

# データ欠損を考慮した 複合的隠れマルコフ舗装劣化モデルの推計

小林 潔司<sup>1</sup>・貝戸 清之<sup>2</sup>・大井 明<sup>3</sup>・Nguyen Dinh THAO<sup>4</sup>・北浦 直樹<sup>5</sup>

<sup>1</sup>フェロー会員 京都大学教授 経営管理大学院経営管理講座 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)  
E-mail: kobayashi.kiyoshi.6n@kyoto-u.ac.jp

<sup>2</sup>正会員 大阪大学准教授 大学院工学研究科地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)  
E-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp

<sup>3</sup>正会員 中日本高速道路株式会社 八王子支社 甲府保全・サービスセンター (〒 409-3866 山梨県中巨摩郡昭和町西条 2858)  
E-mail: a.oi.aa@c-nexco.co.jp

<sup>4</sup>非会員 University of Transport and Communications, Civil Engineering Faculty (CauGiay Street, LangThuong Ward, DongDa District, Hanoi, Vietnam)  
E-mail: dinhthao200277@yahoo.com

<sup>5</sup>学生会員 大阪大学大学院工学研究科地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)  
E-mail: n.kitaura@civil.eng.osaka-u.ac.jp

舗装の劣化過程は路面の劣化過程と舗装耐荷力の低下過程で構成される複合的過程である。路面の劣化と耐荷力の低下は、互いに双方の劣化過程に影響を及ぼす。本研究では、このような舗装の劣化過程を複合的マルコフ劣化モデルを用いて表現する。路面性状調査により路面の健全度が観測される。一方で耐荷力の低下はFWD調査等により観測可能である。現実の道路維持・修繕業務において、これら2種類の点検業務が同期されているわけではなく、2種類の点検情報が同時に獲得できないという問題が発生する。本研究ではこのようなシステムのデータ欠損を考慮した複合的隠れマルコフ劣化モデルを推計する方法を提案する。さらに、NEXCOが管理する高速道路を対象とした適用事例を通して、提案した方法論の有用性について考察する。

**Key Words :** Bayesian estimation, compound hidden Markov hazard model, missing data, pavement

## 1. はじめに

路面の健全度は、道路利用者に対するサービス水準に直接影響を及ぼす。このため、路面の健全度が低下すれば、舗装のサービス水準を回復させるために、オーバーレイ等、路面の維持・修繕が実施される。一方で舗装構造全体(表層, 基層, 路盤, 路床)も、繰り返し荷重等により耐荷力が低下する。耐荷力の低下により、路面の劣化速度が大きくなる場合、路面修繕だけでなく舗装全体を補修(以下、舗装の更新)することが必要となる。舗装マネジメントを実施するためには、路面の劣化過程と舗装耐荷力の低下過程の双方を同時に考慮した劣化予測を行うことが必要となる。

舗装の劣化は、路面の劣化と耐荷力の低下という劣化メカニズムが異なる複合的な現象である。舗装の耐荷力が低下すれば、路面の劣化速度に影響を及ぼす。このため、耐荷力が著しく低下している区間では路面の劣化速度が加速される可能性がある。このような観点から、小林等<sup>1)</sup>は路面の劣化速度が舗装の耐荷力の低下状態に依存するような階層的隠れマルコフ劣化モデルを提案している。しかし、路面の健全度と耐荷力の関係は、このような一方的な関係にとどまらない。路面

の劣化が進行すれば、耐荷力の低下をもたらす可能性がある。本研究では路面の劣化と舗装耐荷力の低下の相互作用を考慮した複合的な劣化過程を複合的マルコフ劣化モデルとして定式化する。

路面の劣化と耐荷力の低下のうち、前者に関しては路面性状調査等により、路面の健全度を測定することができる。一方、後者に関しては、FWD (Falling Weight Deflectometer) 調査等により構造的劣化状態に関する情報を獲得できる。これら2つの調査は独立した調査であり、2つの調査が同期化されて実施されるわけではない。とりわけ、FWD調査を実施するためには膨大な調査費用と交通規制等の社会的費用を要するため、道路管理者が全ての道路区間に対してFWD調査を実施することは現実的ではない。このため、路面の健全度と耐荷力に関するデータを同時に入手することは困難である。その結果、時点によって路面健全度、耐荷力のうち、どちらか一方のデータが観測されない(欠損する)場合が少なくない。したがって、複合的マルコフ劣化モデルを作成するためには、路面性状調査とFWD調査の結果が系統的に欠損するメカニズムを明示的に考慮した複合的隠れマルコフ劣化モデルの定式化とその推計方法を開発することが必要となる。

以上の問題意識の下に、本研究ではデータのシステムの欠損を明示的に考慮した複合的隠れマルコフ劣化モデルを定式化する。さらに、調査時点が同期化されていない路面性状調査、FWD 調査結果に基づいて、モデルのパラメータをMCMC (Markov Chain Monte Carlo) 法を用いて推計する方法論を提案する。以下、**2.**で本研究の基本的考え方を述べる。**3.**では複合的マルコフ劣化モデルを定式化し、**4.**で複合的隠れマルコフ劣化モデルの推計方法を提案する。**5.**ではMCMC法に基づくアルゴリズムを説明する。最後に、**6.**で高速道路を対象とした調査データを用いた実証分析を行い、本研究で提案するモデルの有用性について考察する。

## 2. 本研究の基本的な考え方

### (1) 従来の研究概要

社会基盤施設の統計的劣化予測モデルとしてマルコフ劣化モデルが提案されている。もっとも単純なマルコフ推移確率の推計方法として、健全度間の推移状態に関する実データの数え上げにより、推移確率を推計する方法がある。また、杉崎等<sup>2)</sup>は、異なる点検間隔を有する目視点検データを用いて、マルコフ推移確率を集計的に推計する方法を提案している。その後、マルコフ推移確率の推計は、ハザード解析手法<sup>3),4)</sup>の導入により飛躍的に発展した。Mishalani and Madanat<sup>5)</sup>は、2つの隣接する健全度のみを対象として、マルコフ推移確率を指数ハザードモデルを用いて表現する方法を提案した。これとは独立に、津田等<sup>6)</sup>は2つ以上の任意の健全度間における推移状態を表現する多段階指数ハザードモデルを提案し、マルコフ推移確率を推計する一般的な方法論を提案した。その後、マルコフ推移確率が過去の記憶を有する非斉次マルコフ推移確率を推計するための多段階ワイブル劣化ハザードモデル<sup>7)</sup>、異なる劣化パターン間の推移過程を表現する競合型マルコフ劣化モデル<sup>8),9)</sup>が提案されている。また、マルコフ推移確率の推計方法に関しては、測定データが非常に少ない段階で、技術者の経験情報と測定結果を結合してマルコフ推移確率を推計するベイズ劣化モデル<sup>10),11)</sup>、予防補修により測定データが欠損することにより発生する欠損バイアスを補正する方法<sup>12)</sup>、ハザード率の異質性を考慮したランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル<sup>13)</sup>および混合マルコフ劣化ハザードモデル<sup>14)</sup>が提案されている。また、小林等<sup>15)</sup>は健全度に測定誤差が存在する場合を対象としてマルコフ推移確率を推計する隠れマルコフ劣化モデルを提案している。本研究で対象とする舗装の劣化過程に関しても、小林等<sup>1)</sup>は路面の劣化過程と舗装の耐荷力低下過程という2種類のマルコフ過程をモデル化し、耐荷力の低下が路面の劣化過

程に影響を及ぼすメカニズムを階層的隠れマルコフ劣化モデルで表現している。しかし、そこでは逆のメカニズム、すなわち路面の劣化の進展が耐荷力の低下に及ぼす影響に関しては考慮されていない。本研究では、階層的隠れマルコフ劣化ハザードモデル<sup>1)</sup>を拡張し、路面の劣化過程と耐荷力の低下過程の相互作用を明示的に考慮した複合的マルコフ劣化ハザードモデルを開発する。それにより、路面の劣化過程と耐荷力の低下過程のそれぞれが、互いにもう一方の過程の進展に及ぼす影響を無視できないことを明らかにする。さらに、舗装マネジメントの現場では、路面健全度と耐荷力に関するデータを同時に観測できないことに着目し、各調査時点において、これらの2種類のデータのうち、どちらか一方の情報のみが獲得できるような観測環境を想定する。その上で、点検データの一部が系統的に欠損するような状況を想定した複合的隠れマルコフ劣化ハザードモデルを定式化する。筆者等の知る限り、複合的マルコフ劣化ハザードモデルおよびその推計方法を提案した研究は他に見当たらない。なお、複合的隠れマルコフ劣化モデルは、複数の種類の劣化過程の相互関係のモデル化、ならびに複数の異なる点検結果を用いて劣化モデルを推計する方法論を提案したものであり、今後、舗装以外の社会基盤施設の劣化予測モデルとして拡張可能であることを指摘しておく。

### (2) 複合的劣化過程

道路の舗装構造は、表層、基層、路盤、路床という複数の層で構成される多層構造を有している。本研究では、舗装の劣化状態を路面健全度と舗装全体の力学的特性を表す耐荷力という2つの評価指標を用いて表現する。路面は自動車利用による磨耗や繰り返し荷重、天候・気象等の直接的な影響により劣化が進展する。加えて各層における構造的欠陥の有無が路面の劣化速度にも影響を及ぼし、表層のひび割れ、わだち掘れ、平坦性の低下等の現象が現れる。路面性状調査を通じて、これらの路面の健全度を表す指標は観測される。一方、基層や路盤も雨水や地下水の浸透、繰り返し荷重の作用等により劣化が進展する。破損部位が増加して路面のひび割れが進展すれば、舗装深部に浸水する可能性が増加する。このため、表層の劣化が進むことが基層の劣化過程の加速にもつながる。道路管理者により定期的実施される路面性状調査と異なり、舗装耐荷力は直接観察することが不可能である。舗装構造の耐荷力の低下具合を把握するためには、コア抜きや開削調査のように破壊試験を行い舗装構造の劣化を直接観察するか、FWD 調査やベンケルマンビーム試験を用いてたわみ量を計測することによって耐荷力を調査することが必要である。FWD 調査においては、舗装表面に重

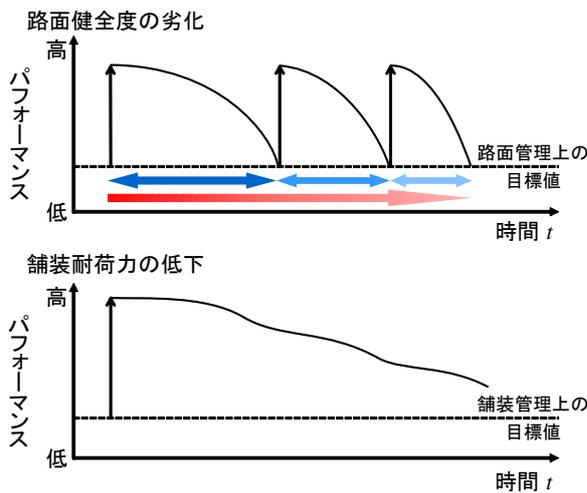


図-1 舗装の複合的劣化過程

錘を落下させ、そのときに生じるたわみ量の測定を通して、舗装耐荷力を診断することが可能である。

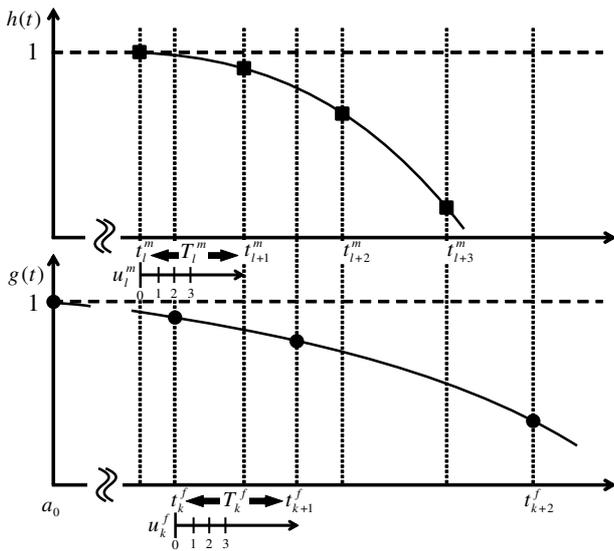
本研究では、舗装の耐荷力が低下すれば、路面の劣化速度に影響を及ぼし、路面の劣化が加速されるものとする。同時に路面の健全度が低下すれば、舗装耐荷力の低下速度に影響を及ぼし、耐荷力の低下を加速させると考える。すなわち、路面健全度と耐荷力の低下過程の間に、耐荷力の低下と路面の劣化速度が双方に対して影響を及ぼすという複合的な相互作用が存在すると考える。図-1では模式的に、舗装の複合的劣化過程を示している。図の上段は路面の劣化過程を、下段は舗装全体の耐荷力の低下過程を示している。同図においては、路面の劣化過程の方が、舗装構造の耐荷力の低下過程よりも速くに劣化が進展するように描かれている。現実の道路の維持管理業務において舗装全体の耐荷力が低下した舗装の路面の劣化速度が速くなるのは経験的に見られることである。さらに、路面の健全度が低下すれば、耐荷力の低下も加速する可能性もある。本研究では耐荷力の低下過程は路面の劣化過程よりも相対的にゆっくりとした過程であり、耐荷力の状態に応じて路面の劣化速度が加速されるという劣化過程と同時に、表層の健全度の低下にしたがって耐荷力の低下が加速されると考える。

### (3) データのシステムの欠測

道路管理者にとって、舗装の現状把握や劣化予測を行うことは、舗装マネジメントを実施する上で極めて重要な業務である。しかし、より精緻な現状把握や劣化予測を行うためには、質・量ともに十分な劣化情報を獲得する必要が生じ、調査費用の増加を招く結果となり得る。道路管理者は、予算制約の下、状況に応じて自らの経験に基づいて適切な調査方法を選択することが少なくない。例えば、路面健全度が前回修繕時点か

ら短期間で急激に劣化していると判断された場合、舗装の耐荷力が低下している可能性が高い。このような場合には、路面性状調査を行わずにFWD調査を行い、当該道路区間の更新についての意思決定を行うことになる。また、前回の路面性状調査時点から路面の健全度が劣化しておらず、舗装構造全体の健全性が良好であると判断された場合には、定期的な路面性状調査のみを実施し、FWD調査対象から除外する。特に、舗装耐荷力に関する情報獲得に際し、FWD調査を行うためには交通規制を実施することが不可欠であり、渋滞や遅延という社会的費用が発生することになる。また、調査範囲が広範囲になると、渋滞の規模や調査費用が膨大になることが懸念される。したがって、以上のような実務的な背景を勘案すると、当然のことながら路面性状調査とFWD調査が同期化され、両データが同時に取得できるというケースは現実的ではない。路面性状調査とFWD調査の時間的不整合を考慮した劣化予測モデルの構築、さらには劣化予測結果を用いた意思決定プロセスを考える必要がある。

本研究では、FWD調査と道路性状調査が同時に実施されず、複合的マルコフ劣化モデルを推計するためのデータの一部が系統的に欠損する問題を取り扱う。路面性状調査を実施する際にFWD調査が実施されず、路面健全度に関する情報は入手できるが、耐荷力に関するデータが入手できない。あるいは、道路巡回業務において路面の劣化速度が速いと判断された場合に、路面性状調査を待たずにFWD調査を行い、舗装の更新の意思決定を行うこともある。この場合、耐荷力に関するデータは獲得できるが、路面健全度に関する情報を獲得することができない。このように路面健全度と耐荷力に関するデータが同時に観測できないものの、どちらか一方のデータが獲得できるような場合には、それらの部分情報を用いて複合的な劣化過程をモデル化することは可能である。例えば、路面の劣化過程をモデル化する場合、耐荷力に関するデータが必要になる。路面健全度を観測した時点における耐荷力に関する情報は入手できないが、直近の過去の時点における耐荷力のデータが入手できれば、その時点において「耐荷力は直近の状態と等しいか、さらに低下している」という情報(補完情報1)は獲得できる。一方、耐荷力を観測した場合には、直近の路面健全度のデータを用いて「路面健全度は直近の状態と等しいか、さらに劣化している」という情報(補完情報2)を利用できる。このような部分情報を用いることにより、複合的マルコフ劣化モデルの推計精度を向上させることが可能である。以上の問題意識のもとで、本研究では2種類の補完情報を用いて、複合的マルコフ劣化モデルを推計する方法を提案する。以下では、まず、3.にお



注) 図の上段は路面健全度の劣化過程, 下段は舗装の耐荷力の低下過程を模式的に示している. 図中の■印は路面性状調査時点, ●印はFWD調査時点を表す. 時点  $t_l^m$  で路面性状調査が実施され, 時点  $t_k^f$  を起点とする  $m$  局所時点軸  $u_l^m$  が定義される. 同様に, 時点  $t_k^f$  で耐荷力調査が実施され, 時点  $t_k^f$  を起点とする  $f$  局所時点軸  $u_k^f$  が定義される.

