判定基準変更を考慮した隠れマルコフ劣化ハザードモデル

水谷大二郎[1]・貝戸清之[2]・小林潔司[3]・秀島栄三[4]・山田洋太[5]・平川恵士[6]

[1]学生会員　大阪大学大学院工学研究科 地球総合工学専攻・日本学術振興会特別研究員 DC（〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1）
E-mail: d-mizutani@civil.eng.osaka-u.ac.jp
[2]正会員　大阪大学准教授　大学院工学研究科 地球総合工学専攻（〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1）
E-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp
[3]フェロー会員　京都大学教授　経営管理大学院 経営管理講座（〒 606-8501 京都市左京区吉田本町）
E-mail: kobayashi.kiyoshi.6n@kyoto-u.ac.jp
[4]正会員　名古屋工業大学教授　大学院工学研究科 社会工学専攻（〒 466-8555 名古屋市昭和区御器所町）
E-mail: hideshima.eizo@nitech.ac.jp
[5]学生会員　大阪大学大学院工学研究科 地球総合工学専攻（〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1）
E-mail: y.yamada@civil.eng.osaka-u.ac.jp
[6]正会員　西日本高速道路株式会社 建設事業本部 建設事業部 施設建設課（〒 530-0003 大阪市北区堂島 1-6-20）
E-mail: s.hirakawa.ab@w-nexco.co.jp

近年，社会基盤施設に対する統計的劣化予測手法が急速な発展を遂げている．これらの劣化予測手法では，劣化の進展を離散的な健全度で評価した点検データを用いることが多い．しかし，劣化に対し健全度を判定する際の基準（以下，判定基準）が，当該施設の管理期間中に変更される場合がある．その場合，従来の統計的劣化予測手法を適用することはできない．本研究では，判定基準変更前後の健全度の対応関係をモデル化し，判定基準変更後の新基準健全度で定義されるマルコフ劣化モデルとの混合モデルとして，隠れマルコフ劣化ハザードモデルを提案する．また，同モデルを MCMC 法によりベイズ推計する方法論を提案し，高速道路のトンネル照明灯具を対象とした適用事例を通じて，実務への適用可能性と有効性について考察する．

Key Words : *hidden Markov deterioration hazard model, visual inspection criterion, mixed model*

1. はじめに

近年，社会基盤施設（以下，施設）の劣化予測手法として統計的劣化予測モデルを用いる手法が急速な発展を遂げている．統計的劣化予測においては，劣化の進展を離散的な健全度で評価した点検データが多く用いられる．このような統計的劣化予測手法の中でも，複数の指数ハザードモデルの多重化によりマルコフ推移確率を表現したマルコフ劣化ハザードモデル[1)]の開発を契機として，健全度評価に基づいた劣化予測の精度が大幅に向上した．統計的手法による劣化予測結果を用いて，ライフサイクル費用評価[2)]や点検・補修・更新戦略[3)]の策定の合理化が可能になった．

マルコフ劣化ハザードモデルを推計するためには，複数時点（少なくとも 2 時点以上）に亘る点検結果に基づいた対象施設の健全度評価結果に関する時系列データが必要となる．また，施設の老朽化に対する問題意識の増加に伴って，劣化状態をより詳細に把握するための健全度の細分化，健全度区分の簡略化による維持管理体制の効率化など，アセットマネジメントの体制が改善される場合も少なくない．マルコフ劣化ハザードモデルの推計精度を向上させるためには，同一施設に対して可能な限り数多くの健全度に関する点検結果を利用することが望ましい．しかしながら，施設の管理期間内に対象施設の健全度判定基準（以下，判定基準）が変更された場合，変更前の判定基準（以下，旧基準）と変更後の判定基準（以下，新基準）という異なる基準で判定された点検データをマルコフ劣化ハザードモデルの推計に活用できないという問題が発生する．そのために，通常はいずれか一方の基準で判定された点検データのみを用いた推計が実施されることになる．しかし，施設の劣化は時間とともに進行するために，新基準で獲得された点検データには，ともすれば劣化が進行した段階（旧基準では逆に劣化初期の段階）に関するサンプルデータが相対的に偏在するというサンプル欠損の問題[4)]が発生する．

以上の問題意識に基づいて，本研究では，施設の管理期間中に，判定基準の変更が実施されたような点検データベースに基づいてマルコフ劣化ハザードモデルを推計する方法論を開発する．判定基準が変更された時点（以下，変更時点）より以前の段階では旧基準を，以降の時点においては新基準を用いた健全度データが

