\psi}^{k-1})} \\ &= \frac{\Pr(n^k, S^k | S^{k-1}, \mathbf{x}^k, \boldsymbol{\psi}^{k-1}) \Pr(S^{k-1} | \boldsymbol{\psi}^{k-1})}{\Pr(n^k | S^{k-1}, \mathbf{x}^k, \boldsymbol{\psi}^{k-1}) \Pr(S^{k-1} | \boldsymbol{\psi}^{k-1})} \\ &= \frac{\Pr(n^k | S^k, \mathbf{x}^k) \Pr(S^k | S^{k-1}, \boldsymbol{\psi}^{k-1})}{\sum_{S^k=0}^1 \Pr(n^k | S^k, \mathbf{x}^k) \Pr(S^k | S^{k-1}, \boldsymbol{\psi}^{k-1})} \\ &= \frac{l^k(n^k | S^k, \mathbf{x}^k) \Pr(S^k | S^{k-1}, \boldsymbol{\psi}^{k-1})}{\sum_{S^k=0}^1 l^k(n^k | S^k, \mathbf{x}^k) \Pr(S^k | S^{k-1}, \boldsymbol{\psi}^{k-1})} \end{aligned} \quad (18)$$

と表せる. 式 (18) より, 潜在変数間の推移確率が気象条件により期間毎に変化する場合においても, Hamilton フィルタと同様に, 尤度関数と推移確率を用いて潜在変数のサンプリングが可能であることがわかる. 式 (18) を構成する $l^k(n^k | S^k, \mathbf{x}^k)$ は式 (6) で表されるポットホール発生に関する尤度関数を, $\Pr(S^k | S^{k-1}, \boldsymbol{\psi}^{k-1})$, ($k = 2, \dots, K$) は, 式 (12) のマルコフ推移確率を意味する. 式 (17), (18) を用いて潜在変数値 \tilde{S}^k ($k = 1, \dots, K-1$) のサンプリングが可能である. ただし, 式 (17) の $f(S^1 = j | \boldsymbol{\psi}^1)$ については,

$$f(S^1 | \boldsymbol{\psi}^1) = \frac{l^1(n^1 | S^1, \mathbf{x}_j^1)}{\sum_{c=0}^1 l^1(n^1 | S^1 = c, \mathbf{x}_c^1)} \quad (19)$$

で定義する.

(3) MCMC 法

3.(2), (3) で述べたポワソン発生モデルの未知パラメータベクトル β_0, β_1 , 推移確率に関する未知パラメータ α_0, α_1 は, とともに共役な事前分布を持たないため, 事後分布における基準化定数を解析的に求めることは不可能である. そのため, 本研究では, 事後分布の基準化定数を求めることなく, 事後分布を求めることができる. MCMC 法を用いて, **3.** で示したポワソン発生モデルおよび推移確率の未知パラメータベクトル $\beta_0, \beta_1, \alpha_0, \alpha_1$ を推計する.

a) 未知パラメータ β_0, β_1

ポワソン発生モデルの未知パラメータベクトル β_0, β_1 について, β_0, β_1 の事前確率密度関数をそれぞれ $\pi(\beta_0), \pi(\beta_1)$ とする. ベイズの定理から, 尤度関数 (6) と事前確率密度関数 $\pi(\beta_0), \pi(\beta_1)$ を用いて, S^1, \dots, S^K を与件としたパラメータベクトル β_0, β_1 の事後確率密度関数 $\pi(\beta_0, \beta_1 | S^1, \dots, S^K, \boldsymbol{\psi}^K)$ は,

$$\begin{aligned} & \pi(\beta_0, \beta_1 | S^1, \dots, S^K, \boldsymbol{\psi}^K) \\ & \propto l(\beta_0, \beta_1 | S^1, \dots, S^K, \boldsymbol{\psi}^K) \prod_{s=0}^1 \pi(\beta_s) \\ & \propto \prod_{k=1}^K \frac{[\{(1 - S^k)\mu_0^k + S^k\mu_1^k\}z]^{n^k}}{n^k!} \\ & \quad \cdot \exp[-\{(1 - S^k)\mu_0^k + S^k\mu_1^k\}z] \\ & \quad \cdot \prod_{s=0}^1 \exp\left\{-\frac{1}{2}(\beta_s - \mu_s)\Sigma_s^{-1}(\beta_s - \mu_s)'\right\} \end{aligned} \quad (20)$$

と表せる。ただし、 $\beta_s (s = 0, 1)$ の事前確率密度関数は、期待値ベクトル μ_s 、分散共分散行列 Σ_s の多次元正規分布とした。

b) 未知パラメータ α_0, α_1

推移確率 (12) に関する未知パラメータベクトル α_0, α_1 の事後確率密度関数についても、**a)** と同様に定式化できる。事前確率密度関数を $\pi(\alpha_0), \pi(\alpha_1)$ とすると、尤度関数 (14) を用いて、事後確率密度関数 $\pi(\alpha_0, \alpha_1 | S^1, \dots, S^K, \psi^K)$ は、

$$\begin{aligned} & \pi(\alpha_0, \alpha_1 | S^1, \dots, S^K, \psi^K) \\ & \propto l_\alpha(\alpha_0, \alpha_1 | S^1, \dots, S^K, \psi^K) \pi(\alpha_0) \pi(\alpha_1) \\ & \propto \prod_{k=1}^{K-1} \left[\{p^{k\delta^k} \cdot (1-p^k)^{1-\delta^k}\}^{1-S^k} \right. \\ & \quad \left. \cdot \{q^{k\delta^k} \cdot (1-q^k)^{1-\delta^k}\}^{S^k} \right] \\ & \quad \cdot \prod_{v=0}^1 \exp\left\{ -\frac{1}{2}(\alpha_v - \mu_v) \Sigma_v^{-1} (\alpha_v - \mu_v)' \right\} \end{aligned} \quad (21)$$

と定式化できる。ただし、 α_0 の事前確率密度関数は、期待値ベクトル μ_0 、分散共分散行列 Σ_0 の多次元正規分布、 α_1 の事前確率密度関数は、期待値ベクトル μ_1 、分散共分散行列 Σ_1 の多次元正規分布とした。

(4) サンプリング手順

4 種類の未知パラメータベクトル $\beta_0, \beta_1, \alpha_0, \alpha_1$ の推計には、式 (20), (21) にそれぞれ示した同時事後確率密度関数を求める必要がある。しかし、上述したように、同時事後確率密度関数を解析的に求めることはもとより、同時事後確率密度関数から直接サンプリングすることも困難である。そこで本研究では代表的な MCMC 法の 1 つであるギブスサンプリングの考え方にに基づき、各パラメータの条件付き事後確率密度関数を用いて数値計算により式 (20), (21) の同時事後確率密度関数を算出する。

はじめに、未知パラメータ β_0, β_1 の各パラメータの条件付き事後確率密度関数を利用して同時事後確率密度関数を算出する。未知パラメータベクトル $\beta_u (u = 0, 1)$ から $\beta_u^{m_u^\beta} (m_u^\beta = 1, \dots, M_u^\beta)$ を除いた未知パラメータベクトルを $\beta_u^{-m_u^\beta}$ と表す。また $u = 1$ のとき $\tilde{u} = 0$ 、 $u = 0$ のとき $\tilde{u} = 1$ とする。このとき、式 (20) より、 $\beta_u^{-m_u^\beta}, \beta_{\tilde{u}}, \psi^K$ を既知としたときの、 $\beta_u^{m_u^\beta}$ の条件付き事後確率密度関数 $\pi(\beta_u^{m_u^\beta} | \beta_u^{-m_u^\beta}, \beta_{\tilde{u}}, S^1, \dots, S^K, \psi^K)$ は、

$$\begin{aligned} & \pi(\beta_u^{m_u^\beta} | \beta_u^{-m_u^\beta}, \beta_{\tilde{u}}, S^1, \dots, S^K, \psi^K) \\ & \propto \prod_{k=1}^K \{(1-S^k)\mu_0^k + S^k\mu_1^k\}^{n^k} \\ & \quad \cdot \exp[-\{(1-S^k)\mu_0^k + S^k\mu_1^k\}z] \end{aligned}$$

$$\cdot \exp\left\{ -\frac{1}{2}(\beta_u^{m_u^\beta} - \mu_u^{m_u^\beta})(\Sigma_u^{m_u^\beta})^{-1}(\beta_u^{m_u^\beta} - \mu_u^{m_u^\beta})' \right\} \quad (22)$$

と表せる。次に、未知パラメータ α_0, α_1 の各パラメータについても同様に、条件付き事後確率密度関数を利用して同時事後確率密度関数を算出する。未知パラメータベクトル $\alpha_v (v = 0, 1)$ から $\alpha_v^{m_v^\alpha} (m_v^\alpha = 1, \dots, M_v^\alpha)$ を除いた未知パラメータベクトルを $\alpha_v^{-m_v^\alpha}$ と表す。また $v = 1$ のとき $\tilde{v} = 0$ 、 $v = 0$ のとき $\tilde{v} = 1$ とする。このとき、式 (21) より、 $\alpha_v^{-m_v^\alpha}, \alpha_{\tilde{v}}, S^k (k = 1, \dots, K)$ を既知としたときの、 $\alpha_v^{m_v^\alpha}$ の条件付き事後確率密度関数 $\pi(\alpha_v^{m_v^\alpha} | \alpha_v^{-m_v^\alpha}, \alpha_{\tilde{v}}, S^1, \dots, S^K, \psi^K)$ は、

$$\begin{aligned} & \pi(\alpha_v^{m_v^\alpha} | \alpha_v^{-m_v^\alpha}, \alpha_{\tilde{v}}, S^1, \dots, S^K, \psi^K) \\ & \propto \prod_{k=1}^K \left[\{p^{k\delta^k} \cdot (1-p^k)^{1-\delta^k}\}^{1-S^k} \right. \\ & \quad \left. \cdot \{q^{k\delta^k} \cdot (1-q^k)^{1-\delta^k}\}^{S^k} \right] \\ & \quad \cdot \exp\left\{ -\frac{1}{2}(\alpha_v^{m_v^\alpha} - \mu_v^{m_v^\alpha})(\Sigma_v^{m_v^\alpha})^{-1}(\alpha_v^{m_v^\alpha} - \mu_v^{m_v^\alpha})' \right\} \end{aligned} \quad (23)$$