図-2 舗装の複合的劣化過程と局所時間軸

いて完全情報が入手可能な場合を想定し, 複合的マルコフ劣化モデルを定式化する. そのうえで, 4. において点検データのシステムの欠損を明示的に考慮した複合的隠れマルコフ劣化モデルを提案する.

### 3. 複合的マルコフ劣化モデル

#### (1) モデル化の前提条件

道路管理者がカレンダー時刻  $a_0$  に道路を供用 (もしくは更新) し, それ以降の時刻にわたって舗装を管理する問題を考える. カレンダー時刻  $a_0$  を初期時点  $t = 0$  とする離散時間軸  $t = 0, 1, 2, \dots, T$  を導入する.  $T$  は観測期間の終了時点である. 離散時間軸上の点を時点とよびカレンダー時刻と区別する. 対象とする劣化過程は, 路面健全度の劣化過程と, 耐荷力の低下過程という2つの複合的な劣化過程で構成されている. 簡単のために, 初期時点から舗装の更新は一度も実施されていないと考える. 舗装の更新が実施されれば, そのカレンダー時刻を初期時点と考えればよい. さらに, 図-2に示すように, 離散時間軸上の時点  $0, t_1^m, \dots, t_l^m, \dots$  において路面性状調査が行われる.  $m$  回目の路面性状調査が実施された時点  $t_l^m$  を始点  $u_l^m = 0$  とする局所離散時間軸  $u_l^m = 0, 1, 2, \dots, T_l^m$  を導入する. ただし,  $T_l^m$  は時点  $t_l^m$  で路面性状調査を実施し, 次の路面性状調査が実施されるまでの期間長であり  $T_l^m = t_{l+1}^m - t_l^m$  で表される. 局所離散時間軸上の時点  $u_l^m$  を  $m$  局所時点

と呼ぶ. 同様に, 離散時間軸上の時点  $0, t_1^f, \dots, t_k^f, \dots$  においてFWD調査が実施される. さらに, FWD調査が実施された時点  $t_k^f$  を始点  $u_k^f = 0$  とする局所離散時間軸  $u_k^f = 0, 1, 2, \dots, T_k^f$  を導入する. ただし,  $T_k^f$  は時点  $t_k^f$  でFWD調査を実施し, 次のFWD調査が実施されるまでの期間長であり  $T_k^f = t_{k+1}^f - t_k^f$  で表される. 局所離散時間軸上の時点  $u_k^f$  を  $f$  局所時点と呼ぶ. 路面性状調査の実施時点  $t_l^m (l = 0, 1, \dots, N_m)$  と  $t_k^f (k = 0, 1, \dots, N_f)$  は舗装の供用開始時 (もしくは更新時) 以外において必ずしも一致しない. ここで,  $f$  局所時点と  $m$  局所時点の対応関係を表すための写像

$$w^f(u_l^m) = u_k^f \quad (1a)$$

$$w^m(u_k^f) = u_l^m \quad (1b)$$

を導入する.  $f$  局所時点  $u_k^f$  における舗装耐荷力を離散的状態変数  $g(u_k^f) = s (s = 1 \dots, S; u_k^f = 0, \dots, T_k^f)$  を用いて表現する. レーティング  $s (s = 1, \dots, S)$  は,  $s$  の値が大きくなるほど耐荷力が低下していることを意味している.  $g(u_k^f) = S$  の場合は, 耐荷力が使用限界に到達していることを意味する. 初期時点  $t_0^f = 0$  において  $g(0) = 1$  である. つぎに,  $m$  局所時点  $u_l^m$  における路面健全度を  $I$  個のレーティング  $h(u_l^m) = i (i = 1 \dots, I; u_l^m = 0, \dots, T_l^m)$  で記述する. ただし, 初期時点  $t_0^m = 0$  において  $h(0) = 1$  が成立する.  $h(u_l^m) = I$  は, 路面の使用限界を表す. 路面の修繕は対象期間中に複数回実施される可能性がある. 路面の修繕時点を明示的には表記しないが, 路面修繕時点においては修繕の後, 路面性状調査が実施される (実施された) と仮定し, 路面健全度が1に回復すると考える. 本研究では, 路面の劣化過程と舗装耐荷力の低下過程をそれぞれマルコフ連鎖モデルで表現する. これら2つのマルコフ連鎖モデルは互いに相互作用を有する.

#### (2) 耐荷力の低下過程

道路の供用開始 (あるいは更新) 時点  $t_0^f (u_0^f = 0)$  に舗装の耐荷力が  $g(0) = 1$  に確定する.  $f$  局所時点  $u_k^f$  から  $u_k^f + 1$  の間において生起する耐荷力の低下の推移状態を, マルコフ推移確率で表す. 単位期間  $[u_k^f, u_k^f + 1)$  の期間長も1に基準化する.  $f$  局所時点  $u_k^f \neq 0$  における健全度  $s$  は観察可能ではないが, ひとまず既知であるとする. 局所期間  $[u_k^f, u_k^f + 1)$  (離散時間軸上の期間  $[t_k^f + u_k^f, t_k^f + u_k^f + 1)$ ) における路面の劣化過程を表すマルコフ推移確率は,  $f$  局所時点  $u_k^f$  (時点  $t_k + u_k$ ) で評価された耐荷力  $g(u_k^f) = s$  と  $f$  局所時点  $u_k^f$  に対応する  $m$  局所時点  $w^m(u_k^f)$  における路面健全度  $h(w^m(u_k^f)) = i$  を与件とし, 次の  $f$  局所時点  $u_k^f + 1$  において健全度  $g(u_k^f + 1) = v$  が生起する条件付確率

$$\text{Prob}[g(u_k^f + 1) = v | g(u_k^f) = s, h(w^m(u_k^f)) = i]$$

$$= p^{sv}(i) \quad (2)$$

と定義できる. 期間長を 1 に基準化する. マルコフ推移確率は, 津田等<sup>6)</sup>が開発したマルコフ劣化ハザードモデルを用いて表現できる. 路面の健全度  $i$  を与件とした時点  $t$  における耐荷力  $s$  ( $s = 1, \dots, S-1$ ) のハザード率 (以下, 耐荷力ハザード率)<sup>3)</sup>  $\lambda^s(i)$  を

$$\lambda^s(i) = \beta_0^i \mathbf{x} \boldsymbol{\beta}^s = \beta_0^i \lambda^s \quad (3)$$

と表す. ただし,  $\beta_0^i$  ( $i = 1, \dots, I-1$ ) は路面の健全度  $i$  に依存する耐荷力劣化速度の異質性を表すスケールパラメータ,  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_Q)$  は説明変数ベクトル,  $\boldsymbol{\beta}^s = (\beta_1^s, \dots, \beta_Q^s)'$  は未知パラメータベクトルである. 記号  $'$  は転置を,  $Q$  は説明変数の数を表す.  $\beta_0^1 = 1$  に基準化する. このとき, 健全度  $i$  の下で  $f$  局所時点  $u_k^f$  において耐荷力が  $s$  であり,  $f$  局所時点  $u_k^f + 1$  においても耐荷力が  $s$  が継続する確率は,

$$\begin{aligned} p^{ss}(i) &= \exp\{-\lambda^s(i)\} \\ &= \exp(-\beta_0^i \lambda^s) \end{aligned} \quad (4)$$

となる. さらに,  $f$  局所時点  $u_k^f$  と  $f$  局所時点  $u_k^f + 1$  の間で耐荷力が  $s$  から  $v$  ( $v > s$ ) に推移するマルコフ推移確率  $p^{sv}(i)$  ( $s = 1, \dots, S-1; v = s+1, \dots, S$ ) は

$$\begin{aligned} p^{sv}(i) &= \sum_{m=s}^v \prod_{z=s}^{m-1} \frac{\lambda^z}{\lambda^z(i) - \lambda^m(i)} \\ &\quad \cdot \prod_{z=m}^{v-1} \frac{\lambda^z(i)}{\lambda^{z+1}(i) - \lambda^m(i)} \exp\{-\lambda^m(i)\} \\ &\quad (s = 1, \dots, S-1; v = s+1, \dots, S) \end{aligned} \quad (5)$$

と表すことができる<sup>6)</sup>. ただし, 表記上の規則として,

$$\begin{cases} \prod_{z=s}^{m-1} \frac{\lambda^z(i)}{\lambda^z(i) - \lambda^m(i)} = 1 & (m = s \text{ のとき}) \\ \prod_{z=m}^{v-1} \frac{\lambda^z(i)}{\lambda^{z+1}(i) - \lambda^m(i)} = 1 & (m = v \text{ のとき}) \end{cases}$$

が成立すると考える. さらに, 表記の便宜上,

$$\begin{aligned} &\prod_{z=s, \neq m}^{v-1} \frac{\lambda^z(i)}{\lambda^z(i) - \lambda^m(i)} \exp\{-\lambda^m(i)\} \\ &= \prod_{z=s}^{m-1} \frac{\lambda^z(i)}{\lambda^z(i) - \lambda^m(i)} \prod_{z=m}^{v-1} \frac{\lambda^z(i)}{\lambda^{z+1}(i) - \lambda^m(i)} \\ &\quad \exp\{-\lambda^m(i)\} \end{aligned}$$

と簡略化する. また,  $p^{sS}(i)$  に関しては, マルコフ推移確率の条件より次式で表せる.

$$p^{sS}(i) = 1 - \sum_{v=s}^{S-1} p^{sv}(i) \quad (s = 1, \dots, S-1) \quad (6)$$

式(6)を用いれば, さらに, 期間  $[u_k^f, u_k^f + 1)$  における推移確率行列は

$$P(i) = \begin{pmatrix} p^{11}(i) & \cdots & p^{1S}(i) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & p^{SS}(i) \end{pmatrix} \quad (7)$$

と定義することができる.

### (3) 路面の劣化過程

$m$  局所時点  $u_l^m$  から  $u_l^m + 1$  の間において生起する路面健全度の推移状態をマルコフ推移確率で表す. 単位期間  $[u_l^m, u_l^m + 1)$  の期間長も 1 に基準化する.  $m$  局所時点  $u_l^m$  における耐荷力  $s$  は観察可能ではないが, ひとまず既知であると考え. 局所期間  $[u_l^m, u_l^m + 1)$  (離散時間軸上の期間  $[t_l^m + u_l^m, t_l^m + u_l^m + 1)$ ) における路面の劣化過程を表すマルコフ推移確率は,  $m$  局所時点  $u_l^m$  で評価された耐荷力  $g(w^f(u_l^m)) = s$  と路面の健全度  $h(u_l^m) = i$  を与件とし, 次の  $m$  局所時点  $u_l^m + 1$  において健全度  $h(u_l^m + 1) = j$  が生起する条件付確率

$$\begin{aligned} &\text{Prob}[h(u_l^m + 1) = j | h(u_l^m) = i, g(w^f(u_l^m)) = s] \\ &= \pi^{ij}(s) \end{aligned} \quad (8)$$

として定義できる. 耐荷力  $s$  を与件とした健全度  $i$  ( $i = 1, \dots, I-1$ ) の路面健全度ハザード率  $\mu^i(s)$  を

$$\mu^i(s) = \gamma_0^s \mathbf{y} \boldsymbol{\gamma}^i = \gamma_0^s \mu^i \quad (9)$$

と表す. ただし,  $\gamma_0^s$  ( $s = 1, \dots, S-1$ ) は耐荷力  $s$  に依存する路面劣化速度の異質性を表すスケールパラメータ,  $\mathbf{y} = (y^1, \dots, y^V)$  は説明変数ベクトル,  $\boldsymbol{\gamma}^i = (\gamma_1^i, \dots, \gamma_V^i)'$  は未知パラメータベクトル,  $\mu^i = \mathbf{y} \boldsymbol{\gamma}^i$  である.  $\gamma_0^1 = 1$  に基準化する. このとき, 耐荷力  $s$  の下で  $m$  局所時点  $u_l^m$  において健全度が  $i$  であり,  $m$  局所時点  $u_l^m + 1$  においても健全度  $i$  が継続する確率は,

$$\begin{aligned} \pi^{ii}(s) &= \exp\{-\mu^i(s)\} \\ &= \exp(-\gamma_0^s \mu^i) \end{aligned} \quad (10)$$

となる. さらに,  $m$  局所時点  $u_l^m$  と  $m$  局所時点  $u_l^m + 1$  の間で健全度が  $i$  から  $j$  ( $j > i$ ) に推移するマルコフ推移確率  $\pi^{ij}(s)$  ( $i = 1, \dots, I-1; j = i+1, \dots, I$ ) は,

$$\begin{aligned} \pi^{ij}(s) &= \sum_{z=i}^j \prod_{r=i, \neq z}^{j-1} \frac{\mu^r(s)}{\mu^r(s) - \mu^z(s)} \exp\{-\mu^z(s)\} \\ &\quad (i = 1, \dots, I-1; j = i+1, \dots, I) \end{aligned} \quad (11)$$

と表すことができる. また,  $\pi^{iI}(s)$  に関しては, マルコフ推移確率の条件より次式で表せる.

$$\begin{aligned} \pi^{iI}(s) &= 1 - \sum_{j=i}^{I-1} \pi^{ij}(s) \\ &\quad (s = 1, \dots, S-1) \end{aligned} \quad (12)$$

以上の推移確率を用いれば, 局所期間  $[u_l^m, u_l^m + 1)$  で定義される条件付確率(8)を要素とするマルコフ推移行列を次式のように定義することができる.

$$\Pi(s) = \begin{pmatrix} \pi^{11}(s) & \cdots & \pi^{1I}(s) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \pi^{II}(s) \end{pmatrix} \quad (13)$$