獲得できる．したがって，新基準を用いて施設の劣化過程を記述しようと考えたとき，変更時点以前の時点では，旧基準で獲得された健全度（以下，旧基準健全度）を新基準を用いた健全度（以下，新基準健全度）に確定的に変換できないという問題が生じうる．しかしながら，旧基準による健全度は，誤差要因を含んではいるが，新基準を用いた健全度に関する部分的な情報を提供することは可能である．本研究では，このような旧基準健全度と新基準健全度の非確定的な関係を確率的対応モデルで表現する．その上で，旧基準健全度の点検データの背後に，新基準健全度の点検データが隠れている状態を表現する隠れマルコフ過程を内包したマルコフ劣化ハザードモデルを，隠れマルコフ劣化ハザードモデルとして定式化する．さらに，マルコフ連鎖モンテカルロ法（以下，MCMC 法）を用いて，隠れマルコフ劣化ハザードモデルをベイズ推計する方法論を開発する．本研究で提案する方法論の開発によって，1）旧基準健全度と新基準健全度の対応関係を定量化することが可能となり，2）旧基準健全度と新基準健全度それぞれを用いた点検データに含まれるサンプル欠損の問題を回避し，マルコフ劣化ハザードモデルの推計バイアスを補正することが可能となる．以下，**2.** で本研究の基本的な考え方を説明する．**3.** では旧基準健全度と新基準健全度の対応関係をモデル化する．**4.** では判定基準の変更が起こる場合の劣化過程を隠れマルコフ劣化ハザードモデルを用いて定式化する．**5.** では隠れマルコフ劣化ハザードモデルを推計する方法論を提案する．**6.** では高速道路のトンネル照明灯具を対象とした実証分析について考察する．

2.　本研究の基本的な考え方

(1)　既往研究の概要

施設の劣化予測に関しては，数多くの研究事例がある．多段階の離散的な健全度情報が入手可能な場合には，マルコフ推移確率を用いて劣化過程をモデル化することが可能である．米国の標準的な橋梁マネジメントシステムの 1 つである PONTIS[5),6)] などの劣化予測においても，数多くのマルコフ推移確率の採用実績がある．その理由としては，算出されたマルコフ推移確率とマルコフ決定モデルを用いることにより，将来時点での施設の健全度推移を容易に表現できる点があげられる．マルコフ推移確率の算出方法として，1）集計的推計手法と，2）非集計的推計手法が存在する．集計的手法は，数え上げ法などにより，マルコフ推移確率を算出する手法である[7)]．一方，指数ハザードモデル[8),9)] を用いてマルコフ推移確率を表現するマルコフ劣化ハザードモデル[1)] の開発により，マルコフ推移確率の非集計的推計手法が確立され，多段階の健全度データを用いた劣化予測技術は大幅に高度化された．

マルコフ劣化ハザードモデルの開発以降，マルコフ劣化ハザードモデルを応用したモデルが数多く開発されている．小林等[4)] は，マルコフ劣化ハザードモデルの推計の際に，予防補修により生じた道路舗装の測定データのサンプル欠損バイアスを補正する方法論を提案した．また，貝戸等[10)] は，複数の劣化事象と多段階の離散的な健全度を用いて表現される劣化過程に対して，水平的・垂直的な劣化の進行過程を表現する階層型指数劣化ハザードモデルを提案している．さらに，林等[11)] は，複数の劣化事象のうち，最も劣化の進展した健全度の推移を表現するために競合的劣化ハザードモデルを開発している．小濱等[12)] は，対象施設群を複数の施設グループに分割し，グループごとの劣化過程の差異を不可観測要因による異質性として捉え，施設グループ単位での劣化ハザード率を推計するための混合マルコフ劣化ハザードモデルを開発している．さらに，これらの劣化予測モデルの推計手法としても，マルコフ劣化ハザードモデル開発当時の最尤推計法に加え，ベイズ推計法[13)] を用いた方法論[14),15),16)] も開発され，経験的知見の推計への反映や，劣化予測結果の信頼性評価などが可能となっている．しかし，以上の方法論はいずれも，判定基準が全ての点検時点において共通している点検データベースに対する適用を前提としている．本研究の適用事例をはじめとして，判定基準が変更される事例も少なくない．本研究では判定基準の変更を考慮した劣化予測モデルを，隠れマルコフ劣化ハザードモデルとしてモデル化することを目的とする．このように，健全度の判定基準の変更に着目し，判定基準変更前後での点検データを統合的に用いることを可能とする方法論は，著者の知る限り過去には提案されていない．統計的劣化予測ではサンプル数の多寡が推計精度に大きな影響を及ぼす．本研究の成果は，1）すでに判定基準の変更を実施した管理者においては旧基準健全度，新基準健全度の点検データを有効活用すること，2）点検データを統計的劣化予測に活用していく過程で判定基準の変更が必要となる可能性がある管理者においては，積極的な変更を支援することが可能となり，実務への貢献が大きいものと考えられる．

(2)　判定基準変更と対応関係

施設を管理するにあたって，点検のための判定基準が設定されている場合が多い．しかし，判定基準は，管理目標の変更や重大事故の発生などにより変更される場合がある．本研究の適用事例で用いる西日本高速道路株式会社（以下，NEXCO 西日本）所管の高速道路のトンネル照明灯具（以下，灯具）の判定基準を**表–1**,