と表せる。

以上で定式化した同時事後確率密度関数に基づいて、潜在変数値ベクトル $\mathbf{S} = (S^1, \dots, S^K)$ とパラメータベクトル α, β の標本サンプルを発生する。ギブスサンプリング法を用いた推計方法を図-3 に整理している。なお、未知パラメータ α, β を、同時確率密度関数から直接サンプリングできないため、本研究ではランダムウォーク MH 法を用いてパラメータ標本を発生する。ランダムウォーク MH 法の詳細について参考文献¹⁷⁾に譲ることとする。パラメータの発生手順は以下のステップで構成される。

ステップ 1 経験的な情報を用いて、事前分布のパラメータ $\mu_u, \Sigma_u, \mu_v, \Sigma_v$ を設定する。また、未知パラメータベクトル β_u, α_v 、および潜在変数ベクトル $\mathbf{S}^{(0)}$ の初期値を $\mu_u^{(0)}, \Sigma_u^{(0)}, \mathbf{S}^{(0)}$ に設定する。初期値の影響はサンプリング数の増加とともに薄れていく。

ステップ 2 n 回目のサンプリングの未知パラメータベクトル $\beta_u^{(n)}$ を事後確率密度関数 $\pi(\beta_0, \beta_1 | S^{1(n-1)}, \dots, S^{K(n-1)}, \psi^K)$ からサンプリングする。

ステップ 3 式 (18) に示した推移確率に基づいて、マルチムーブサンプリング法により潜在変数値ベクトル $\mathbf{S}^{(n)}$ をサンプリングする。

ステップ 4 ステップ 3 においてサンプリングされた $\mathbf{S}^{(n)}$ を用いて、 n 回目のパラメータベクトル $\alpha_v^{(n)}$ をランダムウォーク MH 法を用いてサンプリングする。

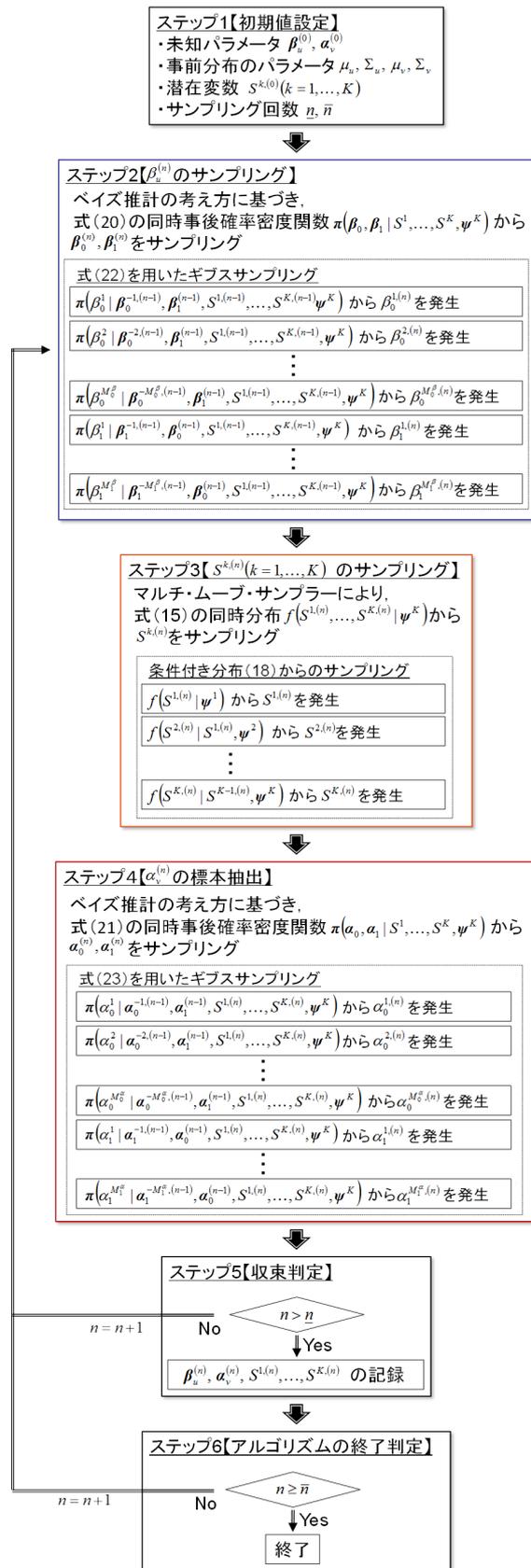


図-3 推計フロー

ステップ5 十分大きな \underline{n} に対して $n > \underline{n}$ ならば $\beta_u^{(n)}, \alpha_v^{(n)}, S^{1(n)}, \dots, S^{K(n)}$ を記録する。

ステップ6 $n = \bar{n}$ ならば計算を終了する。 $n < \bar{n}$ ならば $n = n + 1$ とし**ステップ2**へ戻る。

本研究では、上記の手順に従い未知パラメータベクトル α, β の事後分布からサンプリングを行う。サンプリングされた標本を用いて、事後分布の統計量を算出することができる²⁰⁾。具体的に、**6.**では、サンプリングされた標本のバーンイン \underline{n} を除いた部分の平均値を推計値として扱い、さらには、事後分布の90%信用域、Geweke 検定統計量²¹⁾を含め、推計結果として記載している。

5. ポットホール発生リスク管理モデル

(1) リスク管理手法

リスク管理指標としてポットホール発生個数に着目する。ポットホールの発生が確率過程に従う場合、各期間で観測されるポットホールの発生個数は確率分布する。また、リスク管理指標は、各期間 $k (k = 1, \dots, K)$ において定義できる。**5.(3)**では、各期間でのポットホール発生個数の分布を定義する。その際、ポットホールの発生個数の期待値に加え、発生個数に関する VaR 指標を定義する。ある信頼水準の下で、ポットホールの発生個数に関するリスク管理を行う場合、ポットホールの発生個数の分散を考慮する VaR 指標が必要となる。

本研究では、ポットホール発生状態を異常モード、通常モードの2種類に分割し、それらの状態間の推移過程をマルコフ・スイッチングモデルで表現している。同モデルにおいてポットホール発生個数の分布を知るためには、異常モード、通常モードそれぞれが生起する確率を求める必要がある。そのため、**5.(2)**で、期間 G^k 終了時において、次の期間 G^{k+1} におけるポットホール発生状態の生起確率 $\Pr[S^{k+1} = i | \psi^k]$ を求める。確率 $\Pr[S^{k+1} = i | \psi^k]$ は、マルコフ・スイッチングモデルを用いて将来を予測するにあたり重要な指標となる。里吉²³⁾はマルコフ・スイッチング過程を含む時系列モデルを用いた将来予測の際に、確率 $\Pr[S^{k+1} = i | \psi^k]$ を予測の初期地点として与えている。この確率を用いることにより、現時点で蓄積された観測情報を最大限に利用し、次の期間でのポットホール発生状態を予測できる。さらに、臨時巡回に対する意思決定を行うにあたり、道路管理者が費用、人員問題などを勘案し、定義された異常モードを実際の臨時点検査実施基準として採用した場合、確率 $\Pr[S^{k+1} = i | \psi^k]$ は臨時巡回を行うか否かに直接的に影響を与える指標となり得る。

(2) 気象管理モードの生起確率

マルコフ・スイッチングモデルを用いた臨時道路巡回実施に対する意思決定には、各気象管理モードの生起

確率が大きく影響する。本研究では、異常モード、通常モードという2種類の気象管理モードを設定している。現在までに観測できる情報および未知パラメータの推計値から、翌日が異常モードになる確率を算出する。

4.(2)b) では期間 G^{k+1} の潜在変数 S^{k+1} をサンプリングする際、潜在変数 S^k が既知であると想定していた。潜在変数 S^k は観測不可能な変数であり、実際の道路巡回に対する意思決定の場面で潜在変数 S^k を既知とするのは現実的ではない。そこで、本節では、Hamilton フィルタ¹⁶⁾を用いて、情報集合 ψ^k から次の期間 G^{k+1} の潜在変数 S^{k+1} を予測するために、確率 $\Pr[S^{k+1} = i|\psi^k]$ を求める。 $\Pr[S^{k+1} = j|\psi^k]$ は、推移確率 $\Pr[S^{k+1}|S^k = i, \psi^{k-1}]$ を用いて、

$$\Pr[S^{k+1} = j|\psi^k] = \sum_{i=0}^1 \Pr[S^{k+1} = j, S^k = i|\psi^k] \\ = \sum_{i=0}^1 \Pr[S^{k+1} = j|S^k = i, \psi^k] \cdot \Pr[S^k = i|\psi^k] \quad (24)$$