#### (4) 複合的マルコフ劣化モデル

いま, 初期時点  $t = 0$  において, 舗装の更新が実施され, 耐荷力が  $g(0) = 1$  に, 健全度が  $h(0) = 1$  に確定したと考える. その後, 時間の経過とともに, 路面の劣化と耐荷力の低下が進行していく. 舗装の複合的劣化状態  $x$  ( $x = 1, \dots, X$ ) を時点  $t$  の路面健全度  $\tilde{h}(t)$  と耐荷力  $\tilde{g}(t)$  の組を用いて  $x(t) = \{\tilde{h}(t), \tilde{g}(t)\}$  と記述する. ただし, 路面健全度  $\tilde{h}(t)$  と耐荷力  $\tilde{g}(t)$  は離散時間軸上の時点  $t$  で定義されており,  $m, f$  局所時点を用いて定義される路面健全度  $h(u_k^m)$  と耐荷力  $g(u_k^f)$  と区別するために記号「 $\sim$ 」を用いている. また,  $X = I \times S$  である. さらに, 時点  $t$  における複合的劣化状態  $x(t) = x$  ( $x = 1, \dots, X$ ) は  $(1, 1), \dots, (1, S), (2, 1), \dots, (2, S), (3, 1), \dots, (I, S)$  と対応している. 複合的劣化状態  $x(t) = \{\tilde{h}(t), \tilde{g}(t)\}$  が状態変数値  $x = (i, s)$  をとる場合, 複合的劣化状態  $x(t)$  の  $\tilde{h}(t), \tilde{g}(t)$  成分を指示する記号を  $\tilde{h}_x(t) = i, \tilde{g}_x(t) = s$  と表記する. 複合的劣化状態の頻度分布を  $\nu(t) = \{\nu_1(t), \dots, \nu_X(t)\}$  で表す. ただし, 初期時点における頻度分布は  $\nu(0) = (1, 0, \dots, 0)$  である. 複合的劣化状態間の推移確率行列  $\Omega$  を

$$\Omega = \begin{pmatrix} \omega_{11} & \cdots & \omega_{1X} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_{X1} & \cdots & \omega_{XX} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_{11}^{11} & \omega_{11}^{12} & \cdots & \omega_{11}^{jv} & \cdots & \omega_{11}^{IS} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_{is}^{11} & \omega_{is}^{12} & \cdots & \omega_{is}^{jv} & \cdots & \omega_{is}^{IS} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_{IS}^{11} & \omega_{IS}^{12} & \cdots & \omega_{IS}^{jv} & \cdots & \omega_{IS}^{IS} \end{pmatrix} \quad (14)$$

と定義する. ただし, 要素  $\omega_{is}^{jv}$  ( $i, j = 1, \dots, I; s, v = 1, \dots, S$ ) は

$$\omega_{is}^{jv} = p^{sv}(i)\pi^{ij}(s) \quad (15)$$

と定義される. また,  $\omega_{is}^{jv} = 0$  ( $i > j$  のとき, あるいは  $s > v$  のどちらか一方, あるいは双方が成立するとき) が成立する. このとき, 複合的劣化過程は, 舗装の更新が実施されない限り, マルコフ連鎖

$$\nu(t) = \nu(0)\{\Omega\}^t \quad (16)$$

を用いて表される.

### 4. 複合的隠れマルコフ劣化モデル

#### (1) 調査スキーム

ある道路区間を対象として, 路面性状調査, もしくは FWD 調査により舗装の劣化状態に関するデータが観測されるメカニズムを考える. 一般性を損なうことなく, 対象とする期間中は路面修繕が実施されないと

考える. 路面修繕が行われた場合には, その時点において路面の健全度 1 が観測されたと考えればよい. 離散時間軸上の時点  $\bar{t}_1^m, \dots, \bar{t}_{N_m}^m$  に路面性状調査が実施され, 路面健全度  $\tilde{h}(\bar{t}_l^m)$  ( $l = 0, \dots, N_m$ ) を観測する. 同様に  $\bar{t}_1^f, \dots, \bar{t}_{N_f}^f$  に FWD 調査が実施され, 舗装耐荷力  $\tilde{g}(\bar{t}_k^f)$  ( $k = 0, \dots, N_f$ ) を観測する. 路面性状調査と FWD 調査は同時に行なわれない. 路面性状調査と FWD 調査により獲得可能なデータを  $\Xi = [\{\bar{t}_k^f, \tilde{g}(\bar{t}_k^f) (k = 0, \dots, N_f)\}, \{\bar{t}_l^m, \tilde{h}(\bar{t}_l^m) (l = 0, \dots, N_m)\}]$  と表記する. 前述したように, 路面性状調査, FWD 調査を実施した時点を開始とする  $m, f$  局所時点を定義する. さらに,  $m, f$  局所時点間の対応関係は式 (1a), (1b) によって定義される. ここで, 記述の便宜を図るために, 路面性状調査, FWD 調査が実施された時点を経験軸に沿ってカレンダー時刻順に並べ直し, 改めて時点  $\tau_n$  ( $n = 0, 1, \dots, N$ ) を定義する.  $N = N_m + N_f$  である. 離散時間軸上の時点  $\tau_n$  ( $n = 0, \dots, N$ ) においては, 路面性状調査, FWD 調査の少なくともどちらか一方の調査が実施されることになる. 路面性状調査が実施された時点集合を  $\rho^m$ , FWD 調査が実施された時点集合を  $\rho^f$  と表す. 時点  $\tau_n$  ( $n = 0, \dots, N$ ) においては, 路面性状調査か, FWD 調査のいずれか一方のみの調査結果が獲得できるが, 時点  $\tau_n$  で実施された調査のタイプ  $q(\tau_n)$  を

$$q(\tau_n) = \begin{cases} m & \text{路面性状調査が実施されたとき} \\ f & \text{FWD 調査が実施されたとき} \end{cases} \quad (17)$$

で表す. 時点  $\tau_n$  において獲得した状態変数値  $r(\tau_n)$  を

$$r(\tau_n) = \begin{cases} \tilde{h}(\tau_n) & \tau_n \in \rho^m \\ \tilde{g}(\tau_n) & \tau_n \in \rho^f \end{cases} \quad (18)$$

と表す. このとき, 時点  $\tau_n$  ( $n = 0, \dots, N$ ) を用いて定義された観測データの集合は  $\Xi = \{\tau_n, q(\tau_n), r(\tau_n), (n = 0, \dots, N)\}$  と表すことができる.

#### (2) データ観測過程

舗装の複合的劣化過程が式 (16) に従って進展するとき, 点検データ  $\Xi$  が観測される確率 (尤度) を導出する. 初期時点  $t_0$  を考える. 初期時点における路面健全度は  $\tilde{h}(t_0) = 1$ , 耐荷力は  $\tilde{g}(t_0) = 1$  と表される. 複合的劣化状態の頻度分布ベクトルは  $\nu(0) = (1, 0, \dots, 0)$  である. つぎに, 時点  $\tau_1$  を考える. 時点  $\tau_1$  が集合  $\rho^m$  に属する場合を考える. すなわち,  $\tau_1 \in \rho^m$  に路面性状調査が実施され, 路面健全度  $\tilde{h}(\tau_1) = i$  が観測されたと考える. 期間  $[\tau_0, \tau_1]$  において, 式 (16) に従って, 舗装の複合的劣化過程が進行する. 期間長  $\Delta_0 = \tau_1 - \tau_0$  を定義する. このとき, 時点  $\tau_1$  における複合的劣化状態の頻度分布は, 式 (16) より

$$\nu(\tau_1) = \nu(0)\{\Omega\}^{\Delta_0} \quad (19)$$

と表される. 時点  $\tau_1$  においては, 観測結果により路面健全度が  $\tilde{h}(\tau_1) = \bar{i}$  に確定している. この情報に基づいて, 複合的劣化状態  $x(\tau_1) = (\bar{i}, s)$  の生起頻度  $\tilde{\nu}_x(\tau_1)$  を

$$\tilde{\nu}_x(\tau_1) = \begin{cases} 0 & i \neq \bar{i} \text{ のとき} \\ \frac{\nu_x(\tau_1)}{\sum_{y \in G(\bar{i})} \nu_y(\tau_1)} & i = \bar{i} \text{ のとき} \end{cases} \quad (20)$$

と定義する. ただし, 集合  $G(\bar{i})$  は  $G(\bar{i}) = \{y | y = (\bar{i}, s), (s = 1, \dots, S)\}$  と定義される. つぎに, 時点  $\tau_1$  が集合  $\rho^f$  に属する場合を考える. 時点  $\tau_1$  で路面健全度が  $\tilde{g}(\tau_1) = \bar{s}$  に確定している. この情報に基づいて, 複合的劣化状態  $x(\tau_1) = (i, \bar{s})$  の生起頻度  $\tilde{\nu}_x(\tau_1)$  を

$$\tilde{\nu}_x(\tau_1) = \begin{cases} 0 & s \neq \bar{s} \text{ のとき} \\ \frac{\nu_x(\tau_1)}{\sum_{y \in G(\bar{s})} \nu_y(\tau_1)} & s = \bar{s} \text{ のとき} \end{cases} \quad (21)$$

と定義する. ただし, 集合  $G(\bar{s})$  は  $G(\bar{s}) = \{y | y = (i, \bar{s}), (i = 1, \dots, I)\}$  と定義される. このとき, 時点  $\tau_2$  における複合的劣化状態の頻度分布は,

$$\nu(\tau_2) = \tilde{\nu}(\tau_1) \{\Omega\}^{\Delta_1} \quad (22)$$

と表される. 以上の議論を一般化すれば, 時点  $\tau_n$  の観測データが獲得されたとき, 複合的劣化状態  $x(\tau_n) = (i, s)$  の頻度分布は

$$(\tau_n \in \rho^m) \text{ のとき} \quad \tilde{\nu}_x(\tau_n) = \begin{cases} 0 & i \neq \bar{i} \text{ のとき} \\ \frac{\nu_x(\tau_n)}{\sum_{y \in G(\bar{i}(\tau_n))} \nu_y(\tau_n)} & i = \bar{i} \text{ のとき} \end{cases} \quad (23a)$$

$$(\tau_n \in \rho^f) \text{ のとき} \quad \tilde{\nu}_x(\tau_n) = \begin{cases} 0 & s \neq \bar{s} \text{ のとき} \\ \frac{\nu_x(\tau_n)}{\sum_{y \in G(\bar{s}(\tau_n))} \nu_y(\tau_n)} & s = \bar{s} \text{ のとき} \end{cases} \quad (23b)$$

と表される. このとき, 時点  $\tau_{n+1}$  における複合的劣化状態の頻度分布は,

$$\nu(\tau_{n+1}) = \tilde{\nu}(\tau_n) \{\Omega\}^{\Delta_n} \quad (24)$$

と表される.

### (3) 尤度関数

期間全体を通じて観測データ  $\Xi$  が獲得できたと考える. さらに, 初期時点から時点  $\tau_n$  ( $0 < n \leq N$ ) に至るまでに獲得された観測データを  $\xi_n = \{\tau_a, q(\tau_a), r(\tau_a), (a = 0, \dots, n)\}$  と表す. ここで, 時点  $\tau_n$  において観測されたデータを指示するダミー変数を

$$\delta(\tau_n) = \begin{cases} 1 & r(\tau_k) = \bar{i} \text{ } (\tau_k \in \rho^m \text{ のとき}) \\ 1 & r(\tau_k) = \bar{s} \text{ } (\tau_k \in \rho^f \text{ のとき}) \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases} \quad (25)$$

と定義する. 時点  $\tau_1$  までに観測データ  $\xi_1$  が観測される確率  $\ell(\xi_1)$  は

$$\ell_1(\xi_1) = \sum_{x=1}^X \{\nu_x(\tau_1)\}^{\delta(\tau_1)} \quad (26)$$

と表される. 時点  $\tau_2$  以降に関しては再帰的に

$$\ell_2(\xi_2) = \ell_1(\xi_1) \sum_{x=1}^X \{\nu_x(\tau_2)\}^{\delta(\tau_2)} \quad (27a)$$

⋮

$$\ell_N(\xi_N) = \ell_{N-1}(\xi_{N-1}) \sum_{x=1}^X \{\nu_x(\tau_N)\}^{\delta(\tau_N)} \quad (27b)$$

と定式化される. このとき, 情報集合  $\Xi$  が観測される尤度は次式で定義される.

$$\mathcal{L}(\Xi; \theta) = \prod_{n=1}^N \sum_{x=1}^X \{\nu_x(\tau_n; \theta)\}^{\delta(\tau_n)} \quad (28a)$$

$$\nu(\tau_{n+1}) = \tilde{\nu}(\tau_n) \{\Omega\}^{\Delta_n} \quad (28b)$$

$(n = 1, \dots, N)$

ただし,  $\theta = \{\beta_0^s, \beta^s, \gamma_0^i, \gamma^i : s = 1, \dots, S-1, i = 1, \dots, I-1\}$  は未知パラメータベクトルである. ここでは, 推移確率  $\omega_{i_s}^{j_v}$  を表現する指数ハザードモデル (3),(9) がパラメータ  $\theta$  に依存することを明示的に表現するために  $\tilde{\nu}_x(\tau_n; \theta)$  と表している. 複合的隠れマルコフ劣化モデルの尤度関数 (28a) は, パラメータ  $\theta$  に関して高次の非線形多項式であり, 1 階の最適化条件が (複素数解を含めて) 非常に多くの解を有している<sup>16),17)</sup>. 推移確率  $\omega_{i_s}^{j_v}$  の推計値は 0 と 1 の間にある実数解を選択しなければならない. 最尤法の代わりにベイズ推計法を用いれば, 高次の非線形多項式を解く問題を回避できる. しかし, 尤度関数 (28a),(28b) が, 極めて多くの項を含んでおり, 計算量が膨大になってしまう欠点がある<sup>16)-18)</sup>. このような計算上の難点を克服するために, 尤度関数の完備化操作が必要となる.