表–1 判定基準（旧基準：2008 年度以前）

旧基準健全度		判定内容
OK	1	損傷等がない場合
B	2	腐食，損傷等はあるが，機能低下が見られず，損傷の進行状態を継続的に観察する必要がある場合
A	3	腐食，損傷等があり，機能低下がみられ補修が必要であるが，緊急補修を要しない場合
AA		腐食損傷等が著しく，機能面からみて緊急補修が必要である場合

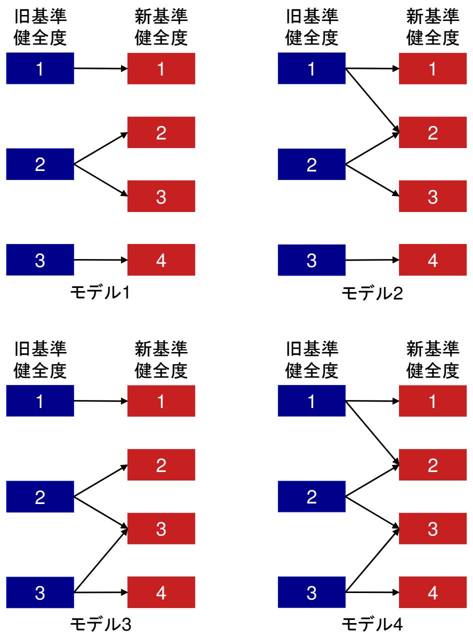
表–2 判定基準（新基準：2009 年度以降）

新基準健全度		判定内容
OK	1	損傷等がない場合
C	2	腐食，損傷等が初期状態である場合
B	3	腐食，損傷等はあるが，機能低下が見られず，損傷の進行状態を継続的に観察する必要がある場合
A	4	腐食，損傷等があり，機能低下がみられ補修が必要であるが，緊急補修を要しない場合
AA		腐食損傷等が著しく，機能面からみて緊急補修が必要である場合

表–2 に示す．灯具の点検データに関しては従来，健全度 OK，B，A，AA による 4 段階の評価がなされていたが，2009 年度に判定基準が変更され，現在では健全度 OK，C，B，A，AA による 5 段階の評価がなされている[17]．また，NEXCO の場合，灯具以外の舗装，橋梁，トンネル等においても，2001 年まで 4 段階の健全度評価を実施していたが，2001 年に 5 段階，2005 年に 9 段階，2012 年に 8 段階へと健全度の判定基準が変更された[18]（なお，同社では，施設の健全性を表す離散的指標を「判定」と定義しているが，本研究では，これまでの既往研究との整合性を図るために健全度という用語を使用する）．また，以下では各健全度を**表–1**，**表–2** に示すような序数尺度を用いて表現する．その際，獲得された点検データのうち，旧基準，新基準ともに健全度 AA のデータ数が極端に少なかったこと，さらに，健全度 A，AA の灯具いずれに対しても補修が必要となり，実務的には両者に差異がないことから，本研究では健全度 A を管理限界とし，健全度 A，AA を 1 つの健全度に統合した．本研究で対象とする灯具の場合，旧基準健全度 2 を新基準健全度 2 と 3 に細分化することを目的として，判定基準の変更が行われた．このような健全度の判定区分の細分化により，よりきめ細かな灯具の維持補修マネジメントを実施することが可能となる．しかし，新基準健全度による評価に移行して日も浅く，灯具の耐用年数を考慮すれば，新基準健全度のみを用いて劣化過程全体をマルコフ劣化ハザードモデルを推計できるほど健全度データが蓄積されているとは言い難い．一方で，旧基準健全度による評価結果を用いてモデルを推計することも可能であるが，このようなモデルを用いるだけでは，判定基準を細分化したマネジメント上の課題に応えることは不可能である．このような状況に対応するには，判定基準変更前後の双方の点検データをプールして，新基準健全度を用いてマルコフ劣化ハザードモデルを推計する方法論を開発することが望ましい．さらに，変更時点以前と以降において，対象とする施設の劣化状態の分布に明らかな偏りが存在する場合，**2.(4)** で言及するようなサンプル欠損バイアスが生じる．このような場合，変更時点以前，もしくは以降の点検データを用いてマルコフ劣化ハザードモデルを推計すると，サンプル欠損による推計バイアスが発生することになる．サンプル欠損問題を回避するためには，判定基準変更前後の旧基準健全度と新基準健全度の対応関係を明示的に表現した後に，獲得された点検データを統合的に用いるための方法論の開発が必要となる．