と展開できる。ただし、推移確率 $\Pr[S^{k+1} = j|S^k = i, \psi^k] = \Pr[S^{k+1} = j|S^k = i, \mathbf{y}^k]$ ($i, j = 0, 1$) はマルコフ推移確率であり、式(12)で定義される。 G^{k+1} 期の期首に確定する異常モード S^{k+1} は確率 $\Pr[S^k = j|\psi^k]$ とマルコフ推移確率を用いて表される。さらに、 G^k 期の期末で観測されるポットホール発生個数 n^k の情報を用いれば、 G^k 期の異常モードに関する予測精度を向上させることができる。式(24)に、 G^k 期の情報 $\phi^k = (n^k, \mathbf{x}^k, \mathbf{y}^k)$ を追加すれば、 $\Pr[S^k = j|\psi^k]$ は、

$$\Pr[S^k = j|\psi^k] \\ = \Pr[S^k = j|\psi^{k-1}, \phi^k] \\ = \frac{\Pr[S^k = j, n^k|\mathbf{x}^k, \psi^{k-1}]}{\Pr[n^k|\mathbf{x}^k, \psi^{k-1}]} \\ = \frac{\Pr[n^k|S^k = j, \mathbf{x}_j^k] \Pr[S^k = j|\psi^{k-1}]}{\sum_{c=0}^1 \Pr[n^k|S^k = c, \mathbf{x}_c^k] \Pr[S^k = c|\psi^{k-1}]} \\ = \frac{l^k(n^k|S^k = j, \mathbf{x}_j^k) \Pr[S^k = j|\psi^{k-1}]}{\sum_{c=0}^1 l^k(n^k|S^k = c, \mathbf{x}_c^k) \Pr[S^k = c|\psi^{k-1}]} \quad (25)$$

と表せる。ただし、 $\psi^k = \{\psi^{k-1}, \phi^k\}$ である。なお、 $\Pr[S^1 = j|\psi^1]$ については、

$$\Pr[S^1|\psi^1] = \frac{l^1(n^1|S^1, \mathbf{x}_j^1)}{\sum_{c=0}^1 l^1(n^1|S^1 = c, \mathbf{x}_c^1)} \quad (26)$$

で定義する。また、

$$l^k(n^k|S^k = j, \mathbf{x}_j^k) = \frac{[\{(1-j)\mu_0^k + j\mu_1^k\}z]^{n^k}}{n^k!} \\ \cdot \exp[-\{(1-j)\mu_0^k + j\mu_1^k\}z] \quad (27a)$$

$$\mu_j^k = \exp(\mathbf{x}_j^k \boldsymbol{\beta}^j) \quad (27b)$$

である。式(24)において $\Pr[S^k = j|\psi^k]$ は式(25)で与えられる。式(25)を再帰的に適用し、 G^{k+1} ($k = 1, \dots, K-1$) 期の $\Pr[S^{k+1} = j|\psi^k]$ を求める。

(3) ポットホール発生個数

5.(2) で求めた確率 $\Pr[S^{k+1} = i|\psi^k]$ を用いることにより、期間 G^k 終了時点において、次の期間 G^{k+1} でのポットホール発生個数を予測し、期間 G^{k+1} での臨時巡回実施の意思決定を行うことを考える。期間 G^{k+1} でポットホールが n^{k+1} 個発生する確率は、式(3)より、推移確率 $\Pr[S^{k+1} = i|\psi^k]$ を内包したポワソン分布、

$$Po(n^{k+1}|z, \psi^k) \\ = \frac{\{\Pr[S^{k+1} = 0]\mu_0^{k+1} + \Pr[S^{k+1} = 1]\mu_1^{k+1}\}z^{n^{k+1}}}{n^{k+1}!} \\ \cdot \exp\{-\{\Pr[S^{k+1} = 0]\mu_0^{k+1} + \Pr[S^{k+1} = 1]\mu_1^{k+1}\}z\} \quad (28)$$

と表現することができる。ただし、記述の都合上、 $\Pr[S^{k+1} = i|\psi^k] = \Pr[S^{k+1} = i]$ と表記している。このとき、ポットホールの期待発生個数 $E[n^{k+1}|z, \psi^k]$ は、

$$E[n^{k+1}|z, \psi^k] \\ = \{\Pr[S^{k+1} = 0]\mu_0^{k+1} + \Pr[S^{k+1} = 1]\mu_1^{k+1}\}z \quad (29)$$

と表される。期待発生個数 $E[n^{k+1}|z]$ は直感的に理解し易い指標であるが、数多く繰り返される期間でのポットホール発生個数の期待値を示したものに過ぎず、実際に各期間において観測されるポットホール発生個数を表したものではない。期間において観測されるポットホール発生個数が期待値 $E[n^{k+1}|z]$ を上回ることは当然起こりうる。ポットホール発生に対するリスク管理のためには、発生個数の分布を明示的に考慮できる管理指標が望ましい。そこで、ポットホール発生リスクの管理指標として VaR 指標⁹⁾を定式化する。VaR 指標は参考文献⁹⁾に詳しいが、以下でその概要を説明する。

ある期間 G^{k+1} において観測されるポットホールの発生個数 n^{k+1} が、ある許容水準 \bar{U} 以上となる確率は、

$$P(n^{k+1} \geq \bar{U}) = \sum_{n^{k+1}=\lceil \bar{U} \rceil}^{\infty} Po(n^{k+1}|z) \quad (30)$$

と表すことができる。ただし、 $\lceil \bar{U} \rceil$ は \bar{U} を超える整数の中で最小の整数を意味する。ここで、期間でのポットホール発生個数が許容水準 \bar{U} を上回る確率を ω とする。ポットホール発生過程の不確実性により、各期間におけるポットホール発生個数が許容水準 \bar{U} を常に満足するとは限らない。確率 ω は、ポットホールの発生リスクを表す指標であり、ポットホール発生のリスク管理水準と呼ぶこととする。ここで、リスク管理水準 ω と期間長 z を所与としたときのポットホール発生に関するリスク管理指標である VaR 指標 $\text{VaR}_\omega(z)$ を、

$$\text{VaR}_\omega(z) = \arg \max_U \{U | P(n^{k+1} \geq U|z) \leq \omega\} \quad (31)$$

と定義する。ただし、 \arg は式(31)の右辺を最大にする U を指定する記号である。ここで、集合 $\Omega_\omega(\bar{U})$ を、

$$\Omega_\omega(\bar{U}) = \{z | \text{VaR}_\omega(z) \leq \bar{U}\} \quad (32)$$

表-1 点検データの概要

適用区間長 (土工部のみ)	8.16km			
適用区間	4 区間 (上り走行車線, 上り追越車線, 下り走行車線, 下り追越車線)			
分析期間	2008 年 4 月 3 日~2011 年 9 月 29 日			
分析期間長	1,275 日			
期間長 (道路巡回間隔)	全て 1 日			
ポットホール発生総数 (土工部のみ)	40 個			
日平均ポットホール発生個数 (土工部のみ)	0.0078 個			
ポットホール発生個数内訳	上り走行車線	上り追越車線	下り走行車線	下り追越車線
	11 個	4 個	25 個	0 個

と定義する. 集合 $\Omega_\omega(\bar{U})$ は, 「ポットホール発生に対するリスク信頼水準 ω の下で, ポットホール発生個数をリスク管理限界 \bar{U} 以下に抑えることが可能な点検間隔の集合」を表している. このように, ポットホールの発生リスクは, リスク信頼水準 ω とリスク管理限界 \bar{U} という 2 つのパラメータを用いて表現できる. 信頼水準は統計学の有意水準に相当し, 通常は $\omega = 0.05, 0.01$ が採用される. リスク管理限界は許容することができない具体的な物理量 (この場合にはポットホール発生個数) を設定する. 当然のことながら, 信頼水準, リスク管理限界を小さくすればするほど, 厳しい点検政策を採用することを意味する. 実際に道路管理者は, リスク信頼水準とリスク管理限界を設定することで, 最適な点検間隔を上式のように決定することができる. なお, 期待発生数 $E[n^{k+1}|z]$ は信頼水準として 0.5 を採用した VaR 値 ($\text{VaR}_{0.5}(z)$) に他ならない. VaR 指標の定義より, $\omega < 0.5$ の場合, $E[n^{k+1}|z] < \text{VaR}_\omega(z)$ が成立する.