### (4) 完備化操作

尤度関数の完備化操作を行うために潜在変数を定義する. 記述の都合上, 再び  $m, f$  局所時間軸を用いることとする. 期間全体を通じて観測データ  $\Xi = \{\bar{\tau}_n, \bar{q}(\bar{\tau}_n), \bar{r}(\bar{\tau}_n), (n = 0, \dots, N)\}$  が獲得できたと考える. 記号「 $\bar{\quad}$ 」は実測値を意味する. 期間  $[\bar{\tau}_n, \bar{\tau}_{n+1})$  を 2 種類の局所時間軸を用いて記述することができる. 時点  $\bar{\tau}_n$  において, 路面性状調査が実施されたと考える. 時点  $\bar{\tau}_n - 1$  における  $m, f$  局所時間軸上の時点が, それぞれ  $u_l^m - 1, u_k^f - 1$  で表されていると考える. このとき, 期間  $[\bar{\tau}_n, \bar{\tau}_{n+1})$  において,  $m, f$  局所時点は, それぞれ

$$0, 1, \dots, \dots, \Delta_n \quad (29a)$$

$$u_k^f, u_k^f + 1, \dots, u_k^f + \Delta_n \quad (29b)$$

と表される。一方、時点  $\tau_n$  に FWD 調査が実施された場合、期間  $[\bar{\tau}_n, \bar{\tau}_{n+1})$  の  $m, f$  局所時点は、それぞれ

$$u_l^m, u_l^m + 1, \dots, u_l^m + \Delta_n \quad (30a)$$

$$0, 1, \dots, \Delta_n \quad (30b)$$

と推移する。ここで、期間  $[\bar{\tau}_n, \bar{\tau}_{n+1})$  における路面健全度の推移パターンを潜在変数ベクトル

$$\mathbf{w}_n = \begin{cases} (w_0, \dots, w_{\Delta_n}) & \bar{q}(\bar{\tau}_n) = m \\ (w_{u_l^m}, \dots, w_{u_l^m + \Delta_n}) & \bar{q}(\bar{\tau}_n) = f \end{cases} \quad (31)$$

を用いて表す。また、耐荷力の推移パターンを潜在変数ベクトル

$$\mathbf{d}_n = \begin{cases} (d_{u_k^f}, \dots, d_{u_k^f + \Delta_n}) & \bar{q}(\bar{\tau}_n) = m \\ (d_0, \dots, d_{\Delta_n}) & \bar{q}(\bar{\tau}_n) = f \end{cases} \quad (32)$$

と表す。ただし、 $\bar{q}(\bar{\tau}_n) = m$  のとき、 $w_0 = \tilde{h}(\bar{\tau}_n)$ 、 $\bar{q}(\bar{\tau}_n) = f$  のとき、 $d_0 = \tilde{g}(\bar{\tau}_n)$  が成立する。

劣化過程の性質より、舗装の更新が実施されない限り、時間の経過とともに路面健全度の劣化や、耐荷力の低下が進行する。このとき、潜在変数値の間に

$$\bar{w}_0 \leq \dots \leq w_{u_l^m} \leq \dots \leq w_{T_l^m - 1} \leq \bar{w}_{T_l^m} \quad (33a)$$

$$\bar{d}_0 \leq \dots \leq d_{u_k^f} \leq \dots \leq d_{T_k^f - 1} \leq \bar{d}_{T_k^f} \quad (33b)$$

を満足する。ただし、 $\bar{w}_0 = \tilde{h}(t_l^m)$ 、 $\bar{w}_{T_l^m} = \tilde{h}(T_l^m)$ 、 $\bar{d}_0 = \tilde{g}(t_k^f)$ 、 $\bar{d}_{T_k^f} = \tilde{g}(T_k^f)$  である。真の健全度ベクトル  $\mathbf{w}_n$ 、耐荷力ベクトル  $\mathbf{d}_n$  の要素は、それぞれ  $\bar{w}_0$ 、 $\bar{w}_{T_l^m}$ 、 $\bar{d}_0$ 、 $\bar{d}_{T_k^f}$  を除いて観測できない潜在変数であるが、ひとまずこれらの潜在変数が仮に測定できたと考える。ここで、議論の見通しをよくするため、対象期間全体にわたる仮想的潜在変数ベクトル列を図-3のように表記し、時点  $\tau_0 = 0$  から時点  $\tau_{N-1}$  まで添字を付け替える。このような表記により、潜在変数ベクトル列

$$\tilde{\mathbf{w}}_0, \dots, \tilde{\mathbf{w}}_n, \dots, \tilde{\mathbf{w}}_{N-1} \quad (34a)$$

$$\tilde{\mathbf{d}}_0, \dots, \tilde{\mathbf{d}}_n, \dots, \tilde{\mathbf{d}}_{N-1} \quad (34b)$$

を得る。このとき、仮想的潜在変数ベクトル  $\tilde{\mathbf{w}} = \{\tilde{\mathbf{w}}_n, (n = 0, \dots, N-1)\}$ 、 $\tilde{\mathbf{d}} = \{\tilde{\mathbf{d}}_n, (n = 0, \dots, N-1)\}$  を与件とする。時点  $\tau_1$  で仮想的潜在変数ベクトル  $\tilde{\mathbf{w}}_1$ 、 $\tilde{\mathbf{d}}_1$  を用いて完備化された尤度  $\tilde{\ell}(\tilde{\mathbf{w}}_1, \tilde{\mathbf{d}}_1, \bar{\xi}_1)$  は

$$\begin{aligned} \tilde{\ell}_1(\tilde{\mathbf{w}}_1, \tilde{\mathbf{d}}_1, \bar{\xi}_1) &= \tilde{\nu}_{\tilde{\mathbf{w}}_{\tau_1}, \tilde{\mathbf{d}}_{\tau_1}}(\tau_1) \\ &= \prod_{y_0=0}^{T_0-1} \omega_{\tilde{w}_{y_0}, \tilde{d}_{y_0}}^{\tilde{w}_{y_0+1}, \tilde{d}_{y_0+1}} \end{aligned} \quad (35)$$

と表される。時点  $\tau_2$  以降に関しては再帰的に

$$\begin{aligned} \tilde{\ell}_2(\tilde{\mathbf{w}}_1, \tilde{\mathbf{d}}_1, \bar{\xi}_2) &= \tilde{\ell}_1(\tilde{\mathbf{w}}_1, \tilde{\mathbf{d}}_1, \bar{\xi}_1) \\ &\quad \tilde{\nu}_{\tilde{\mathbf{w}}_{\tau_2}, \tilde{\mathbf{d}}_{\tau_2}}(\tau_2) \end{aligned} \quad (36a)$$

⋮

$$\tilde{\ell}_N(\tilde{\mathbf{w}}_N, \tilde{\mathbf{d}}_N, \bar{\xi}_N) = \tilde{\ell}_{N-1}(\tilde{\mathbf{w}}_{N-1}, \tilde{\mathbf{d}}_{N-1}, \bar{\xi}_{N-1})$$

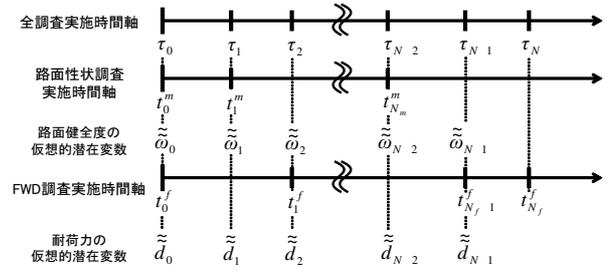


図-3 仮想的潜在変数列

$$\tilde{\nu}_{\tilde{\mathbf{w}}_{\tau_N}, \tilde{\mathbf{d}}_{\tau_N}}(\tau_N) \quad (36b)$$

と定式化される。ただし、

$$\tilde{\nu}_{\tilde{\mathbf{w}}_{\tau_{n+1}}, \tilde{\mathbf{d}}_{\tau_{n+1}}}(\tau_{n+1}) = \prod_{y_n=0}^{T_n-1} \omega_{\tilde{w}_{y_n}, \tilde{d}_{y_n}}^{\tilde{w}_{y_n+1}, \tilde{d}_{y_n+1}} \quad (37)$$

である。このとき、情報集合  $\bar{\Xi}$  が観測される尤度は

$$\tilde{\mathcal{L}}(\tilde{\mathbf{w}}, \tilde{\mathbf{d}}, \bar{\Xi}; \boldsymbol{\theta}) = \prod_{n=0}^{N-1} \prod_{y_n=0}^{T_n-1} \omega_{\tilde{w}_{y_n}, \tilde{d}_{y_n}}^{\tilde{w}_{y_n+1}, \tilde{d}_{y_n+1}} \quad (38)$$

と定義される。以上の操作を完備化 (completion) という。完備化された尤度関数 (38) (以下、完備化尤度関数) は、通常の尤度関数 (28a), (28b) より大幅に簡略化されている。ただし、完備化尤度関数 (38) の中に含まれる潜在変数  $\tilde{\mathbf{w}}$ 、 $\tilde{\mathbf{d}}$  は、測定できない変数である。完備化尤度関数を展開すれば、潜在変数  $\tilde{\mathbf{w}}$ 、 $\tilde{\mathbf{d}}$  に関する全条件付事後分布 (full conditional posterior distribution) を導出できる。

## (5) 潜在変数の確率分布

路面健全度の劣化特性により、修繕が実施されない限り、条件 (33a) が成立する。ここで、潜在変数を用いて  $\tilde{\mathbf{w}}_{-v} = (\tilde{w}_0, \dots, \tilde{w}_{v-1}, \tilde{w}_{v+1}, \dots, \tilde{w}_{T_l^m})$ 、 $\tilde{\mathbf{w}}_{-v}^w = (\tilde{w}_0, \dots, \tilde{w}_{v-1}, w, \tilde{w}_{v+1}, \dots, \tilde{w}_{T_l^m})$  とすれば、 $\tilde{w}_v = w$  ( $w \in \{\tilde{w}_{v-1}, \dots, \tilde{w}_{v+1}\}$ ) の全条件付事後確率は、

$$\begin{aligned} \text{Prob}\{\tilde{w}_v = w | \tilde{\mathbf{w}}_{-v}, \tilde{\mathbf{d}}\} &= \frac{\tilde{\mathcal{L}}(\tilde{\mathbf{w}}_{-v}^w, \tilde{\mathbf{d}}, \bar{\Xi}, \boldsymbol{\theta})}{\sum_{w=\tilde{w}_{v-1}}^{\tilde{w}_{v+1}} \tilde{\mathcal{L}}(\tilde{\mathbf{w}}_{-v}^w, \tilde{\mathbf{d}}, \bar{\Xi}, \boldsymbol{\theta})} \\ &= \frac{\chi_w(\tilde{w}_{v-1}, \tilde{w}_{v+1}, \tilde{\mathbf{d}})}{\sum_{w=\tilde{w}_{v-1}}^{\tilde{w}_{v+1}} \chi_w(\tilde{w}_{v-1}, \tilde{w}_{v+1}, \tilde{\mathbf{d}})} \end{aligned} \quad (39)$$

と表される。ただし、

$$\chi_w(\tilde{w}_{v-1}, \tilde{w}_{v+1}, \tilde{\mathbf{d}}) = \omega_{\tilde{w}_{v-1}, \tilde{d}_{v-1}}^w \omega_{\tilde{w}_{v+1}, \tilde{d}_{v+1}}^{\tilde{w}_{v+1}} \quad (40)$$

と表される。同様に、耐荷力についても潜在変数の全条件付事後確率を求めることができる。耐荷力の低下特性により、舗装の更新が実施されない限り、条件 (33b) が成立する。ここで、潜在変数を用いて  $\tilde{\mathbf{d}}_{-v} = (\tilde{d}_0, \dots, \tilde{d}_{v-1}, \tilde{d}_{v+1}, \dots, \tilde{d}_{T_k^f})$ 、 $\tilde{\mathbf{d}}_{-v}^d =$

$(\tilde{d}_0, \dots, \tilde{d}_{v-1}, d, \tilde{d}_{v+1}, \dots, \tilde{d}_{T_k})$  とすれば,  $\tilde{d}_v = d$  ( $d \in \{\tilde{d}_{v-1}, \dots, \tilde{d}_{v+1}\}$ ) の全条件付事後確率は,

$$\begin{aligned} & \text{Prob}\{\tilde{d}_v = d | \tilde{\mathbf{w}}, \tilde{\mathbf{d}}_{-v}\} \\ &= \frac{\chi_d(\tilde{d}_{v-1}, \tilde{d}_{v+1}, \tilde{\mathbf{w}})}{\sum_{d=\tilde{d}_{v-1}}^{\tilde{d}_{v+1}} \chi_d(\tilde{d}_{v-1}, \tilde{d}_{v+1}, \tilde{\mathbf{w}})} \quad (41) \end{aligned}$$

と表される. ただし,

$$\chi_d(\tilde{d}_{v-1}, \tilde{d}_{v+1}, \tilde{\mathbf{w}}) = \omega_{\tilde{w}_{v-1} \tilde{d}_{v-1}}^{\tilde{w}_v d} \omega_{\tilde{w}_{v+1} \tilde{d}_{v+1}}^{\tilde{w}_v d} \quad (42)$$

と表される.

## 5. アルゴリズム

### (1) MCMC 法

隠れマルコフ劣化モデルを含む混合分布モデルの推計では, 前述したように尤度関数が特殊な形をしているため, 通常の最尤法やベイズ推計法を用いることが困難である<sup>18)</sup>. このようなことから, 混合分布モデルの推計方法として, 通常の尤度関数ではなく, 完備化尤度関数を定義するとともに, MCMC 法を用いて混合分布モデルを推計する方法が提案されている<sup>16)–18)</sup>. 隠れマルコフ劣化モデルを推計するためには, 既往の隠れマルコフ劣化モデルを推計するための MCMC 法の中に, マルコフ推移確率のベイズ推計アルゴリズムを内包したような MCMC アルゴリズムを開発することが必要になる. すでに, 小林等<sup>1)</sup>は階層的隠れマルコフ劣化モデルを MCMC 法を用いてベイズ推計する方法を提案している. これに対して, 複合的隠れマルコフ劣化モデルでは, 路面の健全度と耐荷力の低下過程が相互作用を持つために, 多次元の潜在的状態変数列を発生させることが必要になる.

本研究では代表的な MCMC 法である MH 法 (メトロポリス・ヘイスティング法) を用いて, 未知パラメータ  $\beta, \gamma$  の標本サンプルを事後確率密度関数から抽出する. MH 法では事後分布からのサンプリングが困難な場合に, これを近似するような分布 (以降, 提案分布) からサンプリングを行う. さらに, 目標分布と提案分布の差異を修正するステップを含めることにより, 目標分布からランダムサンプリングを行う方法である. いま, 耐荷力の低下モデル (3) と路面の劣化モデル (9) に含まれる耐荷力レーティング  $s$  に関するパラメータ  $\hat{\eta}^s = (\gamma_0^s, \beta^s) = (\gamma_0^s, \beta_1^s, \dots, \beta_Q^s)$  ( $s = 1, \dots, S-1$ ) は, 未知パラメータである. これらの定数の事前確率密度関数として, 正規分布を仮定する. すなわち, パラメータ  $\hat{\eta}^s$  の事前確率密度関数が  $\hat{\eta}^s \sim \mathcal{N}_{Q+1}(\zeta^{s, \hat{\eta}}, \Sigma^{s, \hat{\eta}})$  である. ただし,  $Q+1$ 次元正規分布  $\mathcal{N}_{Q+1}(\zeta^{s, \hat{\eta}}, \Sigma^{s, \hat{\eta}})$  の

確率密度関数は,

$$\begin{aligned} \phi(\hat{\eta}^s | \zeta^{s, \hat{\eta}}, \Sigma^{s, \hat{\eta}}) &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{Q+1}{2}} \sqrt{|\Sigma^{s, \hat{\eta}}|}} \\ & \exp\left\{-\frac{1}{2}(\hat{\eta}^s - \zeta^{s, \hat{\eta}})\{\Sigma^{s, \hat{\eta}}\}^{-1}(\hat{\eta}^s - \zeta^{s, \hat{\eta}})'\right\} \quad (43) \end{aligned}$$

となる. ただし,  $\zeta^{s, \hat{\eta}}$  は  $\mathcal{N}_{Q+1}(\zeta^{s, \hat{\eta}}, \Sigma^{s, \hat{\eta}})$  の事前期待値ベクトル,  $\Sigma^{s, \hat{\eta}}$  は事前分散共分散行列である. 同様に, 路面健全度  $i$  に関する  $\hat{\kappa}^i = (\beta_0^i, \gamma_1^i, \dots, \gamma_V^i)$ , ( $i = 0, \dots, I-1$ ) の事前確率密度関数も多次元正規分布  $\hat{\kappa}^i \sim \mathcal{N}_{V+1}(\zeta^{i, \hat{\kappa}}, \Sigma^{i, \hat{\kappa}})$  に従うと仮定する. ただし,  $\zeta^{i, \hat{\kappa}}$  は事前期待値ベクトル,  $\Sigma^{i, \hat{\kappa}}$  は事前分散共分散行列である.

パラメータベクトル  $\hat{\eta}$  を酔歩過程 MH 法を用いてサンプリングする. 酔歩過程 MH 法は推計されるパラメータをある確率密度に従って酔歩させながらサンプリングする方法で, その確率密度が提案分布となる. 本研究では各パラメータが独自に平均 0, 分散  $\sigma_e^2$  の正規分布に従って酔歩過程に従うと仮定する. すなわち,  $e = (0, \dots, Q)$ ,  $y = (0, \dots, V)$  に対して

$$\beta_e^{(c)} - \beta_e^{(c-1)} \sim N(0, \sigma_e) \quad (44a)$$

$$\gamma_y^{(c)} - \gamma_y^{(c-1)} \sim N(0, \sigma_y) \quad (44b)$$

と定義する. ただし,  $c$  は標本サンプリング回数である. 酔歩過程 MH 法を用いたパラメータベクトル  $\hat{\eta}$ ,  $\hat{\kappa}$  のサンプリング手順を以下に取りまとめる.