(3) マクロ対応モデル

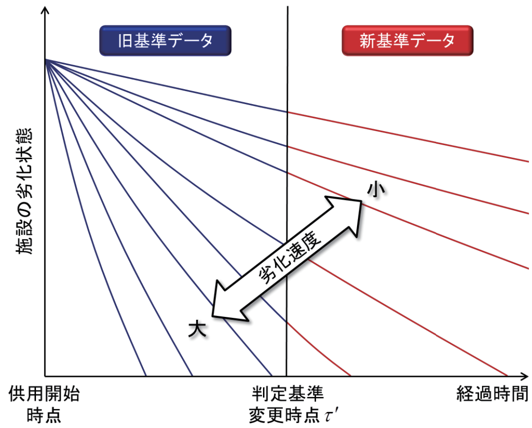
表–1，**表–2** に示す事例の場合，旧基準健全度 1，3 は新基準健全度 1，4 とそれぞれ対応する．一方，旧基準健全度 2 は，理論的には新基準健全度の 2，あるいは 3 と対応する．旧基準健全度 2 という点検結果を獲得できた場合，それが新基準健全度 2，3 のいずれかに該当するという部分的情報を用いることにより，モデルの推計精度を向上させることが可能となる．**表–1**，**表–2** の場合，旧基準健全度 2 が新基準健全度 2，3 に細分化されるという情報は既知であり，旧基準健全度と新基準健全度の対応関係は確定的である．さらに，点検の実務的観点に基づけば，判定基準が**表–1**，**表–2** に示すように定性的表現で記述されているために，判定基準の変更前後において，健全度の解釈に判定基準の変更に起因した誤差（以下，健全度解釈の誤差）が発生する可能性もある．例えば，旧基準健全度 1 と判定されていた灯具が，新基準健全度 2 と判定されることもある．さらに，旧基準健全度 1（あるいは 3）と判定されていた灯具が新基準健全度 3 と判定されることもある．健全度解釈の誤差を考慮した場合，旧基準健全度と新基準健全度の対応関係を多様に想定することができる．隠れマルコフ劣化ハザードモデルを推計する場合，このような健全度の解釈に関してありうべき誤差を考慮して，旧基準健全度と新基準健全度の対応関係を**図–1** に示すようにモデル化する．本研究では，このような対応関係をマクロ対応モデルと呼ぶ．同図では，青色が



注）旧基準健全度 2 が新基準健全度 2 と 3 に細分化されるような確定的な対応関係を想定して判定基準を変更した場合であっても，旧基準健全度 1 と 3 に解釈の誤差を考慮すると，モデル 1 から 4 までのマクロ対応モデルが存在する．

図–1 マクロ対応モデル

旧基準健全度，赤色が新基準健全度を表し，矢印のパターンがマクロ対応モデルを表している．同図は，旧基準健全度 2 が新基準健全度 2 と 3 に細分化されるような確定的な対応関係を想定したものであるが，旧基準健全度 1 と 3 に健全度解釈の誤差を考慮すると，モデル 1 から 4 までのマクロ対応モデルが存在する．一般的に，マクロ対応モデルは**図–1** の例のように複数個想定することができるが，マクロ対応モデルが異なれば，隠れマルコフ劣化ハザードモデルの推計結果も異なる．例えば，モデル 1 とモデル 2 を比較しても，旧基準健全度 1 から新基準健全度 2 へ変換される，という事象を確率的に扱うか，確定的に扱うかに起因して，隠れマルコフ劣化ハザードモデルの推計結果も異なってくる．さらに，マクロ対応モデルを与件と考えても，例えば旧基準健全度 2 であると判定されたサンプルが，新基準健全度 2，3 のいずれに該当するかに関しては確定的に決定できない．本研究では，マクロ対応モデルを与件として，旧基準健全度と新基準健全度の対応関係を確率的に表現することとするが，このような確率的対応関係をミクロ対応モデルと呼ぶ．なお，本研究では，旧基準健全度と新基準健全度との間のマクロ対応モデルを与件として複数個想定し，隠れマルコフ劣化ハザードモデルを推計する．その中で，それぞれの隠れマルコフ劣化ハザードモデルの推計精度等を考慮して，最終的にマクロ対応モデルを選択するというアプローチを採用する．