6. 適用事例

(1) データベースの概要とモデル推計手順

マルコフ・スイッチング・ポワソン発生モデルを実在する高速道路のポットホールに対する目視点検データに適用する. 点検データの概要を表-1 に示す. 適用した道路区間の総延長は 8.75km であり, 当該区間において, 土工部が 8.16km, 橋梁部が 0.59km であった. また, 対象とする道路区間は, 1964 年に供用が開始され, 2001 年から 2008 年の間に順次補修 (高機能舗装化) がなされた補修後 10 年以内の舗装で構成されている. したがって, 対象区間の舗装は全て高機能舗装 (ポーラスアスファルト舗装) である. 以前より, 高速道路の土工部と橋梁部のポットホール発生過程の相違が指摘されていた. 本適用データにおいても, ポットホール発生個数は土工部で 40 個, 橋梁部で 88 個とその延長を考慮すると橋梁部でポットホールが多発している. マルコフ・スイッチングモデルの適用性の検証に焦点を当てるために, ポットホールの発生メカニズムが異なる橋梁部のデータを除いた 8.16km の土工部で獲得された

データを推計データとして用いた. なお, 本研究では, 6.(4) で議論するように, 気象状況に応じた道路巡回政策の立案を目指すため, 融雪・降雨に関係なく, 床版劣化により局所的にポットホールが多発する橋梁部ではなく, 橋梁部と比較して発生頻度は低くとも広範囲に亘りポットホールが発生する可能性のある土工部を分析対象と選定した. 橋梁部に関しては, 別途ポットホール発生に対する分析が必要となることは論を俟たないが, 本研究ではマルコフ・スイッチングモデルの有用性を示すとともに, 臨時道路巡回実施によるリスクの変動を分析するため, 土工部のデータのみを用いた分析を実施した. なお, 本適用事例では, ある期間 G^k において, 対象とした 8.16km の道路区間全てで, 同一の状況依存的ポットホール発生率 (2) を取る. ポットホールの発生過程をより詳細に表現するためには, 当該道路区間を単位区間に細分化し, それぞれにポットホール発生率を定義することが理想的である. しかしながら, マルコフ・スイッチング・ポワソン発生モデルでは, 式 (2) に示すように, 期間 G^k 毎にポットホール発生率が異なるため, それをさらに道路区間で細分化すると, 推計すべきポットホール発生率の数が膨大となり, 計算負荷が増加し, モデルの過適合問題が懸念される. 本適用事例では, ポットホール発生率の場所的变化ではなく, 気象状況による時間的変化に重きを置き, 最終的に, 対象とした 8.16km の道路区間を一度に巡回するような道路巡回政策を想定するため, 当該道路区間を細分化したポットホール発生率の設定は今後の課題とする. さらに, 獲得されたデータにおいて, ポットホール発生車線として, 走行車線, 追越車線, 加速車線, 減速車線, 付加車線の 5 種類が記録されていた. 本研究では, 対象区間の 8.16km 全てに存在する走行車線と追越車線のみポットホール発生データを用い, 表-1 のように, 上り走行車線, 上り追越車線, 下り走行車線, 下り追越車線の 4 区間を対象とした. 推計にあたり, 潜在変数は区間ごとに設定され, ポワソン発生モデルと推移確率の未知パラメータは 4 区間で共通の値を取ることにした.

2008 年 4 月 3 日から 2011 年 9 月 29 日までの 1,275 日間のポットホール発生に関する点検データが利用可

表-2 マルコフ・スイッチング・ポワソン発生モデルのパラメータ推計結果

	ポワソン発生モデル			推移確率					
	β_0	β_1		α_0				α_1	
	定数項	定数項	車線区分	定数項	当日降水量	1日前日降水量	2日前日降水量	定数項	当日降水量
	β_0^1	β_1^1	β_1^2	α_0^1	α_0^2	α_0^3	α_0^4	α_1^1	α_1^2
推計値	-9.956	-3.284	2.840	-6.174	4.212	4.072	3.318	-0.893	-4.630
上限 5%	-8.338	-2.137	3.865	-5.691	5.382	5.370	4.723	-0.273	-3.274
下限 5%	-11.749	-4.279	1.585	-6.686	2.977	2.663	1.780	-1.551	-6.086
Geweke 統計量	0.050	0.224	-0.280	0.020	0.055	0.036	0.054	-0.062	0.137
AIC	242.994								

能であった。一般的にポットホール発生過程は舗装の路面の劣化状態により変化し、実際にポットホールと舗装の複合的劣化過程を表現した事例も存在する¹⁰⁾。しかしながら、本適用事例では、ポットホール観測期間が約3年半と、舗装の路面の期待寿命（例えば、参考文献(9)では、約30年）と比べ大幅に短いことから、舗装の劣化状態は観測期間内で一定とし分析を行った。また、道路区間に関しても劣化状態が同質な8.16kmを選定することで、舗装の劣化状態がスイッチング過程に影響を与える可能性を排除した。ただし、ポットホールと舗装の複合的劣化過程を考慮し、気象状況も考慮したモデルの開発は今後の課題として、7.で改めて言及する。点検データの内容として、ポットホール発生日、発生個数、発生場所が1日ごとに記録されている。そのため、本適用事例では、期間長 z は全て1日とした。なお、ポットホールの発生が無い場合でも発生個数0個として、その情報が点検データに蓄積され、その情報は推計にも用いられる。また、発見されたポットホールには直ちに補修が施される。降水量に関して、適用区間8.16kmを代表する1つの気象観測所で獲得された気象データを使用した。気象データからは、当日降水量、最大時間降水量、最高気温、最低気温、平均気温の5種類のデータが1日単位で獲得可能であった。

マルコフ・スイッチング・ポワソン発生モデルの未知パラメータベクトル β_0, β_1 、潜在変数 $S^k (k = 1, \dots, K)$ とその推移確率(12)に関するパラメータベクトル α_0, α_1 をMCMC法により推計した。期間 G^k (観測開始から第 k 日目)の特性ベクトルの候補として、1) k 日目の当日降水量、2) k 日目から数えて $m (m = 1, \dots, 7)$ 日目の日降水量(以下、 m 日前日降水量)、3) 当日から $n (n = 1, \dots, 7)$ 日前までの累積降水量(以下、 $n+1$ 日間累積降水量)、また、降水量以外の気象観測データとして、4) 日最高気温、5) 日最低気温、6) 日平均気温、7) 日最高気温と日最低気温の差、さらに、高速道路構造に関する、8) 車線区分(走行車線を1、追越車線を0とするダミー変数として)を考慮した。これらの特性ベクトルは、ポワソン発生モデル、モードの推移確率モデルの双方において特性変数(説明変数)の

候補として取り上げた。一般的にポットホール発生過程を統計分析する際には、その特性変数として大型車交通量や舗装の表層材料などが検討される。しかし、本研究においては対象道路区間が8.16kmと短く、これらの条件は対象道路区間内で一定であった。そのため、本研究ではこれらを特性変数の候補から除外した。

はじめに、これらの特性変数の有無により複数種の異なったモデルが得られる。これらのモデルの推計結果により、ポットホール発生過程、推移確率に影響を与える特性ベクトルを選定した。特性ベクトルを採用する基準として、Geweke検定統計量²¹⁾の絶対値が有意水準5%の閾値である1.96を下回ることで、特性ベクトルに対応する未知パラメータの事後分布の90%信用域に0を含まないこと、の2種類を用いた。上述の複数のモデルの中から、推計精度の観点から最終的にもっとも望ましいモデルを選択した。ただし、同一の到着率あるいはハザード率内で当日降水量と $n+1$ 日間累積降水量など重複する要素を持つ特性ベクトルは同時に採用しないこととした。また、候補となる全ての特性ベクトル同士は相関性が低い(具体的には、相関係数あるいは自己相関係数の最大値は、降水量を1日ずらしたときの自己相関係数0.143であった)ことを確認している。モデルの選択にあたってAIC²²⁾(付録参照)を用いた。

(2) モデルの推計結果

本適用事例では、Geweke検定統計量と未知パラメータの90%信用域による特性ベクトルの採用基準を考慮し、さらに複数モデルのAICを比較して最適モデルを決定した。その結果、ポワソン発生モデルでは異常モードで車線区分が特性ベクトルとして採用され、通常モードで特性ベクトルは採用されなかった。推移確率では、ハザード率 θ_0 で当日降水量、1日前日降水量、2日前日降水量が、ハザード率 θ_1 に関しては当日降水量が、特性ベクトルとして採用された。表-2にモデルの推計結果を示している。マルコフ・スイッチング・ポワソン発生モデルでは、異常モード、通常モードの各モードにおいて、特性ベクトルを別個に考慮することがで

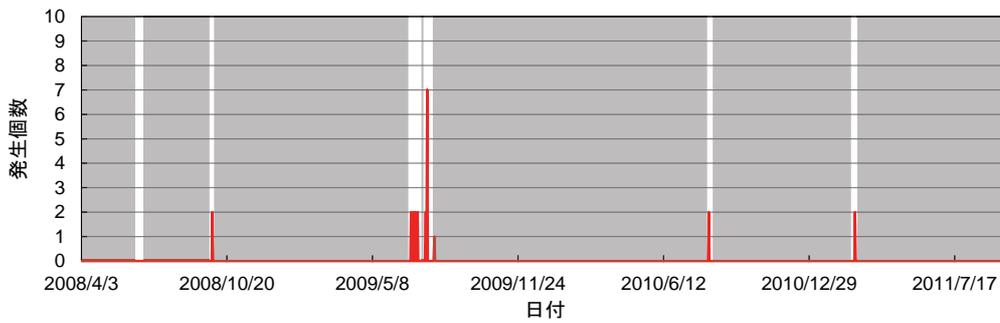


図-4 ポットホール発生個数 (実測値, 下り走行車線, 総数 25 個)

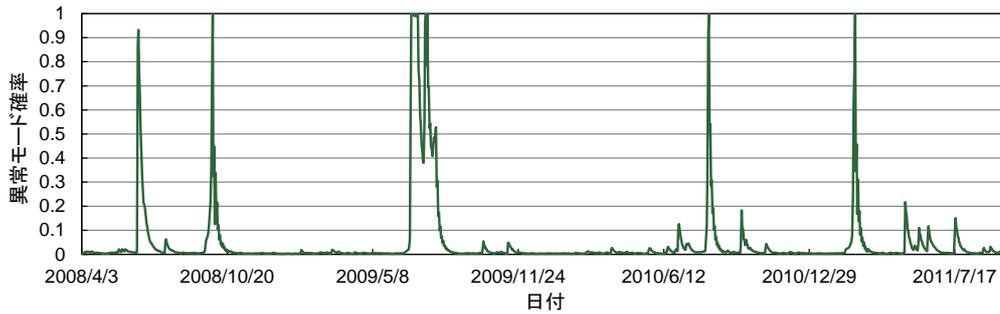


図-5 異常モード確率 (下り走行車線)