#### a) ステップ 1 初期値設定

提案分布 (44a), (44b) の分散パラメータ  $\sigma_e, \sigma_y$  の値を任意に設定する. 仮想的潜在変数の初期値  $\tilde{\mathbf{d}}^1 = (\tilde{d}_0^{(0)}, \dots, \tilde{d}_{u_k}^{(0)}, \dots, \tilde{d}_T^{(0)})$ ,  $\tilde{\mathbf{w}}^{(0)} = (\tilde{w}_0^{(0)}, \dots, \tilde{w}_{u_T}^{(0)}, \dots, \tilde{w}_T^{(0)})$  を設定する. ただし, 制約条件 (33a)(33b) を満足していなくてはならない. また, パラメータ推計値  $\hat{\eta}^{(0)}$ ,  $\hat{\kappa}^{(0)}$  を任意に設定する. これらの初期値の影響は, MCMC 法によるシミュレーション回数が蓄積されるにつれ, 次第に薄れていく. サンプリング回数  $c$  を  $c = 1$  とする.

#### b) ステップ 2 パラメータ $\hat{\eta}^{(c)}$ の標本抽出

舗装の耐荷力ランク  $s$  に関して定義される劣化ハザードモデルのパラメータ  $\hat{\eta}^{s, (c)} = (\hat{\gamma}_0^{s, (c)}, \beta_1^{s, (c)}, \dots, \beta_Q^{s, (c)})$ , ( $s = 1, \dots, S-1$ ) を酔歩過程 MH 法を用いて標本抽出する.

**ステップ 2-1** 仮想的潜在変数ベクトル  $\tilde{\mathbf{w}}^{(c-1)}$ ,  $\tilde{\mathbf{d}}^{(c-1)}$ , パラメータベクトル  $\hat{\eta}^{(c-1)}$ ,  $\hat{\kappa}^{(c-1)}$  を与件とする.

**ステップ 2-2** サンプリング回数  $c$ , サブステップ  $g$  のパラメータベクトル

$$\begin{aligned} \hat{\eta}_{g-1}^{s, (c)} &= (\hat{\gamma}_0^{s, (c)}, \dots, \beta_{g-1}^{s, (c)}, \beta_g^{s, (c-1)}, \\ & \dots, \beta_Q^{s, (c-1)})' \quad (45) \end{aligned}$$

を定義する。また、サブステップ  $g$  の酔歩ベクトル  $\boldsymbol{l}_g^{(c)} = (0, \dots, 0, l_g^{s,(c)}, 0, \dots, 0)$  (第  $g$  要素のみが値  $l_g^{s,(c)}$  をとる列ベクトル) を定義する。酔歩過程のステップ幅が平均 0, 分散  $(\sigma)^2$  の正規分布に従うと仮定しているので,

$$l_g^{s,(c)} \sim N(0, (\sigma_g)^2)$$

が成立する。ここで、パラメータベクトル  $\hat{\boldsymbol{\eta}}_g^{s,(c)}$  を

$$\hat{\boldsymbol{\eta}}_g^{s,(c)} = \hat{\boldsymbol{\eta}}_{g-1}^{s,(c)} + \boldsymbol{l}_g^{s,(c)} \quad (46)$$

と定義し、パラメータベクトル  $\hat{\boldsymbol{\eta}}_{(s,g)}^{(c)}$  を

$$\hat{\boldsymbol{\eta}}_{(s,g)}^{(c)} = (\hat{\boldsymbol{\eta}}^{1,(c)}, \dots, \hat{\boldsymbol{\eta}}_g^{s,(c)}, \hat{\boldsymbol{\eta}}^{s+1,(c-1)}, \dots, \hat{\boldsymbol{\eta}}^{S-1,(c-1)}) \quad (47)$$

と記述する。その上で、尤度比率  $\Upsilon_{(s,g)}^{(c)}$  を

$$\Upsilon_{(s,g)}^{(c)} = \min \left[ \frac{\tilde{\mathcal{L}}(\boldsymbol{\beta}_{(s,g)}^{(c)}, \bar{\Xi})}{\tilde{\mathcal{L}}(\boldsymbol{\beta}_{(s,g-1)}^{(c)}, \bar{\Xi})}, 1 \right]$$

と定義する。ただし、 $\tilde{\mathcal{L}}(\boldsymbol{\beta}_{(s,g)}^{(c)}, \bar{\Xi}) = \tilde{\mathcal{L}}(\tilde{\boldsymbol{w}}^{(c-1)}, \tilde{\boldsymbol{d}}^{(c-1)})$ ,  $\boldsymbol{\beta}_{(s,g)}^{(c)}, \tilde{\boldsymbol{\gamma}}^{(c-1)}, \bar{\Xi}$  は、式 (38) で表される完備化尤度関数である。

**ステップ2-3** 区間  $[0, 1]$  で定義される一様分布  $\mathcal{U}(0, 1)$  から、一様分布  $u \sim \mathcal{U}(0, 1)$  を発生させ、 $\boldsymbol{\beta}^{c,g}$  を以下のルールに従い決定する。

$$\boldsymbol{\beta}_g^{s,(c)} = \begin{cases} \boldsymbol{\beta}_{g-1}^{s,(c)} + \boldsymbol{l}_g^{s,(c)} & u \leq \Upsilon_{(s,g)}^{(c)} \text{ の場合} \\ \boldsymbol{\beta}_{g-1}^{s,(c)} & \text{その他の場合} \end{cases} \quad (48)$$

以上の手続きを  $g = 0$  から  $g = Q$  まで実施する。

### c) ステップ3 パラメータ $\boldsymbol{\gamma}^{(c)}$ の標本抽出

路面の健全度に関する劣化ハザードモデルのパラメータベクトル  $\boldsymbol{\gamma}^{(c-1)} = (\gamma_1^{(c-1)}, \dots, \gamma_G^{(c-1)})$  を酔歩過程 MH 法より標本抽出する。

**ステップ3-1** 仮想的潜在変数ベクトル  $\tilde{\boldsymbol{w}}^{(c-1)}, \tilde{\boldsymbol{d}}^{(c-1)}$ , パラメータベクトル  $\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(c)}, \hat{\boldsymbol{\gamma}}^{(c-1)}$  を与件とする。

**ステップ3-2** サンプル回数  $c$ , サブステップ  $y$  のパラメータベクトル

$$\boldsymbol{\gamma}_{y-1}^{i,(c)} = (\gamma_1^{i,(c)}, \dots, \gamma_{y-1}^{i,(c)}, \gamma_y^{i,(c)}, \dots, \gamma_V^{i,(c)})'$$

を定義する。また、サブステップ  $y$  の酔歩ベクトル  $\boldsymbol{l}_y^{i,(c)} = (0, \dots, 0, l_y^{i,(c)}, 0, \dots, 0)$  (第  $i$  要素のみが値  $l_y^{i,(c)} \sim N(0, (\sigma_y)^2)$  をとる列ベクトル) を定義する。尤度比率

$$\Upsilon_{i,y}^{(c)} = \min \left[ \frac{\tilde{\mathcal{L}}(\boldsymbol{\gamma}_y^{i,(c)}, \bar{\Xi})}{\tilde{\mathcal{L}}(\boldsymbol{\gamma}_{y-1}^{i,(c)}, \bar{\Xi})}, 1 \right]$$

を求める。

**ステップ3-3** 区間  $[0, 1]$  で定義される一様分布  $\mathcal{U}(0, 1)$  から、一様分布  $u \sim \mathcal{U}(0, 1)$  を発生させ、 $\boldsymbol{\gamma}_y^{i,(c)}$  を以下のルールに従い決定する。

$$\boldsymbol{\gamma}_y^{i,(c)} = \begin{cases} \boldsymbol{\gamma}_{y-1}^{i,(c)} + \boldsymbol{l}_y^{i,(c)} & u \leq \Upsilon_{i,y}^{(c)} \text{ の場合} \\ \boldsymbol{\gamma}_{y-1}^{i,(c)} & \text{その他の場合} \end{cases} \quad (49)$$

以上の手続きを  $y = 0$  から  $y = V$  まで実施する。

### d) ステップ4 潜在変数 $\tilde{\boldsymbol{w}}^{(c)}$ の標本抽出

仮想的潜在変数ベクトル  $\tilde{\boldsymbol{w}}^{(c-1)}, \tilde{\boldsymbol{d}}^{(c-1)}$ , パラメータベクトル  $\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(c)}, \hat{\boldsymbol{\gamma}}^{(c)}$  を与件として、新しい仮想的潜在変数  $\tilde{\boldsymbol{w}}^{(c)}$  を標本抽出する。更新されたパラメータ推定量  $\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(c)}, \hat{\boldsymbol{\gamma}}^{(c)}$  を与件として、式 (15) を用いて複合的劣化過程のマルコフ推移  $\omega_{i_s}^{j_v}(c)$  を定義する。全条件付事後確率 (39) に基づいて、新しい仮想的潜在変数  $\tilde{\boldsymbol{w}}^{(c)}$  をランダムサンプリングする。いま、ある期間  $[t_l^c, t_{l+1}^c)$  ( $l = 0, \dots, N^c - 1$ ) に着目する。潜在変数ベクトル  $\tilde{\boldsymbol{w}}_{-v}^{(c)} = (\tilde{w}_1^{(c)}, \dots, \tilde{w}_{v-1}^{(c)}, \tilde{w}_{v+1}^{(c-1)}, \dots, \tilde{w}_{T_l^c}^{(c-1)})$  を定義する。このとき、 $\tilde{w}_v^{(c)} = w \in \{\tilde{w}_{v-1}^{(c)}, \dots, \tilde{w}_{v+1}^{(c-1)}\}$  の全条件付事後確率は、

$$\begin{aligned} \text{Prob}\{\tilde{w}_v = w | \tilde{\boldsymbol{w}}_{-v}^{(c)}, \tilde{\boldsymbol{d}}^{(c-1)}\} \\ = \frac{\chi_w(\tilde{w}_{v-1}^{(c)}, \tilde{w}_{v+1}^{(c-1)}, \tilde{\boldsymbol{d}}^{(c-1)})}{\sum_{w=\tilde{w}_{v-1}^{(c)}}^{\tilde{w}_{v+1}^{(c-1)}} \chi_w(\tilde{w}_{v-1}^{(c)}, \tilde{w}_{v+1}^{(c-1)}, \tilde{\boldsymbol{d}}^{(c-1)})} \end{aligned} \quad (50)$$

と表される。ただし、

$$\begin{aligned} \chi_w(\tilde{w}_{v-1}^{(c)}, \tilde{w}_{v+1}^{(c-1)}, \tilde{\boldsymbol{d}}^{(c-1)}) \\ = \omega_{\tilde{w}_{v-1}^{(c)} \tilde{d}_{v-1}^{(c-1)}}^{\tilde{w}_{v+1}^{(c-1)}}(c) \omega_{\tilde{w}_{v+1}^{(c-1)} \tilde{d}_{v+1}^{(c-1)}}^{\tilde{w}_{v-1}^{(c)}}(c) \end{aligned} \quad (51)$$

である。全ての  $l$  ( $l = 0, \dots, N^c - 1$ ) に対して、 $v = 0$  より逐次潜在変数  $\tilde{w}_v^{(c)}$  ( $v = 0, \dots, T_l^c$ ) を求める。

### e) ステップ5 潜在変数 $\tilde{\boldsymbol{d}}^{(c)}$ の標本抽出

仮想的潜在変数ベクトル  $\tilde{\boldsymbol{w}}^{(c)}, \tilde{\boldsymbol{d}}^{(c-1)}$ , パラメータベクトル  $\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(c)}, \hat{\boldsymbol{\gamma}}^{(c)}$  を与件として、仮想的潜在変数  $\tilde{\boldsymbol{d}}^{(c)}$  を標本抽出する。いま、ある期間  $[t_k^f, t_{k+1}^f)$  ( $k = 0, \dots, N^f - 1$ ) に着目する。仮想的潜在変数ベクトル  $\tilde{\boldsymbol{d}}_{-v}^{(c)} = (\tilde{d}_1^{(c)}, \dots, \tilde{d}_{v-1}^{(c)}, \tilde{d}_{v+1}^{(c-1)}, \dots, \tilde{d}_{T_k^f}^{(c-1)})$  を定義する。このとき、 $\tilde{d}_v^{(c)} = d \in \{\tilde{d}_{v-1}^{(c)}, \dots, \tilde{d}_{v+1}^{(c-1)}\}$  の全条件付事後確率は、

$$\begin{aligned} \text{Prob}\{\tilde{d}_v = d | \tilde{\boldsymbol{w}}^{(c)}, \tilde{\boldsymbol{d}}_{-v}^{(c)}\} \\ = \frac{\chi_d(\tilde{\boldsymbol{w}}^{(c)}, \tilde{d}_{v-1}^{(c)}, \tilde{d}_{v+1}^{(c-1)})}{\sum_{d=\tilde{d}_{v-1}^{(c)}}^{\tilde{d}_{v+1}^{(c-1)}} \chi_d(\tilde{\boldsymbol{w}}^{(c)}, \tilde{d}_{v-1}^{(c)}, \tilde{d}_{v+1}^{(c-1)})} \end{aligned} \quad (52)$$

と表される。ただし、

$$\begin{aligned} \chi_d(\tilde{\boldsymbol{w}}^{(c)}, \tilde{d}_{v-1}^{(c)}, \tilde{d}_{v+1}^{(c-1)}) \\ = \omega_{\tilde{w}_{v-1}^{(c)} \tilde{d}_{v-1}^{(c)}}^{\tilde{d}_v^{(c)}}(c) \omega_{\tilde{w}_{v+1}^{(c-1)} \tilde{d}_{v+1}^{(c-1)}}^{\tilde{d}_v^{(c)}}(c) \end{aligned} \quad (53)$$

である。全ての  $k$  ( $k = 0, \dots, N^f - 1$ ) に対して、 $v = 0$  より逐次、仮想的潜在変数  $\tilde{d}_v^{(c)}$  ( $v = 0, \dots, T_k^f$ ) を求める。

### f) ステップ6 アルゴリズムの終了判定

以上で求めたパラメータ推定量の更新値  $\boldsymbol{\beta}^{(c)}, \boldsymbol{\gamma}^{(c)}$ , 潜在変数の更新値  $\tilde{\boldsymbol{w}}^{(c)}, \tilde{\boldsymbol{d}}^{(c)}$  を記録する。 $c$  が総シミュレー

シミュレーション回数  $\bar{c}$  以下の場合,  $c = c + 1$  として, **ステップ 2** へ戻る. そうでない場合, アルゴリズムを終了する.

なお, 以上のアルゴリズムの初期段階においては, パラメータの初期値設定の影響が残存している. このため, シミュレーション回数  $c$  が十分大きな値になるまでは, パラメータ標本の発生過程が定常過程に到達していないと考え, 発生したパラメータ標本を除去することが望ましい. ここで, パラメータ標本として採用するシミュレーション回数  $c$  の最小値を  $\underline{c}$  と表す. このとき, ギブスサンプリングで求めたサンプル  $\beta^{(c)}, \gamma^{(c)}$  ( $c = \underline{c} + 1, \underline{c} + 2, \dots, \bar{c}$ ) を用いて, パラメータベクトル  $\beta, \gamma$  の事後分布に関する各種の統計量を計算できる.