図–2 サンプル欠損バイアス

(4) サンプル欠損バイアス

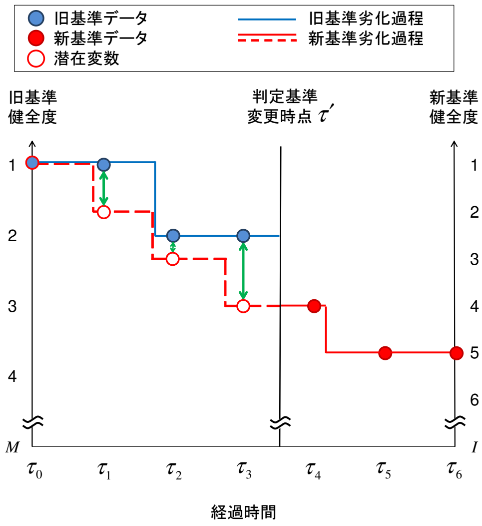
ある時点で判定基準が変更された場合，その前後で獲得されるサンプルの健全度に偏りが発生する可能性がある．ある時点で供用が開始された複数施設の劣化パス，あるいは劣化速度が**図–2** のように多様に異なる場合を考える．同図において縦軸は施設の劣化状態（健全度），横軸は経過時間を表している．縦軸は下に進むほど劣化が進行している状態を表す．なお，本研究では離散的な健全度を用いて劣化状態が判定されているが，同図では模式的に劣化パスを曲線で表現している．劣化パスは，その傾きが急なほど劣化が早く進展することを表す．図中の時点（変更時点）τ' において健全度の判定基準が旧基準から新基準に切り替わったと考える．議論を簡単にするために，施設の更新を考えない．変更時点以降に新基準健全度を用いて獲得された点検サンプルのみを用いてマルコフ劣化ハザードモデルを推定する場合，変更時点以降に観察されるデータ集合には，相対的に劣化速度の小さい施設に対する劣化過程サンプル（赤実線の集合）が多く含まれる．一方，変更以前の旧基準健全度を用いて観察されたデータ集合には，相対的に劣化速度の大きい施設の劣化過程サンプル（青実線の集合）が多く含まれる．このように，判定基準の変更が実施された場合，新基準健全度（あるいは旧基準健全度）のみのサンプルデータを用いて劣化過程を推計する場合，劣化速度の大きい（あるいは小さい）サンプルがシステム的に欠損するというサンプル欠損の問題が発生する．さらに，**図–2** において，判定基準変更時点 τ' が供用開始時点に近づくと，劣化の進展したサンプルが旧基準健全度を用いて観測されなくなり，旧基準データのみを用いて行った劣化予測結果では，施設の寿命を過大評価してしまう可能性もある（本稿の適用事例では，こちらのサンプル欠損問題が生じている）．サンプル欠損により生じる推計バイアスを克服するためには，判定基準変更前後の双

方の点検データを用いて劣化過程を推計するような方法論が必要となる．ただし，**図–2** では，数あるサンプル欠損バイアスの発生機構の中で，ある時点で大量の施設が集中的に供用開始された状況を想定していることに留意されたい．このケースは本稿の適用事例を想定しているが，それ以外にも予防保全的に施設が更新されるような状況でもサンプル欠損バイアスが生じ得る．その一方で，例えば技術の進歩によって施設がより寿命の長い施設に逐次更新されているような場合には，**図–2** に示すようなサンプル欠損バイアスよりも，施設の技術的陳腐化などが大きな問題となる．

(5) 隠れマルコフ劣化ハザードモデル

本研究では，隠れマルコフ劣化ハザードモデルを用いて，旧基準健全度と新基準健全度の対応関係を考慮した劣化予測モデルを提案する．すでに，獲得される状態変数に誤差が介在するような隠れマルコフ劣化モデルがいくつか提案されている．小林等[19]は，マルコフ劣化ハザードモデルの推計に用いる，道路舗装の健全度の測定データ内に存在する測定誤差に着目し，「見かけの健全度」と「真の健全度」との間の関係を考慮した隠れマルコフ劣化モデルを提案している．また，舗装構造の劣化予測を行うために，Nam 等[20]は，MCI の劣化過程を表現するマルコフ連鎖の背後にポットホールの発生過程が隠れている状態を表現するポアソン隠れマルコフ劣化モデルを提案している．小林等[21]は，舗装の耐荷力の劣化過程を表すマルコフ連鎖が路面の劣化過程を表現するマルコフ連鎖に隠れた状態を表現する階層的隠れマルコフ劣化モデルを提案している．さらに，隠れマルコフ劣化ハザードモデルの推計手法としては，ベイズ推計法の 1 種である MCMC 法を用いて，モデルの未知パラメータと潜在的な状態変数を同時にサンプリングする方法論が提案されている．

変更時点以前においては，旧基準健全度を用いた点検サンプルのみが利用可能である．旧基準健全度と新基準健全度との間には，確定的な対応関係が存在しない．そこで本研究では，旧基準健全度と新基準健全度の確率的な対応関係を新旧健全度変換モデルを用いて表現する．一方，変更時点以降では，新基準健全度を用いた点検サンプルを獲得することができる．本研究では，対象施設の劣化過程を新基準健全度を用いたマルコフ劣化ハザードモデルを用いて表現する．この場合，変更時点以前の点検サンプルに対しては，新旧健全度変換モデルを用いて旧基準健全度が獲得される尤度を定式化するとともに，新基準健全度で定義される劣化過程を隠れマルコフ劣化ハザードモデルを用いて表現する．