きる。このことにより、各モードでのポットホール発生過程を詳細に表現することができる。本適用事例では、異常モードで車線種別が特性ベクトルとして採用されたことから、大型車の交通量が多い走行車線の方が、追い越し車線と比べ、継続的な降雨後という同一の状況下においても、ポットホール発生個数が多いことがわかる。推移確率に関しては、 α_0 において日降水量に対するパラメータが全て正值となっていることから、降水量が増加するとポットホール発生状態は異常モード ($S^k = 1$) に推移しやすいことがわかる。さらに、 α_1 において当日降水量に対するパラメータが負値となっていることから、一度異常モードに推移したときに当日降水量が多いと異常モードであり続ける可能性が高いことがわかる。このような特性ベクトルに関する知見に関しては、7. で述べるように、当該道路区間のみ適用可能であること、今後のポットホール発生機構に関する実験的な検証が必要であることに留意されたい。また、推移確率にハザードモデルを組み込んだことにより、推計されたパラメータを用いて各気象管理モードの期待継続期間長を算出することができる。期間 G^k の期首で定義された通常モードの期待継続期間長を RMD_1^k 、異常モードの期待継続期間長を RMD_2^k とすると、期待寿命 $RMD_j^k (j = 1, 2)$ は、式 (11) を用いて、

$$RMD_j^k = \frac{1}{\theta_j^k} = \frac{1}{\exp(\mathbf{y}_j^k \hat{\alpha}_j)} \quad (33)$$

と表すことができる。なお、記号「 $\hat{\cdot}$ 」は推計値を意味する。式 (33) と表-2 の未知パラメータ α_1 の推計結果を用いると、異常モードの期待継続期間長は当日降水量によって変化し、当日降水量が 0mm の日が継続した場合、異常モードの期待継続期間長は 2.4 日となる。また、推計されたハザードモデルを用いて、翌日の気象管理モードに対する推移確率を式 (12) より算出できる。例えば、一度異常モードが生じた場合を考える。このとき、当日降水量が 0mm の場合、翌日の気象管理モードが通常モードへ推移する確率は 33.60% である。現時点の異常モードから翌日に通常モードに推移する確率は、特性ベクトルとして考慮された当日降水量に応じて変化し、降水量が 30mm の場合 11.63%、50mm の場合 5.41% となる。本研究では、気象管理モードの推移に対しマルコフ過程を用いるため、各日の予想降水量に基づき計算された推移確率を掛け合わせるにより、将来の気象管理モードの生起確率が算出できる。例えば、当日の気象管理モードが異常モードであり、当日の降水量、翌日、翌々日の予想降水量が全て 0mm のとき、3 日後にも異常モードであり続ける確率は 29.28% となる。一方、降水量、予想降水量が、当日 0mm、翌日 30mm、翌々日 0mm となるときには、3 日後にも異常モードであり続ける確率は 38.97% に上昇する。このように降水量に応じた推移確率を用いることにより、予測降水量に基づいた気象管理モードの生起確率が定量的に評価でき、臨時巡回実施への意思決定

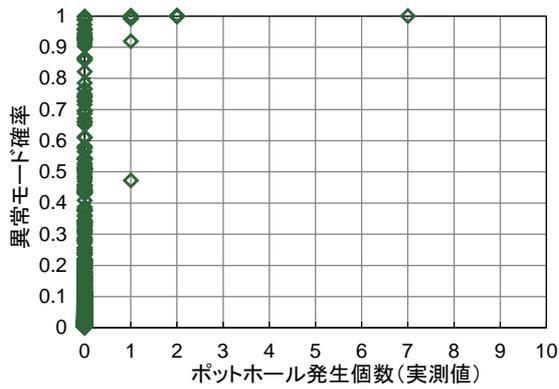


図-6 ポットホール実測値と異常モード確率

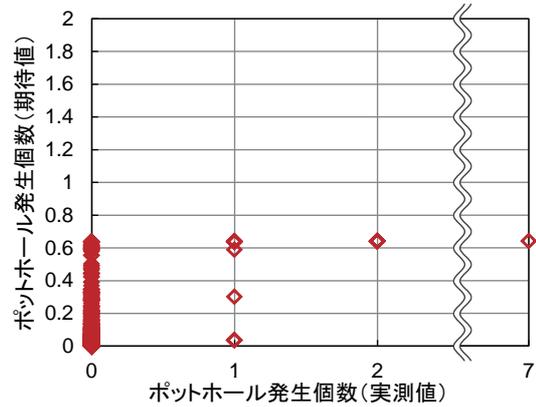


図-7 ポットホール実測値と期待値

に直結される。

図-4には1日のポットホール発生数の実測値を示した。また、図-5にはMCMC法における各サンプリング回の潜在変数 S^k を集計的に用いて算出した異常モード確率を示した。なお、この異常モード確率は潜在変数 S^k の期待値と一致する。図-4において、灰色で塗られた部分は異常モード確率が0.5未満の日を示している。図-4、図-5を比較すると、実測データによるポットホール多発日は異常モード確率が高く、実測データによるポットホール多発日を捉えていることが見て取れる。異常モード確率が0.5以上となる日(1,275日中40日)の平均ポットホール発生個数は0.625(個/日)、一方、異常モード確率が0.5未満となる日(1,275日中1,235日)の平均ポットホール発生個数は0.001(個/日)であった。また、図-6には、全対象4区間のポットホール発生個数の実測値と異常モード確率の関係を散布図として表現した。同図から、ポットホール発生個数2個以上の日(ポットホール発生日数23日中12日)は確実に異常モード確率も0.9以上と高い値を示していることが見て取れる。異常モード確率を状況的ポットホール発生率(2)に代入することにより、ポットホール発生個数の期待値を求めた。図-7には、ポットホールの実測値と期待値の散布図を示した。両者の相関係数は0.459でありポットホール実測値と期待値には正の相関が見られる。ただし、ポットホール発生個数の期待値の平均は0.015、実測値の平均は0.008個であり、図-7のプロットは原点付近に集中していることに留意されたい。そのため、相関係数の値に関しては、図-7の横軸(ポットホール発生個数の実測値)が離散的な値を取ること、プロットが原点付近に集中していることを考慮すると、推定モデルとしては妥当な値であると考えることができる。ポットホール発生個数の予測精度の向上は今後の課題ではあるが、ポットホールの発生日、あるいは多発日にはマルコフ・スイッチング・ポワソン発生モデルで予測されたポットホール発生個数も対象期間内全

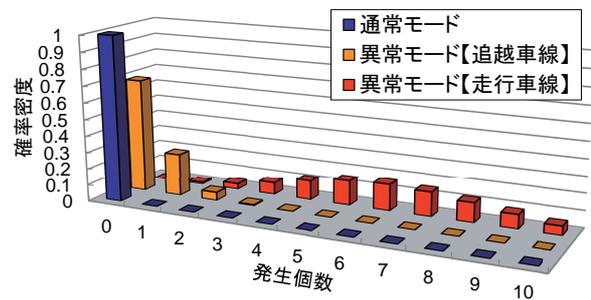


図-8 ポットホール発生個数分布(5日間, 8.16km, 1車線)

体の平均(0.015)を大きく上回る結果となっている。

推計したモデルを用いることにより、各気象管理モードにおけるポットホール発生過程を表すポワソン分布を導出できる。図-8に、各気象管理モードにおいて、8.16km, 1車線における5日間のポットホール発生個数を表すポワソン分布を示している。通常モードにおけるポワソン分布は青色である。異常モードにおけるポワソン分布では、走行車線を赤色で、追越車線を黄色で示している。通常モードにおけるポットホール発生個数の期待値は0.001個、異常モードでは追越車線で0.375個、走行車線では6.415個である。通常モードと比べ異常モードではポットホールが多発する。さらに異常モード時においては、追越車線と比較し、走行車線でのポットホール発生が多い。走行車線でのポットホール発生に関しては、追越車線と比べて走行車線の方が、大型車交通量が多いことが原因として考えられる。また、マルコフ・スイッチング・ポワソン発生モデルと通常ポワソン発生モデルのパラメータ推計結果を表-3にて比較している。同表では、ポットホール発生率の特性ベクトルとして、定数項、車線区分、1日前日降水量、2日前日降水量、3日前日降水量を考慮したモデルの推計結果を示している。表-3において、当該

表-3 マルコフ・スイッチング過程を考慮しないポワソン発生モデルの推計結果

	定数項	車線 区分	1 日前 日降水量	2 日前 日降水量	3 日前 日降水量
	β^1	β^2	β^3	β^4	β^5
推計値	-6.898	2.391	2.088	1.119	2.434
上限 5%	-6.350	2.733	2.585	1.572	2.753
下限 5%	-7.229	1.826	1.604	0.539	1.933
Geweke 統計量	-0.221	0.479	-0.302	-0.473	-1.310
AIC	437.449				