## (2) 事後分布に関する統計量

MCMC 法によって得られた標本に基づいて, パラメータベクトル  $\beta, \gamma$  に関する統計的性質を分析することができる. MCMC 法を用いた場合, パラメータの事後確率密度関数を解析的な関数として表現することはできない. 得られた標本を用いてノンパラメトリックに分布関数や密度関数を推計することとなる. いま, MCMC 法を用いて得られた標本を  $\theta^{(c)} = (\beta^{(c)}, \gamma^{(c)})$  ( $c = 1, \dots, \bar{c}$ ) と表す. このうち, 最初の  $\underline{c}$  個の標本は収束過程からの標本と考え, 標本集合から除去する. その上で, パラメータの標本添字集合を  $\mathcal{C} = \{\underline{c} + 1, \dots, \bar{c}\}$  と定義する. パラメータ  $\beta$  と  $\gamma$  に関する統計量を同様の方法で定義できるため, 以下ではパラメータ  $\beta$  に焦点を絞る. まず, パラメータ  $\beta$  の同時確率分布関数  $G(\beta)$  は,

$$G(\beta) = \frac{\#\{\beta^{(c)} \leq \beta, c \in \mathcal{C}\}}{\bar{c} - \underline{c}} \quad (54)$$

と表すことができる. ただし,  $\#\{\beta^{(c)} \leq \beta, c \in \mathcal{C}\}$  は論理式  $\beta^{(c)} \leq \beta, c \in \mathcal{C}$  が成立するサンプルの総数である. また, パラメータ  $\beta^s$  の事後分布の期待値ベクトル  $\tilde{\zeta}^s(\beta^s)$ , 分散・共分散行列  $\tilde{\Sigma}^s(\beta^s)$  は, それぞれ

$$\begin{aligned} \tilde{\zeta}^s(\beta^s) &= (\tilde{\zeta}(\beta_0^s), \dots, \tilde{\zeta}(\beta_Q^s))' \\ &= \left( \sum_{c=\underline{c}+1}^{\bar{c}} \frac{\beta_0^{s(c)}}{\bar{c} - \underline{c}}, \dots, \sum_{c=\underline{c}+1}^{\bar{c}} \frac{\beta_Q^{s(c)}}{\bar{c} - \underline{c}} \right)' \end{aligned} \quad (55a)$$

$$\tilde{\Sigma}^s(\beta^s) = \begin{pmatrix} \tilde{\sigma}^2(\beta_0^s) & \dots & \tilde{\sigma}(\beta_0^s \beta_Q^s) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\sigma}(\beta_Q^s \beta_0^s) & \dots & \tilde{\sigma}^2(\beta_Q^s) \end{pmatrix} \quad (55b)$$

と表される. ただし,  $r, q = 0, \dots, Q$  に対して

$$\tilde{\sigma}^2(\beta_r^s) = \sum_{c=\underline{c}+1}^{\bar{c}} \frac{\{\beta_r^{s(c)} - \tilde{\zeta}(\beta_r^s)\}^2}{\bar{c} - \underline{c}} \quad (56a)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}(\beta_r^s \beta_q^s) &= \sum_{c=\underline{c}+1}^{\bar{c}} \frac{\{\beta_r^{s(c)} - \tilde{\zeta}(\beta_r^s)\} \{\beta_q^{s(c)} - \tilde{\zeta}(\beta_q^s)\}}{\bar{c} - \underline{c}} \end{aligned} \quad (56b)$$

である. また, MCMC 法によるパラメータ標本を用いて, パラメータ  $\beta$  の信用区間を定義できる. たとえば, パラメータ  $\beta$  の  $100(1 - 2\varepsilon)\%$  信用区間は, 標本順序統計量  $(\underline{\beta}_q^{s,\varepsilon}, \bar{\beta}_q^{s,\varepsilon})$  ( $s = 1, \dots, S - 1; q = 0, \dots, Q$ )

$$\underline{\beta}_q^{s,\varepsilon} = \arg \max_{\beta_q^{s**}} \left\{ \frac{\#\{\beta_q^{s(c)} \leq \beta_q^{s**} \in \mathcal{C}\}}{\bar{c} - \underline{c}} \leq \varepsilon \right\} \quad (57a)$$

$$\bar{\beta}_q^{s,\varepsilon} = \arg \min_{\beta_q^{s**}} \left\{ \frac{\#\{\beta_q^{s(c)} \geq \beta_q^{s**} \in \mathcal{C}\}}{\bar{c} - \underline{c}} \leq \varepsilon \right\} \quad (57b)$$

を用いて  $\underline{\beta}_q^{s,\varepsilon} < \beta_q^s < \bar{\beta}_q^{s,\varepsilon}$  と定義できる. MCMC 法では, 初期パラメータ値  $\theta^{(0)}$  が不変分布である事後分布からの標本である保証はない. ギブスサンプリングで発生させた  $\bar{c}$  個のサンプルのうち, 最初の  $\underline{c}$  個の標本  $\theta^{(c)} = (\beta^{(c)}, \gamma^{(c)})$  ( $c = 1, \dots, \underline{c}$ ) を事後分布に収束する過程からのサンプリングと考える. その上で, 第  $\underline{c} + 1$  回以降の標本をとりあげる.  $\underline{c} + 1$  以降の標本が, 不変分布である事後分布からの標本であるかどうかを Geweke の方法<sup>19)</sup>を用いて仮説検定を試みる.

## 6. 適用事例

### (1) データベースの概要

東・中・西日本高速道路株式会社 (以下, NEXCO) 管内の高速道路で獲得された舗装の調査データを用いて, 本研究で提案した方法論の有効性を実証的に検討する. 本研究で用いたデータは, 株式会社 高速道路総合技術研究所 (以下, NEXCO 総研) が全国の路線を対象として道路区間を無作為に抽出し, 2006 年 4 月 ~ 2014 年 3 月の約 8 年間にわたって実施した路面性状調査と FWD 調査の結果である. 全 1,726 道路区間数 (1 道路区間は 100m) に対して, 合計 7,568 区間の路面性状調査と合計 39,663 点の FWD 調査が実施されている. 単純には, 1 道路区間あたり平均で路面性状調査は約 4.4 回, FWD 調査は約 23.0 回実施されたことになる. ただし, 1 回の調査を通して路面性状調査は 1 道路区間に対して 1 つの調査結果が得られるのに対して, FWD 調査は複数回実施され, それに応じた調査結果が得られる. さらに, 道路区間を対象期間中に路面修繕は実施されているものの, 舗装の更新は実施されていない区間を選定した. また, モデル推計に際しては, 2 回の調査データとその調査間隔という 3 つの情報を 1 単位のサンプルデータとして数え上げる. 供用開始時点に関するデータが利用可能であるため, 供用開始時点から最初の調査時点までの健全度の推移情報, 調査時点からつぎの調査時点に至るまでの健全度の推移情報のそれぞれを 1 単位のサンプルデータと定義した. すなわち, ある道路区間に対して  $n$  回調査が実施された場合には,  $n$  単位のサンプルデータを得る. ただし, 補

表-1 路面健全度の定義

健全度ランク	ひび割れ率 (%)
1	$Cr = 0$
2	$0 < Cr \leq 2.5$
3	$2.5 < Cr \leq 5$
4	$5 < Cr \leq 10$
5	$10 < Cr \leq 20$
6	$20 < Cr$

修の記録がないにも関わらず損傷指標やひび割れ率が回復しているものや、2回の調査間で路面修繕が実施されたものの、補修履歴が不明な区間に関しては推定精度の観点から除外した。また、それぞれの道路区間内で路面性状調査と FWD 調査のいずれかが実施されていない区間についても除外した。さらに、後述するように FWD 調査について、適用事例として想定する損傷指標の上限値を上回る値を含むサンプルも除外した。以上のような考え方にに基づき、複合的隠れマルコフ劣化モデルを推計するためのデータベースを整備した。

路面性状調査では 100m 区間を基本単位として路面健全度を評価し、その結果に基づいて修繕箇所を選定する。路面性状調査では、1) ひび割れ、2) わだち掘れ、3) IRI という 3 種類の損傷タイプのそれぞれに対して路面健全度に関する情報が得られる。修繕の基準値は、3つの損傷別に予め設定されており、3つの損傷のいずれかの値が基準値に達すれば、要修繕区間として判別される。本研究では、3種類の損傷の中で劣化の進展が速いとされるひび割れに着目して、路面健全度を定義する。ひび割れは、調査対象範囲を小メッシュに分割し、ひび割れが存在するメッシュの割合（以下、ひび割れ率）で評価する。ひび割れ率に対する路面健全度を表-1 に示す。健全度 6 の状態を使用限界として、ひび割れ率が健全度 6 である 20% 以上に達した段階で、路面を含む表層に対する修繕が実施される。一方、路面性状調査を実施した対象区間において、FWD を用いたたわみ測定も実施されている。本研究では、たわみ量に基づく損傷指標によって舗装耐荷力の健全度を定義する。NEXCO 総研では、損傷指標を

$$D_i = \frac{D_0 - D_{90}}{\Delta} \times 10^{-6} \quad (58)$$

と設定し、アスファルト層（以下、As 層）の損傷を評価している<sup>23)</sup>。ただし、 $D_0$ 、 $D_{90}$  は、それぞれ重錘の載荷点直下および載荷点から 90cm 離れた地点のたわみ量 (mm)、 $\Delta$  は As 層の設計厚 (mm) を表す。本適用事例では上記の方法を採用した。As 層の損傷区分は、表層種別（高機能舗装 I・高機能舗装 II・密粒度舗装）、路盤種別（粒状処理路盤・セメント安定処理路盤）、As 層の設計厚別（220mm 未満・220-260mm・260mm 以上）の組み合わせに応じた損傷指標により A、B、C に区分

表-2 損傷区分と想定される損傷層

損傷区分	想定される損傷層
A	As 層の全層（表・基・上層路盤）に損傷が想定される。
B	As 層の表・基層に損傷が想定される。
C	As 層の表層に損傷が想定されるものの、構造体としては健全である。

され、それぞれ想定される損傷層は表-2 に示す通りである。本研究では高機能舗装 II および密粒度舗装に対して十分なサンプルを得ることができなかったために、NEXCO が標準採用している舗装種別である高機能舗装 I に限定して推計を行った。耐荷力は健全度 5 を使用限界として、損傷区分 A と損傷区分 B の閾値からそれを 2 倍にした値を設定した。また、損傷区分 A と損傷区分 B の閾値を 4 等分した値を 1 から 4 のそれぞれの健全度に対応させた。以上より、路盤種別、As 層厚の設計厚別の耐荷力健全度の定義を表-3 に示す。使用限界、すなわち損傷区分 A と B の閾値の 2 倍を上回る値に関しては、As 層厚だけでなく下層路盤、路床や地盤の耐荷力の低下が想定されるため、サンプルに含めるには適切でないと判断して予め削除した。結果として、モデル推計に用いたサンプル数は路面健全度 2,609 個、耐荷力 2,530 個となった。サンプルデータの特性を表-4 に整理するとともに、調査間隔と事後  $D_i$  値、調査間隔と事後ひび割れ率の関係をそれぞれ図-4 と図-5 に示す。両図からわかるように、調査データを単純に図示しただけでは劣化傾向を読み取ることは難しい。また、100m を評価長とするひび割れ率の面的な評価と、同 100m 区間中の外側車輪軌道 (OWP) 上の 1 点のみを対象とする FWD 調査のような点評価の間に、関連性を見出すことも一般的には困難である。これは、面と点という全く異質なものに対して関連性を求めるに等しい。本来であれば、FWD 調査点と対比させるべきは、この調査点を包括するような小範囲箇所において、新たに定義されるひび割れ率であると考えられる。しかしながら、NEXCO では慣例的に FWD 調査は 100m 区間中の最も路面損傷が進んでいる箇所を厳選しているという事実がある。今後は上述したような新定義のひび割れ率を開発させていくこととするが、本論文ではこれまでの NEXCO の慣例に鑑みて、100m 区間中における最も路面損傷が進んでいる箇所に対して実施された FWD 調査結果を 100m 評価長に対する代表的な耐荷力として推計を行うこととした。

## (2) モデルの推計結果

表-3 で設定した耐荷力のなかで、耐荷力 5 を除く合計 4 つの耐荷力に対して耐荷力ハザードモデル (3) を推計した。また、式 (3) に示したように、耐荷力ハザード率

表-3 耐荷力の定義

損傷度	表層種別	高機能舗装 I 型					
	路盤種別	粒状路盤			セメント安定処理路盤		
	As 層厚	220mm 未満	220-260mm	260mm 以上	220mm 未満	220-260mm	260mm 以上
1		$0 \leq D_i \leq 375$	$0 \leq D_i \leq 200$	$0 \leq D_i \leq 125$	$0 \leq D_i \leq 300$	$0 \leq D_i \leq 200$	$0 \leq D_i \leq 100$
2		$375 < D_i \leq 750$	$200 < D_i \leq 400$	$125 < D_i \leq 250$	$300 < D_i \leq 600$	$200 < D_i \leq 400$	$100 < D_i \leq 200$
3		$750 < D_i \leq 1,125$	$400 < D_i \leq 600$	$250 < D_i \leq 375$	$600 < D_i \leq 900$	$400 < D_i \leq 600$	$200 < D_i \leq 300$
4		$1,125 < D_i \leq 1,500$	$600 < D_i \leq 800$	$375 < D_i \leq 500$	$900 < D_i \leq 1,200$	$600 < D_i \leq 800$	$300 < D_i \leq 400$
5		$1,500 < D_i \leq 3,000$	$800 < D_i \leq 1,600$	$500 < D_i \leq 1,000$	$1,200 < D_i \leq 2,400$	$800 < D_i \leq 1,600$	$400 < D_i \leq 800$

表-4 サンプルデータの特性

敷設年度	1964~2014						
総道路区間数	1,556						
路面健全度総サンプル数	2,609						
耐荷力総サンプル数	2,530						
大型車交通量	平均 3,930 台 (103~13,765)						
事後路面健全度別 サンプリング状況	路面健全度	1	2	3	4	5	6
	サンプル数	979	950	256	195	100	129
	サンプルの割合	37.5%	36.4%	9.8%	7.5%	3.8%	4.9%
事後耐荷力別 サンプリング状況	耐荷力	1	2	3	4	5	
	サンプル数	268	696	798	439	329	
	サンプルの割合	10.6%	27.5%	31.5%	17.4%	13.0%	