図–3 判定基準の変更と劣化過程

3. 新旧健全度変換モデル

(1) 多段階健全度評価と判定基準の変更

いま，ある施設の劣化状態に関する時系列データが**図–3** のように獲得されていると考える．同図は，施設が補修されずに放置されたときに，劣化がどのように進展するかを表したものである．現実には，劣化状態は時間軸上の限られた時点で実施される点検を通じてのみ知ることができる．カレンダー時刻 τ_0 で施設の使用が開始された直後から劣化が始まる．この施設の供用開始時刻 τ_0 を起点とする離散時間軸 $\tau = 0, 1, 2, \cdots$ を導入し，時間軸上の時点を τ で表し，カレンダー時刻と区別する．離散時間軸上の時点 τ' において，M 段階評価の旧基準健全度が I 段階評価の新基準健全度に変更されたとする．この場合，施設の劣化状態は変更前は M 個，変更後は I 個の健全度で記述される．施設の健全度を表す状態変数を $\tau < \tau'$ のときに m $(m = 1, \cdots, M)$ で，$\tau' \leq \tau$ のときに i $(i = 1, \cdots, I)$ で表現する．施設が最も健全な（劣化が進展していない）状態を $m = 1$，$i = 1$ で表し，状態変数 m，i の値が大きくなるほど，劣化が進展していることを表す．$m = M$，$i = I$ の場合，当該施設が使用限界に到達していることを表す．点検を通した健全度の獲得は同図における 6 つの時点 $\tau_n (n = 1, \cdots, 6)$ において実施され，点検者が獲得できる情報は，点検時点における健全度のみであり，健全度が推移した実際の時点に関する情報は得られない．図中ではこの施設の獲得された劣化過程を，$\tau < \tau'$ では旧基準健全度，$\tau' \leq \tau$ では新基準健全度を用いて表示し，それぞれ青実線，赤実線によって示している．

ここで，$\tau < \tau'$ における劣化過程を新基準健全度によって表記し，同図の赤点線のような劣化過程が得ら

れたとする．例えば，同図で旧基準健全度2が2回獲得されているが，新基準健全度においては，それらが健全度3と4に細分化されている．このように，赤点線の劣化過程は青実線の劣化過程より，劣化状態をより詳細に記録していることが理解できる．この場合，旧基準健全度表示の劣化過程と新基準健全度表示の劣化過程の間には，同図緑矢印で示すような乖離が存在する．本研究においては，このような乖離を補正し，全点検データに対して新基準健全度を用いた劣化過程を潜在的に定義する．具体的には，$\tau < \tau'$ においては，観測された旧基準点検データに対し，潜在変数（同図，白抜き点）を仮想的な新基準健全度として条件付き確率に基づき発生させる．これにより，旧基準健全度と新基準健全度との間の乖離をモデル化する．このモデル化により，全点検データを新基準健全度によって表記し，判定基準変更前後の点検データを統合的に用いた劣化予測を行うことが可能となる．

(2) 健全度変換確率

判定基準変更前のある時点 τ における施設の劣化状態を，仮に新基準健全度 $h(\tau)$ を用いて評価した場合，$h(\tau) = i \ (i = 1, \cdots, I)$ が成立すると考える．しかし，判定基準変更前であるため，新基準健全度 i を直接獲得することは不可能であり，時点 τ では旧基準健全度 $g(\tau) = m \ (m = 1, \cdots, M)$ が獲得されている．旧基準健全度 $g(\tau) = m$ と新基準健全度 $h(\tau) = i$ が1対1に対応していない場合，両者の対応関係を確定的に規定することは不可能であり，モデル化を行う必要がある．

いま，新基準健全度 $i \ (i = 1, \cdots, I)$ のそれぞれに対して，それに対応する旧基準健全度の集合を $\omega(i)$ と表す．集合 $\omega(i)$ は旧基準健全度と新基準健全度の対応関係を表現しており，本研究ではこのような対応関係をマクロ対応モデルと呼ぶ．しかしながら，判定基準の変更により健全度解釈の誤差も生じうる可能性がある．このような健全度解釈の誤差を考慮した場合，旧基準健全度と新基準健全度の対応関係を多様に想定することができる．ここで，想定されるマクロ対応モデルの集合を Λ，Λ の要素数 $|\Lambda|$ を Y と表す．マクロ対応モデルにはそれぞれ，モデル番号 $y \ (y = 1, \cdots, Y)$ を任意に付与する．ただし $y \in \Lambda$ である．本研究では，旧基準健全度と新基準健全度との間のマクロ対応モデル $y \ (y = 1, \cdots, Y)$ を与件として隠れマルコフ劣化ハザードモデルを推計し，その中で推計精度等を考慮して，最終的に最適なマクロ対応モデルを選択するというアプローチを採用する．以下の議論では，旧基準健全度と新基準健全度の対応関係を表すマクロ対応モデル y を与件として議論を進める．ここで，任意の新基準健全度 $h(\tau) = i$ に着目し，旧基準健全度 $g(\tau)$ が $m \ (m \in \omega(i))$ となる確率（以下，健全度変換確率）を，

$$\mathrm{Prob}[g(\tau) = m | h(\tau) = i] = f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i) \tag{1}$$