表-4 過去に遡った降水量の影響

	ポワソン発生モデル			推移確率							
	β_0		β_1	α_0					α_1		
	定数項	定数項	車線 区分	定数項	当日 降水量	1 日前 日降水量	2 日前 日降水量	3 日前 日降水量	定数項	当日 降水量	1 日前 日降水量
	β_0^1	β_1^1	β_1^2	α_0^1	α_0^2	α_0^3	α_0^4	α_0^5	α_1^1	α_1^2	α_1^3
推計値	-10.226	-3.418	2.985	-6.139	4.107	4.126	3.257	-0.618	-0.821	-4.454	-0.913
上限 5%	-8.601	-2.211	4.304	-5.641	5.343	5.435	4.635	1.298	-0.110	-2.813	0.890
下限 5%	-11.763	-4.474	1.604	-6.680	2.813	2.702	1.805	-2.606	-1.547	-6.080	-2.725
Geweke 統計量	0.061	-0.090	0.079	0.078	0.002	-0.061	-0.007	-0.153	-0.045	0.014	0.030
AIC	241.595										

サンプル k における車線区分を x_2^k , 1 日前日降水量を x_3^k , 2 日前日降水量を x_4^k , 3 日前日降水量を x_5^k としたとき, 表-3 に示したポワソン発生モデルのポットホール発生率 μ'_k は,

$$\mu'_k = \exp(\beta^1 + x_2^k \beta^2 + x_3^k \beta^3 + x_4^k \beta^4 + x_5^k \beta^5) \quad (34)$$

と表現され, 車線区分と降水量の変化に伴い変化する. 表-2 と表-3 の推計結果を比較する. 日降水量の日数が 1 日ずれている (表-2 では当日から 2 日前, 表-3 では 1 日前から 3 日前) のは, マルコフ・スイッチングモデルの推移確率は 1 期後のポットホール発生過程に関わるからである. マルコフ・スイッチングモデルの AIC が 242.994 とマルコフ・スイッチング過程を考慮しないモデルの AIC (437.449) と比較して小さい. このことは, 当該データにおいて, ポットホール発生状態を通常モード, 異常モードという 2 種類のモードに区分した方がより詳細なポットホール発生過程のモデル化が可能であることを示している. さらに, 特性ベクトルに日降水量を連続値として考慮した場合, 単にポワソン発生モデルの特性ベクトルとして考慮するよりも, 推移確率を表現する指数ハザードモデルのハザード率の説明変数として取り上げたほうが望ましい.

(3) 降水量の影響

ポットホール発生状態の推移のうち, 通常モードから異常モードへの推移に対して, 過去何日間の降水量が影響を及ぼすかについて分析した. 表-4 には, AIC 比較の過程で推計されたモデルのうち, 推移確率の指数ハザードモデルにおいて通常モードから異常モードへの推移に関して 4 日間の降水量を, 異常モードから通常モードへの推移に関しては 2 日間の降水量を考慮

したモデルの推計結果を示す. はじめに, 通常モードから異常モードへの推移確率を表現する α_0 に着目すると, 当日, 1 日前, 2 日前日降水量はパラメータの値が正値を取り, 90%信用域も 0 を含まないことから, それぞれの降水量が増加するとポットホール発生状態は異常モードに推移し易くなる. 一方, 3 日前日降水量に関しては, 90%信用域が 0 を含み, 必ずしもポットホール発生過程に影響を与えるとは言いがたい. 本適用事例では, 次の期間の気象管理モードに対して, 現在の期間の降水量を含めた過去 3 日間の降水量が通常モードから異常モードへの推移に影響を与えている. 次に, 異常モードから通常モードへの推移確率を表現する α_1 に着目すると, 当日降水量はパラメータの値が負値を取り, 90%信用域も 0 を含まないことから, まずそれぞれの降水量が増加するとポットホール発生状態は異常モードに留まり易くなることがわかる. 一方, 1 日前日降水量に関しては, 90%信用域が 0 を含み, 必ずしもポットホール発生過程に影響を与えるとは言い切れない. すなわち, 本適用事例では, 次の期間の気象管理モードに対して, 現在の期間の降水量のみが異常モードから通常モードへの推移に影響を与えと言える. なお, α_0 に関しては, 4 日前, 5 日前, 6 日前, 7 日前までの降水量を, α_1 に関しては, 2 日前, 3 日前, 4 日前, 5 日前, 6 日前, 7 日前までの降水量をそれぞれ全て考慮した各モデルにおいても, α_0 は 3 日前以前の, α_1 は 1 日前以前の降水量のパラメータの 90%信用域は全て 0 を含むことを確認している.

従来, 技術者の経験的知見により, 過去 3 日間の降雨がポットホール発生過程に影響を与えるとされていたが, その日数を明示した事例は著者らの知る限り存在しない. 本適用事例では, 過去 3 日間の降水量がポッ

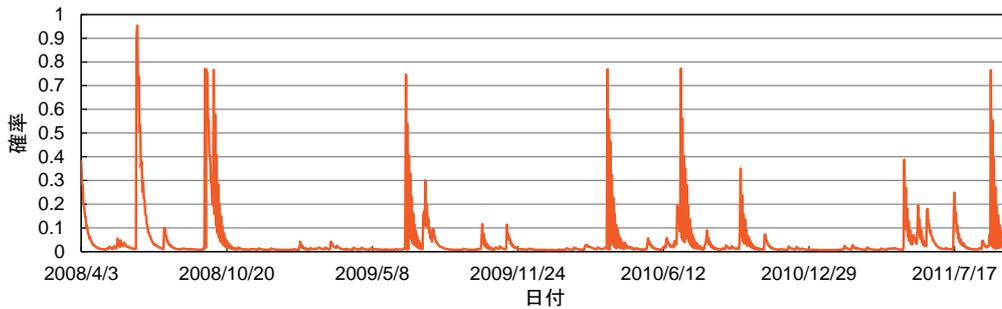


図-9 異常モードの生起確率 $\Pr[S^{k+1} = 1|\psi^k]$

トホール管理モードに影響を及ぼすという実務的経験と一致した知見を獲得することができたが、今後の適用事例の蓄積により、過去何日間の降水量を考慮すべきかを定量的なデータに基づいて検討することが望まれる。過去何日間の降雨がポットホール発生個数に影響を与えるのかを知ることは、ポットホール発生過程の詳細な分析を通じて、ポットホールに対する維持管理技術の向上に大きく寄与すると考える。降水量がポットホール発生に影響を与える日数を定量化できることは本研究で提案した手法の1つの大きな特徴である。

(4) VaR 指標に基づく臨時巡回実施の意思決定

5. で述べた手順に従って VaR 指標を算出する。はじめに、確率 $\Pr[S^{k+1} = 1|\psi^k]$ を計算する。本来であれば、日常的に記録された確率 $\Pr[S^k = 1|\psi^{k-1}]$ を用いて、翌日が異常モードとなる確率 $\Pr[S^{k+1} = 1|\psi^k]$ を式 (28) と (29) により求めることが望ましいが、実務において日々、確率 $\Pr[S^k = 1|\psi^{k-1}]$ を計算し、記録することは困難である。本適用事例では、期間 G^{k+1} のポットホール発生予測の際に、期間 G^k において異常モード、通常モードの各モードとなる確率 $\Pr[S^k = 1|\psi^{k-1}]$ を既知とし、期間 G^{k+1} での各モードの生起確率 $\Pr[S^{k+1} = 1|\psi^k]$ を計算する。既知とする確率 $\Pr[S^k = 1|\psi^{k-1}]$ は一律に初期確率 (26) を用い、特性ベクトルは各ベクトルの平均値を用いることとする。このようにして算出した確率 $\Pr[S^{k+1} = 1|\psi^k]$ を図-9 に示す。なお、確率 $\Pr[S^{k+1} = 1|\psi^k]$ はあくまでも前日までの観測情報を用いた翌日の異常モード生起確率であり、図-5 の異常モード確率とは異なることに留意されたい。同図において確率 $\Pr[S^{k+1} = 1|\psi^k]$ が 0.5 を上回った日数は、1,275 日中 69 日であった。確率 $\Pr[S^{k+1} = 1|\psi^k]$ は、式 (28) と (29) から、推移確率とポワソン発生モデルの尤度関数を用いて表すことができる。本適用事例では、確率 $\Pr[S^{k+1} = 1|\psi^k]$ を求めるためには、推移確率に特性ベクトルとして考慮されている日降水量と、尤度関数を算出するために必要な期間 G^k でのポットホール発生個数 n^k 、期間長 z 、特性ベクトルである車線区分を用

いさえすれば良い。その後、確率 $\Pr[S^{k+1} = 1|\psi^k]$ を用いて算出した VaR 指標に基づき、任意のリスク信頼水準のもとでリスク管理水準を満足するように、臨時巡回を実施するか否かを決定する。

ポットホール発生個数を表すポワソン分布は離散分布であり、ポットホール発生個数は整数値を取る。しかし、本適用事例のように、ポットホール発生確率が比較的小さい道路においては、ポットホール発生リスクをよりきめ細かく検討する必要がある。そこで、ポットホール発生個数間 $[n^{k+1}(z), n^{k+1}(z) + 1]$ を幅 $1/D$ の D 個の区間に分割し、ポットホールの発生個数が $n^{k+1}(z) + \delta/D (\delta = 0, 1, \dots, D - 1)$ となる確率を、

$$P\left(n^{k+1}(z) + \frac{\delta}{D}\right) = P(n^{k+1}(z)) - \frac{\delta}{D} \left\{ P(n^{k+1}(z)) - P(n^{k+1}(z) + 1) \right\} \quad (35)$$