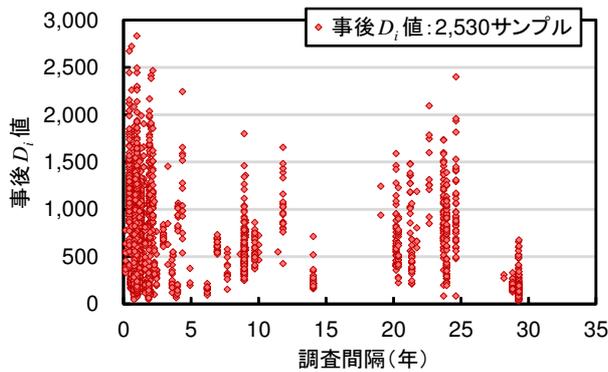


図-4 調査間隔と事後  $D_i$  値

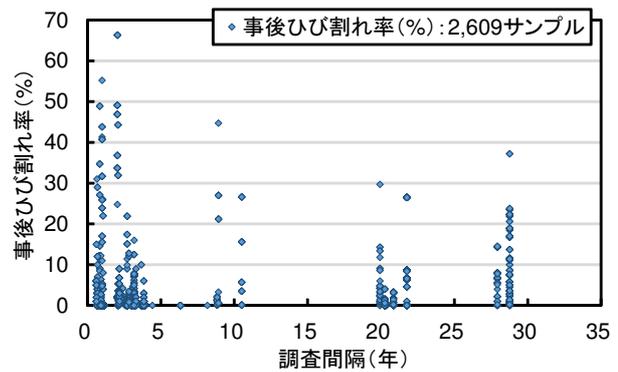


図-5 調査間隔と事後ひび割れ率

には、路面健全度ランクに応じて劣化ハザード率が比例的に変化することを表すパラメータ  $\beta_0^i$  ( $i = 1, \dots, I-1$ ) が含まれる。パラメータの識別可能条件より、 $I-1$  個のパラメータ  $\beta_0^i$  のうち、 $\beta_0^1$  を 1 に基準化する。また、表-1 で設定した路面健全度の中で、健全度 6 を除く合計 5 つの健全度に対して路面健全度ハザード率 (9) を推計した。式 (9) に示したように、路面健全度ハザード率に関しても、耐荷力ランクに応じて劣化ハザード率が比例的に変化することを表すパラメータ  $\gamma_0^s$  ( $s = 1, \dots, S-1$ ) が含まれる。 $S-1$  個のパラメータ  $\gamma_0^s$  のうち、 $\gamma_0^1$  を 1 に基準化する。全ての  $i$  ( $i = 2, \dots, I-1$ ) に対して近似的に  $\beta_0^i = 1$  が成立する場合や、全ての  $s$  ( $s = 2, \dots, S-1$ ) に対して近似的に  $\gamma_0^s = 1$  が成立する場合、路面健全度ハザード率と耐荷力ハザード率が独立であり、路面健全度の劣化と耐荷力の低下が相互に影響しあうという複合的劣化仮説を棄却できる。このような複合的劣化仮説に対する統計的検定は 6.(3) で議論する。

路面健全度ハザード率と耐荷力ハザード率に影響を及ぼす要因として、地域特性、舗装厚、As 層厚、道路構造特性、大型車交通量等が考えられる。これらの候補となる全ての説明変数の組み合わせに対して複合的隠れマルコフ舗装劣化ハザード関数を推計した。舗装厚のような定量的に計測できる説明変数に関しては、サンプル中の最大値が 1 となるように基準化した。また、As 層厚については、耐荷力ランクの定義となる As 層の設計厚別 (220mm 未満・220-260mm・260mm 以上) に 1 または 0 の値をとるようなダミー変数、もしくはダミー変数の組み合わせによって区別できるように設定した。さらに、大型車交通量については、NEXCO の技術基準 (設計要領第一集 舗装編) における舗装交通量区分をもとに、2011 年度の交通量データベースを用いて 3 項目 (軽交通区間: 1,500 未満, 中交通区間: 1,500 以上 5,000 未満, 重交通区間: 5,000 以上, 単位は台/日/一方向) に区分した。説明変数の組み合わ

表-5 パラメータの推計結果 (耐荷力)

耐荷力	定数項	地域特性 一般=1 寒冷=0	大型車交通区分 重交通=1 軽・中交通=0	ハザード率	期待寿命
$s$	$\beta_1^s$	$\beta_2^s$	$\beta_3^s$	$E[\lambda^s(1)]$	$ET^s(1)$ (年)
1	-2.170 (-2.295,-2.071) -0.036	(-)	0.850 (0.668,0.923) 0.135	0.114	8.75
2	-1.748 (-1.632,-1.887) -0.022	-0.411 (-0.672,-0.343) 0.013	(-)	0.115	8.67
3	-1.819 (-1.917,-1.764) -0.008	(-)	1.469 (1.315,1.622) 0.264	0.162	6.17
4	-1.116 (-1.224,-0.982) 0.019	(-)	(-)	0.328	3.05

注) 第1行はパラメータの期待値, 第2行はその95%信用域, 第3行はGeweke検定統計量を表す。  
 $E[\lambda^s(1)]$ と $ET^s(1)$ (年)は, $i=1$ の場合の耐荷力 $s$ の期待ハザード率と期待寿命。

表-6 パラメータの推計結果 (路面健全度)

路面健全度	定数項	大型車交通区分 重交通=1 軽・中交通=0	ハザード率	期待寿命
$i$	$\gamma_1^i$	$\gamma_2^i$	$E[\mu^i(1)]$	$ET^i(1)$ (年)
1	-2.375 (-2.462,-2.254) 0.037	1.456 (1.228,1.575) -0.002	0.093	10.75
2	-1.232 (-1.015,-1.473) 0.019	(-)	0.292	3.43
3	0.693 (0.452,0.800) 0.036	(-)	1.999	0.50
4	1.338 (1.315,1.622) -0.072	(-)	3.810	0.26
5	1.844 (1.722,1.905) -0.019	2.134 (2.027,2.336) -0.193	6.319	0.16

表-7 スケールパラメータの推計結果 (複合モデル  $\beta^0$ )

路面健全度 $i$	スケールパラメータ $\beta_0^i$
$i=2$	1.697 (1.692,2.031) -0.098
$i=3$	2.788 (2.492,3.361) 0.137
$i=4$	3.200 (3.063,3.493) -0.194
$i=5$	3.568 (3.296,3.722) -0.107

表-8 スケールパラメータの推計結果 (複合モデル  $\gamma^0$ )

耐荷力 $s$	スケールパラメータ $\gamma_0^s$
$s=2$	2.412 (2.115,2.653) 0.089
$s=3$	3.270 (3.042,3.414) 0.038
$s=4$	4.008 (3.633,4.221) -0.017

せの中で, 符号条件およびGeweke検定を満足しないような変数の組を除外し, 最終的にはAICや工学的な見地からもっとも望ましい変数の組み合わせを決定することとした。以上のように推計した複合的隠れマルコフ舗装劣化ハザードモデルのうち, 表-5には耐荷力の低下過程を表すハザードモデルを, 表-6には路面の劣化過程を表すハザードモデルの推計結果を示している。耐荷力については, 説明変数として地域特性と大型車交通量による交通区分のうち軽・中交通区間と重交

通区間との2種類に分類した場合の組み合わせが, 路面健全度については, 大型車交通量による交通区分のうち軽・中交通区間と重交通区間との2種類に分類した場合の組み合わせが採用された。なお, 交通区分に対しては軽交通, 中交通, 重交通区間の3種類に分類して推計を行ったが, 推計パラメータは符号条件およびGeweke検定を満足しなかったために不採用とした。また, 路面健全度に依存する耐荷力の低下速度に関する異質性を表すスケールパラメータの推計結果を表-7

表-9 パラメータの推計結果 (耐荷力)

耐荷力 <i>s</i>	路面健全度 ( <i>i</i> =1)		<i>i</i> =2		<i>i</i> =3		<i>i</i> =4		<i>i</i> =5	
	$E[\lambda^s(i)]$	$ET^s(i)$ (年)	$E[\lambda^s(i)]$	$ET^s(i)$	$E[\lambda^s(i)]$	$ET^s(i)$	$E[\lambda^s(i)]$	$ET^s(i)$	$E[\lambda^s(i)]$	$ET^s(i)$
1	0.114	8.754	0.194	5.160	0.318	3.140	0.366	2.736	0.408	2.454
2	0.115	8.669	0.196	5.110	0.322	3.110	0.369	2.709	0.412	2.430
3	0.162	6.168	0.275	3.635	0.452	2.212	0.519	1.928	0.578	1.729
4	0.328	3.053	0.556	1.799	0.913	1.095	1.048	0.954	1.169	0.856

注)  $E[\lambda^s(i)]$  と  $ET^s(i)$  は、路面健全度  $i$  における耐荷力  $s$  の期待ハザード率と期待寿命 (年) を表す。

表-10 パラメータの推計結果 (路面健全度)

路面健全度 <i>i</i>	耐荷力 ( <i>s</i> =1)		<i>s</i> =2		<i>s</i> =3		<i>s</i> =4	
	$E[\mu^i(s)]$	$ET^i(s)$ (年)	$E[\mu^i(s)]$	$ET^i(s)$	$E[\mu^i(s)]$	$ET^i(s)$	$E[\mu^i(s)]$	$ET^i(s)$
1	0.093	10.749	0.224	4.457	0.304	3.287	0.373	2.682
2	0.292	3.427	0.704	1.421	0.954	1.048	1.170	0.855
3	1.999	0.500	4.821	0.207	6.537	0.153	8.013	0.125
4	3.810	0.263	9.187	0.109	12.457	0.080	15.269	0.065
5	6.319	0.158	15.239	0.066	20.663	0.048	25.329	0.039

注)  $E[\mu^i(s)]$  と  $ET^i(s)$  は、耐荷力  $s$  における路面健全度  $i$  の期待ハザード率と期待寿命 (年) を表す。

に、耐荷力に依存する路面劣化速度の異質性を表すスケールパラメータの推計結果を表-8に示す。例えば、路面健全度  $i = 2$  のときの耐荷力のスケールパラメータは  $\beta_0^2 = 1.697$  であるが、これは耐荷力の低下速度が路面健全度  $i = 1$  のときと比較して 1.697 倍速くなることを意味している。なお、MCMC 法のギブスサンプリングを実施する際に、マルコフ連鎖が定常状態に到達するためのサンプル数として  $c = 2,000$  を設定した。表-5 から表-8 に示す通り、Geweke 検定統計量はいずれも 1.96 を下回っており、有意水準 5% でパラメータのランダムサンプリングが定常状態に収束したことを意味する収束仮説を棄却できない。したがって、本研究では  $\bar{c} = 12,000$  と設定し、 $c = 2,000$  個の標本を事後分布に収束する過程からの標本として除き、残りの 10,000 個のパラメータ標本を用いて分析を行うこととした。耐荷力ハザード率  $\lambda^s(i)$ 、路面健全度ハザード率  $\mu^i(s)$  を用いると、当該区間において路面健全度が  $i$  の場合における耐荷力  $s$  の期待寿命 (劣化状態がさらに進展するまでの所要時間)  $ET^s(i)$  と、耐荷力が  $s$  の場合における路面健全度  $i$  の期待寿命  $ET^i(s)$  はそれぞれ

$$ET^s(i) = \int_0^\infty \exp(-\lambda^s(i)y^s) dy^s = \frac{1}{\lambda^s(i)} \quad (59a)$$

$$ET^i(s) = \frac{1}{\mu^i(s)} \quad (59b)$$

と定義できる<sup>6)</sup>。先に示した表-5には、耐荷力ランクごとに期待ハザード率、路面健全度  $i = 1$  の場合における耐荷力  $s$  の期待寿命を併記している。同様に、表-6にも路面健全度ごとに期待ハザード率、 $s = 1$  における路面健全度  $i$  の期待寿命を示している。さらに、表-9には、路面健全度  $i$  ごとに求めた耐荷力別の期待ハザード率、期待寿命を一括して示している。この表から路面健全度の劣化に伴って、耐荷力の期待寿命も短くなっていることがわかる。同様に、表-10には、耐荷力  $s$  の

それぞれに対して求めた路面健全度別の期待ハザード率、期待寿命を一括して示している。この表から耐荷力の低下に伴って、路面健全度の期待寿命も短くなっていることがわかる。ただし、表-5~表-10において記載されている期待ハザード率や期待寿命は、耐荷力に関しては一般地域、かつ軽・中交通区分、路面健全度に関しては軽・中交通区間を選定した場合の値である。さらに、路面健全度が  $i$  ( $i = 2, \dots, I$ ) に留まることを前提として、道路建設時点から耐荷力が  $s$  ( $s = 2, \dots, S$ ) に進展するまでに要する平均所要時間  $E[T](s|i)$  は、

$$E[T](s|i) = \sum_{k=1}^{s-1} \frac{1}{\lambda^k(i)} \quad (60)$$

と定義できる。式 (60) は、供用開始時点から耐荷力が  $s$  ( $s = 2, \dots, S$ ) に進展するまでの平均的所要時間を表しており、耐荷力パフォーマンスカーブと呼ぶこととする。同様に、耐荷力が  $s$  ( $s = 2, \dots, S$ ) に留まることを前提として、道路の路面修繕後より健全度が  $i$  ( $i = 2, \dots, I$ ) に低下するまでの平均所要時間  $E[T](i|s)$  を、

$$E[T](i|s) = \sum_{l=1}^{i-1} \frac{1}{\mu^l(s)} \quad (61)$$

と定義し、路面健全度パフォーマンスカーブと呼ぶ。

図-6には、推計した複合的隠れマルコフ舗装劣化モデルを用いて算出した軽・中交通区分における路面健全度パフォーマンスカーブを、図-7には、一般地域、かつ、軽・中交通区分における耐荷力パフォーマンスカーブを示している。例えば、図-7において路面健全度が  $i = 1$  を与件としたときの耐荷力が使用限界  $s = 5$  に到達するまでの所要時間は約 26.6 年となることがわかる。一方で、路面健全度が劣化するにしたがって耐荷力の低下速度は速くなっていくことが読み取れる。具体的には、路面健全度が  $i = 2$  と  $i = 5$  のときの耐荷力のパフォーマンスカーブを比較すると、前者の期待寿命

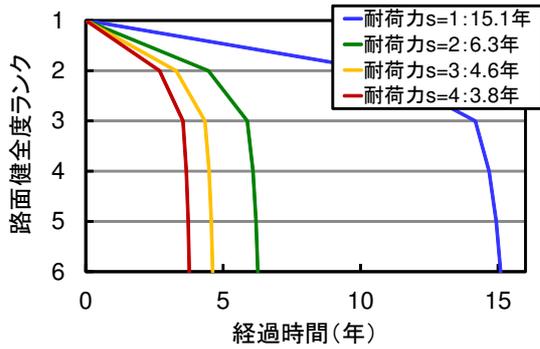


図-6 路面健全度パフォーマンスカーブ

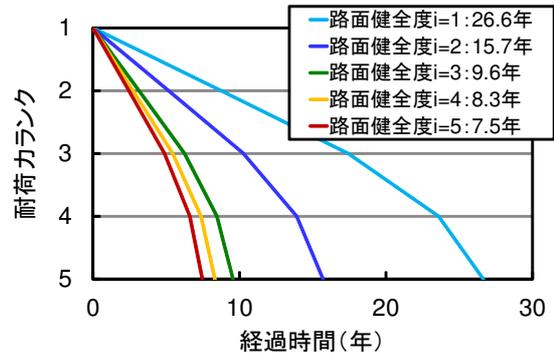


図-7 耐荷力パフォーマンスカーブ

が約 15.7 年，後者の期待寿命が約 7.5 年であり，後者が前者の約 2.1 倍低下が速くなっている．一方で，路面健全度パフォーマンスカーブと耐荷力パフォーマンスカーブを比較すると，耐荷力よりも路面健全度の方が使用限界に到達するまでの期待寿命が短いことが見て取れる．特に，路面健全度に関しては健全度 3 以降の劣化が極めて速くなっている．これは NEXCO では路面に対してひび割れ率が 10%程度（健全度 4 程度）になった段階で計画的な補修が実施されるため，健全度 5 以降が観測されるのは想定よりも劣化の進展が速い道路区間に限られることが原因であると考えられる（一般的な道路区間は健全度が 5 や 6 に到達する前に補修されることになり，そのようなサンプルが欠損することになる）．さらに，耐荷力が低下する（ $s$  の値が大きくなる）ほど路面健全度の劣化速度が速くなっている様子がわかる．具体的に，耐荷力が  $s = 2$  と  $s = 4$  のときの路面のパフォーマンスカーブを比較すると，前者の期待寿命は約 6.3 年，後者の期待寿命は約 3.8 年であり，後者が前者と比較して約 1.7 倍劣化が速くなっている．耐荷力が路面健全度の劣化速度に及ぼす影響に比べて，健全度が耐荷力の低下過程に及ぼす影響は小さい．既往の階層的隠れマルコフ劣化モデル<sup>1)</sup>と比較して，複合的隠れマルコフ舗装劣化モデルを用いることによって表層の劣化が耐荷力の低下速度に及ぼす影響に関する情報も得ることができる．したがって，複合的隠れマルコフ舗装劣化モデルを用いることにより，アスファルト層の最適な打ち換えの時期をより正確に分析することが可能となる．ただし，耐荷力パフォーマンスカーブの妥当性に関する舗装工学的な解釈については，今後のデータ蓄積を待つ必要がある．