と表現する．ここに，$\boldsymbol{\alpha}_i = (\alpha^i_1, \cdots, \alpha^i_M)$ は確率分布 $f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i)$ の形を特徴づけるパラメータベクトルである．$\boldsymbol{\alpha}_i$ の詳細は **5.(2)** で説明する．式 (1) は旧基準健全度と新基準健全度の確率的対応関係を表したミクロ対応モデルである．また，確率 $f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i)$ は，

$$\sum_{m \in \omega(i)} f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i) = 1 \tag{2}$$

を満たす．また，本研究で提案する方法論において，旧基準健全度，新基準健全度の段階数 M，I 間の大小関係に制約はない．すなわち，旧基準に対して新基準健全度を集約化する場合（$M > I$），反対に細分化する場合（$M < I$），いずれに対しても提案手法は適用可能である．

4. 隠れマルコフ劣化ハザードモデル

(1) マルコフ劣化ハザードモデル

対象とする施設の新基準健全度を用いた劣化過程をマルコフ劣化ハザードモデルを用いて表現する．いま，2時点における新基準健全度間の推移状態をマルコフ推移確率で表現する．時点 τ_A における新基準健全度を状態変数 $h(\tau_A)$ を用いて表す．時点 τ_A における新基準健全度が $i \ (i = 1, \cdots, I)$ であれば $h(\tau_A) = i$ と表せる．マルコフ推移確率は，時点 τ_A で獲得された新基準健全度 $h(\tau_A) = i$ を与件とし，将来時点（例えば τ_B）において新基準健全度 $h(\tau_B) = j$ が生起する条件付き推移確率として定義される．すなわち，

$$\mathrm{Prob}\Big[h(\tau_B) = j | h(\tau_A) = i\Big] = \pi_{ij} \tag{3}$$

と表せる．このような推移確率を新基準健全度ペア (i, j) に対して求めれば，マルコフ推移確率行列

$$\boldsymbol{\Pi} = \begin{pmatrix} \pi_{11} & \cdots & \pi_{1I} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \pi_{II} \end{pmatrix} \tag{4}$$

を定義できる．マルコフ推移確率 (3) は与件の2時点 τ_A，τ_B の間において生じる新基準健全度間の推移確率を示したものであり，当然のことながら，対象とする点検間隔が異なれば推移確率の値は異なる．補修がない限り常に劣化が進行するので，$\pi_{ij} = 0 \ (i > j)$ が成立する．また，推移確率の定義より $\sum_{j=i}^{I} \pi_{ij} = 1$ が成立する．すなわち，マルコフ推移確率に関して

$$\left.\begin{array}{l} \pi_{ij} \geq 0 \ (i, j = 1, \cdots, I) \\ \pi_{ij} = 0 \ (i > j \text{ のとき}) \\ \sum_{j=i}^{I} \pi_{ij} = 1 \end{array}\right\} \tag{5}$$

が成立しなければならない．状態 I は，補修のない限りマルコフ連鎖における吸収状態であり，$\pi_{II} = 1$ が成

立すると考える．なお，マルコフ推移確率は過去の劣化履歴とは独立に定義される．マルコフ推移確率モデルでは，新基準健全度が $i-1$ から i に推移した時点に関わらず，点検時点 τ_A から点検時点 τ_B の間に新基準健全度 j に推移する確率は，時点 τ_A における新基準健全度 $h(\tau_A)=i$ のみに依存するという性質（マルコフ性）を満足する．

マルコフ推移確率は，マルコフ劣化ハザードモデルを用いて推計できる．マルコフ劣化ハザードモデルの詳細は津田等[1)]に譲るが，ここでは読者の便宜を図るためにモデルの概要を説明しておく．いま，新基準健全度 i $(i=1,\cdots,I-1)$ の寿命を確率変数 ζ_i で表す．新基準健全度 i の寿命が，確率密度関数 $\phi_i(\zeta_i)$，分布関数 $\Phi_i(\zeta_i)$ に従うと仮定する．時点 τ_A における新基準健全度が i であり，そこから時間 y_i が経過した時点で新基準健全度 $i+1$ に到達する確率密度をハザード関数[8),9)]を用いて表現する．ハザード関数 $\lambda_i(y_i)$ は，供用時間 y_i まで新基準健全度が i のまま継続する生存確率 $\tilde{\Phi}_i(y_i)$ を用いて，

$$\lambda_i(y_i)\Delta y_i=\frac{\phi_i(y_i)\Delta y_i}{\tilde{\Phi}_i(y_i)} \tag{6}$$