とし、時点 τ^{k+1} において観測されるポットホール数 $n^{k+1} + \delta/D$ が、リスク管理限界 \bar{U} 以上となる確率を、

$$\begin{aligned} & P\left(n^{k+1}(z) + \frac{\delta}{D} \leq \bar{U}\right) \\ &= P\left(n^{k+1}(z) + \frac{\delta}{D}\right) \\ &+ \sum_{m=\lceil \bar{U} + 1/D \rceil}^{\infty} P(n^{k+1}(z) = m) \end{aligned} \quad (36)$$

とした。なお、以下では、 $D = 100$ として議論を進める。

リスク管理のための VaR 指標はポットホール発生個数を基準とした指標である。本適用事例では、推移確率における指数ハザードモデルの特性ベクトルとして過去 3 日間の日降水量を採用したモデルが最終的に採用された。そのために、本適用事例で算出した VaR 指標は過去 3 日間の日降水量の変化に伴い増減する。このことを明示的に表現するために、期間 G^{k-2}, G^{k-1}, G^k での日降水量を y^{k-2}, y^{k-1}, y^k とし、 $\mathbf{Y}^k = (y^{k-2}, y^{k-1}, y^k)$ と整理する。VaR 指標を $\text{VaR}_\omega(z, \mathbf{Y}^k)$ と書き表す。VaR 指標 $\text{VaR}_\omega(z, \mathbf{Y}^k)$ を用いることにより、降水量の変化に応じた、臨時巡回への意思決定が可能となる。5. の手順に従い、ポットホール発生個数に関するリスク管理指標 $\text{VaR}_\omega(z, \mathbf{Y}^k)$ を求めた。図-10 は、走行車線 2 車線

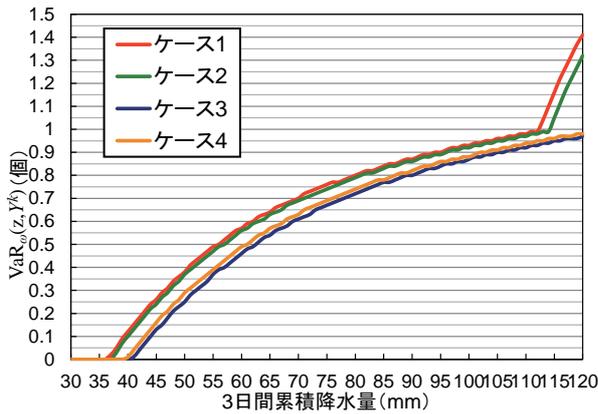


図-10 降雨ケースの違いによる VaR 指標の変化 (走行 2 車線)

を対象として、リスク管理水準を $\omega = 0.01$ としたときの、降水量とリスク管理指標 $VaR_{\omega}(z, \mathbf{Y}^k)$ の関係を示している。同図には、 $z = 1$ (日) のとき、4つの異なる降雨状況を想定したケースにおける $VaR_{\omega}(z, \mathbf{Y}^k)$ の変化を示している。降雨ケースは、ケース 1) 1 日前のみ降雨があり 2 日前と 3 日前は降水量が 0mm の場合、ケース 2) 1 日前と 2 日前に同量の降雨があり 3 日前は降水量が 0mm の場合、ケース 3) 1 日前と 3 日前に同量の降雨があり、2 日前は降水量が 0mm の場合、ケース 4) 過去 3 日間ともに同一の降水量の場合、である。図-10 の横軸は 3 日間累積降水量 ($= y^{k-2} + y^{k-1} + y^k$) を示している。過去 3 日間の累積降水量が等しくても、降雨ケースによりリスク管理指標 $VaR_{\omega}(z, \mathbf{Y}^k)$ の値が異なる。例えば、3 日間降水量が 60mm の場合に着目すると、 $VaR_{\omega}(z, \mathbf{Y}^k)$ は、ケース 1 で 0.57 個、ケース 2 で 0.56 個、ケース 3 で 0.46 個、ケース 4 で 0.49 個となり、ケース 1 はケース 3 と比べ 1.2 倍程の値となる。3 日間累積降水量が 60mm の場合に限らず、 $VaR_{\omega}(z, \mathbf{Y}^k)$ は、大きい順にケース 1、ケース 2、ケース 4、ケース 3 と並んでいる。このことは、本適用事例では、過去 3 日間で継続的な降雨があった場合よりも、1 日前、2 日前に突発的な豪雨があった場合の方が翌日のポットホール発生リスクが高くなることを示している。この知見はあくまでも本適用事例に限ることであるが、マルコフ・スイッチング・ポワソン発生モデルを用いることにより、過去の累積降水量が同一であっても、降雨パターンの違いによりポットホール発生リスクが変化することを定量的に評価することができる。

以上では、リスク管理指標 $VaR_{\omega}(z, \mathbf{Y}^k)$ の \mathbf{Y}^k に着目し、降水量とリスク管理指標の関係を求めたが、 $VaR_{\omega}(z, \mathbf{Y}^k)$ の期間長 (巡回間隔) z を変化させることにより、臨時巡回実施によるリスク低減効果を評価することができる。図-11 は、図-10 での降雨ケース 1 に着目し、1) 日常巡回のみ実施 ($z = 1$)、2) 臨時巡回を 1

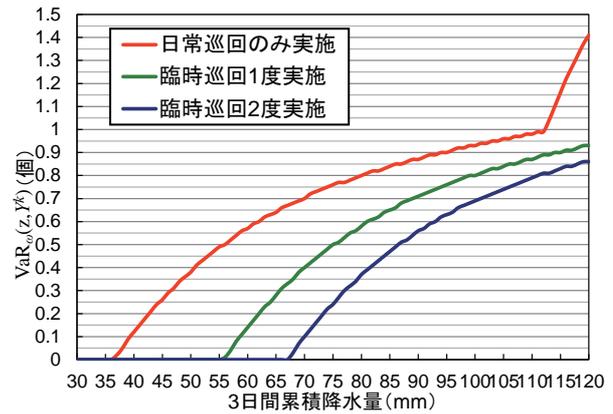


図-11 臨時巡回によるポットホール発生リスク低減効果 (走行 2 車線, 降雨ケース 1)

度実施 ($z = 1/2$)、3) 臨時巡回を 2 度実施 ($z = 1/3$) の 3 つの場合におけるリスク管理指標 $VaR_{\omega}(z, \mathbf{Y}^k)$ の変化を示している。例えば、3 日間累積降水量 (降雨ケース 1 のため 1 日前日降水量と同値) が 75mm の場合、 $VaR_{\omega}(z, \mathbf{Y}^k)$ は、日常巡回のみでは 0.76、臨時巡回を 1 度実施すると 0.50、臨時巡回を 2 度実施すると 0.24 となる。また、図-11 において、VaR 指標を 0.5 個以下に抑えるような道路巡回政策を目指すとする。VaR 指標が 0.5 となる 3 日間累積降水量 (1 日前日降水量) は、日常巡回のみのとき 55mm、臨時巡回を一度実施したとき 75mm、臨時巡回を 2 度実施したとき 86mm となる。このことは、VaR 指標を 0.5 個以下に抑えるためには、3 日間累積降水量が 55mm 以下の場合には日常巡回のみで十分であり、55mm を超えると臨時巡回の実施が必要となり、さらに、75mm を超えると臨時巡回が 2 回必要となることを示している。なお、86mm を超えると 2 回の臨時巡回のみでは VaR 指標を 0.5 個以下に抑えることはできない。

7. おわりに

本研究では、マルコフ・スイッチング・ポワソン発生モデルを定式化し、気象状況に基づいた管理モードとして通常モード、異常モードという 2 種類の気象管理モードに分割し、気象管理モードの判定基準や舗装におけるポットホールの発生過程を分析する方法を提案した。適用事例を通じて、単一のポワソン発生モデルと比べ、マルコフ・スイッチング・ポワソン発生モデルの方が AIC がより小さいモデルを作成することが可能であることが判明した。降水量の増加や継続により生起する異常モードでは、通常モード時と比較してポットホールの発生確率が明らかに増加するという結果が得られた。さらに、本研究では、現時点に至るまでの気象データを用いて、管理モードとして異常モー

ドが生起する確率を事前に予測する方法論を提案した。その際、気象管理モードの推移確率を表現する指数ハザードモデルの特性ベクトルとして降水量が採用されたことにより、降水量の増加に伴いポットホール発生状態が通常モードから異常モードへと推移する確率が増加する結果となっている。本研究での適用事例では、3日前までの降水量がポットホール発生状態の推移確率に統計的に有意な影響を及ぼす結果となった。さらに、降水量と道路巡回間隔の変化に応じた VaR 指標を定式化することにより、臨時道路巡回実施によるポットホールの抑制効果を定量的に把握することが可能になった。