### (3) 複合的劣化仮説の検定

本研究で提案した複合的隠れマルコフモデルは，「耐荷力の低下が路面健全度の劣化速度を加速し，同時に路面健全度の劣化が耐荷力の低下を加速する」という複合的劣化仮説が成立することを前提としている．本

研究では複合的劣化仮説を，「耐荷力の低下が路面健全度の劣化速度を加速する（単純仮説 1）」，「路面健全度の劣化が耐荷力の低下速度を加速する（単純仮説 2）」という 2 つの単純仮説に分解する．まず，単純仮説 1 を検定するために，帰無仮説  $H_0^s$  ( $s = 2, \dots, S - 1$ ) と対立仮説  $H_1^s$  ( $s = 2, \dots, S - 1$ ) を

$$\begin{cases} H_0^s & : \gamma_0^s > 1 \\ H_1^s & : \gamma_0^s \leq 1 \end{cases} \quad (62)$$

と定式化する．単純仮説モデル (62) を棄却できない場合，耐荷力がランク  $s$  ( $s = 1, \dots, S - 1$ ) の場合における路面健全度の劣化速度は，耐荷力が  $s = 1$  の場合の路面健全度の劣化速度より速くなるという帰無仮説を否定できない．MCMC に基づいて帰無仮説を検定するために，式 (57a),(57b) を用いて標本順序統計量  $\gamma_0^{s,\varepsilon}$  ( $s = 2, \dots, S - 1$ )

$$\gamma_0^{s,\varepsilon} = \arg \min_{\gamma_0^{s**}} \left\{ \frac{\#(\gamma_0^{s(r)} \geq \gamma_0^{s**} \in C)}{\bar{r} - \underline{r}} \leq \varepsilon \right\} \quad (63)$$

を用いて有意水準  $\varepsilon$  に対する信用域  $[\gamma_0^{s,\varepsilon}, \infty)$  を定義する． $\gamma_0^s$  の信用域  $[\gamma_0^{s,\varepsilon}, \infty)$  の中に値 1 が含まれている場合，帰無仮説  $H_0^s$  を棄却できる．一方，含まれていない場合は，帰無仮説  $H_0^s$  を棄却できない．今回の推計結果に対して，有意水準を  $\varepsilon = 0.05$  と設定したときの信用域は表-7 に示した通りである．いずれの健全度に対しても信用域に値 1 を含んでいない．したがって，帰無仮説  $H_0^s$  は棄却されず，対立仮説を棄却できると判断される．同様に，単純仮説 2 を検定するために，帰無仮説  $\bar{H}_0^i$  と対立仮説  $\bar{H}_1^i$  を

$$\begin{cases} \bar{H}_0^i & : \beta_0^i > 1 \\ \bar{H}_1^i & : \beta_0^i \leq 1 \end{cases} \quad (64)$$

と定式化する．単純仮説モデル (64) を棄却できない場合，路面健全度がランク  $i$  ( $i = 2, \dots, I - 1$ ) の場合における耐荷力の低下速度は，路面健全度が  $i = 1$  の場合の耐荷力の低下速度より速くなるという帰無仮説を否定できない．MCMC に基づいて帰無仮説を検定する

ために、標本順序統計量  $\beta_0^{i,\varepsilon}$  ( $i = 2, \dots, I-1$ )

$$\beta_0^{i,\varepsilon} = \arg \min_{\beta_0^{i**}} \left\{ \frac{\#(\beta_0^{(r)} \geq \beta_0^{i**} \in \mathcal{C})}{\bar{r} - r} \leq \varepsilon \right\} \quad (65)$$

を用いて有意水準  $\varepsilon$  に対する信用域  $[\beta_0^{i,\varepsilon}, \infty)$  を定義する. 先と同様に  $\beta_0^s$  の信用域  $[\beta_0^{i,\varepsilon}, \infty)$  の中に値 1 が含まれている場合, 帰無仮説  $H_0^i$  を棄却でき, 含まれていない場合, 帰無仮説  $H_0^i$  を棄却できない. 今回の推計結果に対して表-8 より, いずれの健全度に対しても信用域に値 1 を含んでいないことがわかる. したがって, 帰無仮説  $H_0^i$  を棄却できず, 対立仮説を棄却できる.

#### (4) 実用化への示唆

道路舗装の劣化過程には多くの不確実性が介在しており, 劣化過程を確定的に予測することは困難である. 定期的実施される路面性状調査により, 路面の劣化状態を観測することができる. マルコフ劣化モデルを用いることにより, 実際の路面性状調査の観測値に基づいて, 実態に即した劣化過程を予測することが可能となった<sup>24),25)</sup>. 一方で, 道路を長期間にわたり運用することにより, 路面健全度の劣化のみならず, 道路舗装全体の劣化も進行し, 舗装耐荷力が低下する. 複合的劣化仮説が成立する場合, 路面健全度の劣化に伴い舗装耐荷力の低下が加速され, 一方で耐荷力の低下に伴い路面健全度の劣化が加速される. このため, 舗装耐荷力が低下した道路区間においては路面のみならず, 舗装の更新時期を計画的に検討することにより, 路面の劣化と耐荷力の低下の双方を考慮した舗装全体の期待ライフサイクル費用を低減できる可能性がある<sup>26),27)</sup>. また, 実際の道路管理業務において, 路面健全度の情報と舗装耐荷力のデータが獲得される順番が規則的にならないことがある. 路面健全度が著しく劣化していることが見受けられる場合, 耐荷力の使用限界を危惧し, 重点的に調査が行われる場合などが考えられる. 路面健全度と舗装耐荷力の2つの観測値のどちらかが不十分であったり欠損するという問題を複合的隠れマルコフ舗装劣化モデルを用いることにより解決できる. 複合的隠れマルコフ舗装劣化モデルを用いることにより, 路面健全度に応じた耐荷力パフォーマンスカーブと耐荷力に応じた健全度パフォーマンスカーブを同時に推計することが可能である. 実務において, 路面健全度と耐荷力のパフォーマンスカーブを相対的に評価しておくことにより, 舗装構造物の最適な補修時期や路面の最適な修繕時期を計画的に決定することが可能となる. また, 本研究を活用することによって, FWD 調査対象となる道路区間を路面健全度に基づいて判断するスクリーニング手法の開発や, 舗装の更新を視野に入れた中長期計画の立案への貢献も期待できる. その一方で蓄積された点検データに関しては, 時間的不整合

性の問題が存在したり, 詳細な修繕・補修履歴が未整備であったり, 修繕・補修直後の健全度に関するデータが存在しない場合が少なくない. 今後, 舗装マネジメントの継続的実施の観点から, 点検の実施時期や評価手法, 修繕・補修履歴の整備方法を再検討することも必要である.

## 7. おわりに

本研究では路面の劣化過程と舗装耐荷力の低下過程のように互いに双方の劣化過程に影響を及ぼす複合的劣化過程を表現するために, 複合的マルコフ劣化モデルの開発を行った. さらに, 路面の劣化と耐荷力の低下に対する調査情報が同時に獲得できないという時間的不整合性の問題に関して, システム的なデータ欠損を考慮した複合的隠れマルコフ劣化モデルを提案するとともに, その推計手法を提示した. 高速道路のアスファルト層(表層:高機能舗装)を対象とした適用事例を通して, 1) 路面が最も健全な状態(健全度ランク1, ひび割れ率0%)の場合, 耐荷力の期待寿命は26.6年であるが, 路面が最も劣化した状態(健全度ランク6, ひび割れ率20%以上)の場合には, 耐荷力の期待寿命が7.5年まで低下すること, 2) 同様に路面の期待寿命は耐荷力の影響で15.1年から3.8年まで低下すること, 3) 耐荷力が路面健全度に及ぼす影響は, 路面健全度が耐荷力に及ぼす影響よりも大きいこと, を示した.

以上はあくまでも特定道路区間に対する研究成果に過ぎないが, 今後解析の対象区間を増やし, 特に耐荷力の低下過程に関して, 舗装工学的な見地との整合性を検証していくことによって普遍的な知見が得られるものと考えられる. さらに継続的に取り組むべき研究課題として以下をあげる. 第一に, 本研究成果を実務で活用していくことが重要である. 例えば, 路面の期待寿命とスケールパラメータの関係性を利用して, FWD 調査を実施すべき道路区間を抽出するスクリーニング手法の開発がある. 第二に, 複合的隠れマルコフ劣化モデルをその他の劣化事象へ適用することがあげられる. 例えば, コンクリート構造物においても中性化と内的塩害が複合的に作用し, 劣化速度が速まる劣化事象がある. さらに, 耐荷力, ひび割れやポットホールの影響を考慮した多階層の複合劣化事象への拡張が考えられる. 第三に, 路面健全度の劣化と耐荷力の低下を同時に考慮したライフサイクル費用評価手法の開発, さらに舗装構造物の最適な更新時期や路面の最適修繕時期の決定が重要となる. 我が国の高速道路では供用開始から40年が経過する区間が増加しつつある. これまでのように路面の修繕計画だけでなく, 舗装の更新計画を立案するための手法が実務的に求められている.

## 参考文献

- 1) 小林潔司, 貝戸清之, 江口利幸, 大井明, 起塚亮輔: 舗装構造の階層的隠れマルコフ劣化モデル, 土木学会論文集 D3, Vol.67, No.4, pp.422-440, 2011.
- 2) 杉崎光一, 貝戸清之, 小林潔司: 目視検査周期の不均一性を考慮した統計的劣化予測手法の構築, 構造工学論文集, 土木学会, Vol.52A, pp.781-790, 2006.
- 3) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.
- 4) Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.
- 5) Mishalani, R. and Madanat, S.: Computation of infrastructure transition probabilities using stochastic duration models, *ASCE Journal of Infrastructure Systems*, Vol.8, No.4, pp.139-148, 2002.
- 6) 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
- 7) 青木一也, 山本浩司, 津田尚胤, 小林潔司: 多段階ワイブル劣化ハザードモデル, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2005.
- 8) 貝戸清之, 熊田一彦, 林秀和, 小林潔司: 階層型指数劣化ハザードモデルによる舗装ひび割れ過程のモデル化, 土木学会論文集 F, Vol.63, No.3, pp.386-402, 2007.
- 9) 林秀和, 貝戸清之, 熊田一彦, 小林潔司: 競合的劣化ハザードモデル: 舗装ひび割れ過程への適用, 土木学会論文集 D, Vol.65, No.2, pp.143-162, 2009.
- 10) 津田尚胤, 貝戸清之, 山本浩司, 小林潔司: ワイブル劣化ハザードモデルのベイズ推計法, 土木学会論文集, No.798/VI-68, pp.125-136, 2006.
- 11) 貝戸清之, 小林潔司: マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定, 土木学会論文集 A, Vol.63, No.2, pp.336-355, 2007.
- 12) 貝戸清之, 山本浩司, 小濱健吾, 岡田貢一, 小林潔司: ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル: 大規模情報システムへの適用, 土木学会論文集 F, Vol.64, No.2, pp.115-129, 2008.
- 13) 小林潔司, 熊田一彦, 佐藤正和, 岩崎洋一郎, 青木一也: サンプル欠損を考慮した舗装劣化予測モデル, 土木学会論文集 F, Vol.63, No.1, pp.1-15, 2007.
- 14) 小濱健吾, 岡田貢一, 貝戸清之, 小林潔司: 劣化ハザード率評価とベンチマーキング, 土木学会論文集 A, Vol.64, No.4, pp.857-874, 2008.
- 15) 小林潔司, 貝戸清之, 林秀和: 測定誤差を考慮した隠れマルコフ劣化モデル, 土木学会論文集 D, Vol.64, No.3, pp.493-512, 2008.
- 16) 和合肇: ベイズ計量経済分析, マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用, 東洋経済新聞社, 2005.
- 17) 伊庭幸人: 計算統計学のフロンティアー計算統計 II, マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺, 岩波書店, 2005.
- 18) Titterton, D. M., Smithe, A. F. M. and Makov, U. E.: *Statistical Analysis of Finite Mixture Distributions*, John Wiley & Sons, 1985.
- 19) Geweke, J.: Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to the calculation of posterior moments, in Bernardo, J. M., Berger, J. M., Dawid, A. P. and Smith, A. F. M. (eds.): *Bayesian Statistics 4*, pp.169-193, Oxford University Press, 1996.
- 20) Chib, S.: Marginal likelihood from Gibbs output, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.90, pp.1313-1321, 1995.
- 21) Newey, W. K. and West, K. D.: A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix, *Econometrica*, Vol.55, pp.703-708, 1987.
- 22) Han, C. and Carlin, B. P.: MCMC methods for computing Bayes factors, a comparative review, *Biometrika*, Vol.84, pp.711-732, 2000.
- 23) 神谷恵三, 風戸崇之: 高速道路舗装の損傷評価方法に関する研究, 舗装工学論文集, 土木学会, Vol.13, pp.171-178, 2008.
- 24) 熊田一彦, 江口利幸, 青木一也, 貝戸清之, 小林潔司: モニタリングデータを用いた高速道路舗装の統計的劣化モデルの検討, 舗装工学論文集, 土木学会, Vol.14, pp.229-237, 2009.
- 25) 大井明, 宮崎文平, 小濱健吾, 貝戸清之, 小林潔司, 山口清人: 定期的な FWD 調査データを用いた高速道路舗装の劣化予測, 土木学会論文集 E1, Vol.70, No.2, pp.11-25, 2014.
- 26) 小林潔司, 江口利幸, 大井明, 青木一也, 貝戸清之: 劣化過程の不確実性を考慮した路面性状調査の最適実施方策, 土木学会論文集 E1, Vol.67, No.2, pp.75-90, 2011.
- 27) 小林潔司, 江口利幸, 大井明, 青木一也, 貝戸清之, 松村泰典: 舗装構造の最適補修更新モデル, 土木学会論文集 E1, Vol.68, No.2, pp.54-68, 2012.

(2014. 11. 18 受付)

## ESTIMATING COMPOSITE HIDDEN MARKOV DETERIORATION MODELS FOR PAVEMENT STRUCTURE WITH SAMPLE MISSING

Kiyoshi KOBAYASHI, Kiyoyuki KAITO, Akira OI, Nguyen Dinh THAO  
and Naoki KITAURA

Deterioration process of a pavement is a complex one composed of the deterioration of road surface and the decrease in the load bearing capacity of pavement. Decrease in the load bearing capacity and the deterioration of road surface influence each other. In this study, such a deterioration process of a pavement is expressed by using a composite Markov deterioration model. The soundness level of road surface is observed through road condition surveys. On the other hand, the decline in the load bearing capacity can be detected with a falling weight deflectometer (FWD) or the like. In actual cases of road maintenance and repair, these two kinds of inspections are not conducted at the same time, and so these two kinds of inspection data cannot be obtained concurrently. This study proposes a method for estimating a composite hidden Markov deterioration model considering such systematic sample dropping, and also discusses the effectiveness of the proposed methodology by applying it to a case of the expressway managed by NEXCO.