一方で、本研究には今後の課題がいくつか残されている。第1に、本研究の実証分析では、提案した方法論の限られた単一の道路区間への適用を試みたにすぎず、本稿の適用事例で得られた知見は、対象区間でのみ直接的に使用することができる。今後、点検データの蓄積や、本研究で提案したモデルの実フィールドへの適用事例を蓄積することにより、降雨時におけるポットホールの管理方法を逐次改善していくとともに、ポットホールの生起に関する異常モードの判定・予測方法に関して精度を改善する努力、さらには、ホイールトラッキング試験などを通して、推計された異常モード、通常モードでのポットホール発生機構に対する物理的な考察と定義が必要である。第2に、本研究では適用事例において、1つの気象観測所から得られたデータのみを考慮し、単一の道路区間内の上り下り走行追越車線の4つの区間のみについて分析を行ったが、提案したモデルをより複数の区間へ拡張することや、適用区間をさらに複数の単位区間への細分化する必要がある。その際、各区間毎の異常モード、通常モードによりポットホール発生過程に大きな差異が見られる場合、モードの細分化や単位区間ごとの異質性を考慮したマルコフ・スイッチング・ポワソン発生モデルの開発が必要となる。第3に、MCMC法の計算負荷を軽減する方法を開発する必要がある。本研究で提案したモデルでは、降水量を始めとした気象観測データを時系列データとして与える必要がある。適用期間の増加に伴い、気象観測データも増加する。さらに、参考文献^{4),10)}などにより、路床と舗装、舗装とポットホール発生などが影響を及ぼし合う複合的な劣化過程が指摘されている。本研究においても、例えば適用事例で対象とした8.16kmの道路区間を単位区間に細分化し、単位区間毎の舗装の劣化状態を考慮することを考えた場合、状態変数の量が膨大となり、モデル自体も複合的な劣化過程を表す隠れマルコフ過程と気象状況を表すマルコフ・スイッチング過程の複数の階層構造を含んだ複雑な構造となる。このように、本研究での提案モデルの発展と応用を考えた際には、そのデータ量とモデルの複雑性に起因し

計算負荷が膨大となるため、MCMC法の高速化に関する研究が必要である。第4に、本研究では、適用事例において、約3年半に亘り観測されたポットホールの発生過程を単一の状況依存的発生率で表現したが、観測期間が例えば10年以上など、舗装の劣化状態が観測期間内において著しく変化することが考えられる場合、舗装の劣化状態に応じた複数の状況依存的発生率を用いたマルコフ・スイッチングモデルへとモデルの拡張が必要となる。第5に、本研究の適用事例では、特性ベクトルとして降水量のみが採用された。今後、様々な種類の観測データを特性変数の候補としてとりあげ、モデルの精緻化を図ることが望ましい。その際、AICの比較により説明変数を選択する方法は、膨大な数の特性変数の候補に対しては現実的ではない。SSVS (Stochastic Search Variable Selection)²⁴⁾など確率的な変数選択法を開発することが必要である。最後に、マルコフ・スイッチングモデルの考え方は、ポットホール発生のみならず適用可能であると考えられる。例えば、対車両事故発生頻度は雨天時に高くなる傾向がある、タイヤのバースト片は平均気温の高い時期に発生しやすい、落下物の拾得数は風の強い日に多い、などといった実務的経験が存在する。これらのリスク事象発生に対するモデル化において、マルコフ・スイッチングモデルの適用、モデルの随時改良が必要となる。

付録 マルコフ・スイッチングモデルの AIC

マルコフ・スイッチングモデルの AIC (赤池情報量基準) について言及する。まず、マルコフ・スイッチング過程を持たないモデルの AIC は

$$AIC = -2 \ln(l) + 2k \quad (\text{付 1})$$

と表せる。AIC は対数尤度 l と未知パラメータ数 k により決定される。未知パラメータの数を増やせば増やすほど、対象とする現象を詳細に説明することができるモデルとなるが、モデルが詳細になればなるほど、獲得したサンプル固有の統計的特性までもモデル化することになり、モデルの汎用性を損ねる。AIC は、モデルの精緻さと堅牢性のバランスを考慮し最適モデルを決定するための指標であり、AIC を最小とするモデルが最適モデルとして選択される。隠れマルコフモデルにおいては、マルコフ過程の状態数に応じて式 (付 1) の右辺第 2 項のパラメータを減ずることができ²⁵⁾、このことを考慮した AIC は、

$$AIC = -2 \ln(L) + 2(k - 2s) \quad (\text{付 2})$$

と定義される²⁵⁾。なお、 s はマルコフ過程の状態数であり、本研究では $s = 2$ が成り立つ。マルコフ・スイッチングモデルは隠れマルコフモデルと類似の確率構造

を有するためマルコフ・スイッチングモデルにおいても式(付2)で示したAICを用いた。

参考文献

- 1) 小林潔司, 貝戸清之, 藤原栄吾, 森悠, 山本真悟, 藤岡芳征, 山田優: 積雪地におけるポットホール補修用常温混合物の耐久性分析, 土木学会論文集 E1, Vol.67, No.1, pp.22-37, 2011.
- 2) 鎌田修, 山田優: 水浸ホイールトラッキング実験による橋面舗装でのポットホールの発生とその要因, 舗装工学論文集, 土木学会, No.6, pp.196-201, 2001.
- 3) 貝戸清之, 小林潔司, 加藤俊昌, 生田紀子: 道路施設の巡回頻度と障害物発生リスク, 土木学会論文集 F, Vol.63, No.1, pp.16-34, 2007.
- 4) 小林潔司, 貝戸清之, 江口利幸, 大井明, 起塚亮輔: 舗装構造の階層的隠れマルコフ劣化モデル, 土木学会論文集 D3, Vol.67, No.4, pp.422-440, 2011.
- 5) 小林潔司, 貝戸清之, 林秀和: 測定誤差を考慮した隠れマルコフ劣化モデル, 土木学会論文集 D, Vol.64, No.3, pp.493-512, 2008.
- 6) 尾崎俊治: 確率モデルとその応用 III, オペレーションズ・リサーチ: 経営の科学, Vol.43, No.1, pp.41-46, 1998.
- 7) 貝戸清之, 起塚亮輔, 伊藤哲男, 橋爪謙治, 出口宗浩: 床版かぶりコンクリートの剥離・剥落発生リスクと最適点検政策, 土木学会論文集 F4, Vol.68, No.1, pp.11-27, 2012.
- 8) 小濱健吾, 貝戸清之, 小林潔司, 福田泰樹, 板垣勝則: 道路障害物に関する苦情発生分析, 土木学会論文集 F4, Vol.69, No.1, pp.32-46, 2013.
- 9) McNeil, J. A., Frey, R. and Embrechts, P.: *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques, and Tools*, Princeton University Press, 2005.
- 10) Le Thanh Nam, 貝戸清之, 小林潔司, 起塚亮輔: ポアソン隠れマルコフ劣化モデルによる舗装劣化過程のモデル化, 土木学会論文集 F4, Vol.68, No.2, pp.62-79, 2012.
- 11) 小濱健吾, 貝戸清之, 小林潔司, 加藤俊昌: 道路障害リスクと道路巡回の合理化方策, 建設マネジメント論文集, 土木学会, Vol.14, pp.87-98, 2007.
- 12) 吉田武: 道路維持管理における対症的措置のパフォーマンス指標としてのレスポンスタイム, 土木学会論文集 F, Vol.64, No.1, pp.110-114, 2008.
- 13) 吉田武: 道路維持管理における対症的維持の意義と改善, 土木学会論文集 F, Vol.66, No.1, pp.208-213, 2010.
- 14) 久保拓弥: データ解析のための統計モデリング入門 一般化線形モデル・階層ベイズモデル・MCMC (確率と情報の科学), 岩波書店, 2012.
- 15) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.
- 16) Hamilton, J. D.: A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle, *Econometrica*, Vol.57, No.2, pp.357-384, 1989.
- 17) 伊庭幸人, 種村正美, 大森裕浩, 和合肇, 佐藤整尚, 高橋明彦: 計算統計 II マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺, 岩波書店, 2005.
- 18) 和合肇: ベイズ計量経済分析 マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用, 東洋経済新報社, 2005.
- 19) Kim, C. J. and Nelson C. R.: Business Cycle Turning Points, a New Coincident Index, and Tests of Duration Dependence based on a Dynamic Factor Model with Regime Switching, *The Review of Economics and Statistics*, Vol.80, No.2, pp.188-201, 1998.
- 20) 貝戸清之, 小林潔司: マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定, 土木学会論文集 A, Vol.63, No.2, pp.336-355, 2007.
- 21) Geweke, J.: Evaluating the Accuracy of Sampling-based Approaches to the Calculation of Posterior Moments, *Bayesian Statistics*, Vol.4, pp.169-193, 1996.
- 22) 小西貞則, 北川源四郎: 予測と発見の科学 情報量基準, 朝倉書店, 2006.
- 23) 里吉清隆: マルコフ・スイッチング GARCH モデルのベイズ推定法, 経営論集, Vol.62, pp.123-136, 2004.
- 24) Chipman, H.: Bayesian Variable Selection with Related Predictors, *Canadian Journal of Statistics*, Vol.24, Issue 1, pp.17-36, 1996.
- 25) 池田思朗: HMM の構造探索による音素モデルの生成, 電子情報通信学会技術研究報告, No.93, Vol.88 (SP93 24-34), pp.17-24, 1993.

(2013. 10. 28 受付)

AN EMERGENCY MANAGEMENT RULE OF POTHOLES WITH REFERENCE TO WEATHER CONDITIONS

Daijiro MIZUTANI, Kiyoyuki KAITO, Kiyoshi KOBAYASHI and Satoshi HIRAKAWA

It is known that potholes are generated on pavement surfaces when snow thaws or it rains rather than when the weather is fine. If a pothole causes an accident or the like, road management will be deemed to be defective. In this study, the authors propose the rules for intensifying management according to conditions so that the pothole management level is increased according to the weather condition. In detail, the authors express the process of pothole generation, which depends on the rainfall condition, with a Poisson generation model, and the transition mechanism of pothole generation process due to the weather with a Markov switching Poisson process model. The authors also propose a model estimation method using the Markov chain Monte Carlo method considering the latent variable sampling with the multi-move sampler. Lastly, the effectiveness of the proposed rules for intensifying pothole management for expressways is discussed.