と表せる．すなわち，ハザード関数 $\lambda_i(y_i)$ は，初期時点から時間 y_i が経過するまで新基準健全度 i の状態が継続したという条件の下で，期間 $[y_i,y_i+\Delta y_i)$ 中に新基準健全度 $i+1$ に進展する条件付き確率である．ハザード関数がサンプル時間軸上の時点 y_i に依存せず，常に一定値 $\theta_i>0(i=1,\cdots,I-1)$ をとる場合，指数ハザード関数を次式で表せる．

$$\lambda_i(y_i)=\theta_i \tag{7}$$

指数ハザード関数を用いることにより，劣化過程が過去の履歴に依存しないというマルコフ性を表現できる．さらに，指数ハザード関数を用いれば，新基準健全度 i の寿命が y_i 以上となる確率 $\tilde{\Phi}_i(y_i)$ は，

$$\tilde{\Phi}_i(y_i)=\exp(-\theta_i y_i) \tag{8}$$

と表現できる．

サンプル時間軸上の τ_A で，新基準健全度が i であり，かつ時点 τ_A から追加的に z (≥ 0) 以上にわたって新基準健全度 i が継続する確率 $\tilde{\Phi}_i(\tau_A+z|\zeta_i\geq\tau_A)$ は，

$$\begin{aligned}&\tilde{\Phi}_i(\tau_A+z|\zeta_i\geq\tau_A)\\&=\mathrm{Prob}\left[\zeta_i\geq\tau_A+z|\zeta_i\geq\tau_A\right]\\&=\frac{\exp\{-\theta_i(\tau_A+z)\}}{\exp(-\theta_i\tau_A)}\\&=\exp(-\theta_i z)\end{aligned} \tag{9}$$

と表される．すなわち，点検時点 τ_A において新基準健全度が i と判定され，次の点検時点 $\tau_B=\tau_A+z$ においても新基準健全度が i と判定される確率は，

$$\mathrm{Prob}\left[h(\tau_B)=i|h(\tau_A)=i\right]=\exp(-\theta_i z) \tag{10}$$

となる．ただし，z は2つの点検時点の間隔を表す．確率 $\mathrm{Prob}[h(\tau_B)=i|h(\tau_A)=i]$ はマルコフ推移確率 $\pi_{ii}(z)$ に他ならない．指数ハザードモデルを用いた場合，推移確率 $\pi_{ii}(z)$ はハザード関数 θ_i と点検間隔 z のみに依存し，時点 τ_A，τ_B に関する情報を用いなくとも推移確率を推計することが可能となる．以上の議論を拡張し，指数ハザード関数を用いて，点検時点 τ_A と $\tau_B=\tau_A+z$ の間で新基準健全度が i から j $(>i)$ に推移するマルコフ推移確率 $\pi_{ij}(z)$ $(i=1,\cdots,I-1;j=i,\cdots,I)$ は，

$$\begin{aligned}&\pi_{ij}(z)=\mathrm{Prob}\left[h(\tau_B)=j|h(\tau_A)=i\right]\\&=\sum_{k=i}^{j}\prod_{m=i}^{k-1}\frac{\theta_m}{\theta_m-\theta_k}\prod_{m=k}^{j-1}\frac{\theta_m}{\theta_{m+1}-\theta_k}\exp(-\theta_k z)\\&(i=1,\cdots,I-1;j=i+1,\cdots,I)\end{aligned} \tag{11}$$

と表すことができる[1)]．ただし，表記上の規則として，

$$\begin{cases}\prod_{m=i}^{k-1}\frac{\theta_m}{\theta_m-\theta_k}=1 & (k=i\text{ のとき})\\ \prod_{m=k}^{j-1}\frac{\theta_m}{\theta_{m+1}-\theta_k}=1 & (k=j\text{ のとき})\end{cases}$$

が成立すると考える．さらに，表記の便宜上,

$$\begin{aligned}&\prod_{m=i,\neq k}^{j-1}\frac{\theta_m}{\theta_m-\theta_k}\exp(-\theta_k z)\\&=\prod_{m=i}^{k-1}\frac{\theta_m}{\theta_m-\theta_k}\prod_{m=k}^{j-1}\frac{\theta_m}{\theta_{m+1}-\theta_k}\exp(-\theta_k z)\end{aligned}$$

と簡略化する．また，π_{iI} に関しては，マルコフ推移確率の条件より次式で表せる．

$$\pi_{iI}(z)=1-\sum_{j=i}^{I-1}\pi_{ij}(z)\ (i=1,\cdots,I-1) \tag{12}$$

ここで，ハザード関数 θ_i $(i=1,\cdots,I-1)$ が施設の観測可能な構造条件，環境条件（交通量や材料）に依存して変化すると考える．具体的なハザード関数を

$$\theta_i=\exp(\boldsymbol{x}\boldsymbol{\beta}_i') \tag{13}$$

と表す．ここに，$\boldsymbol{x}=(x_1,\cdots,x_d,\cdots,x_D)$ は，特性変数 x_d を要素とする施設の特性変数ベクトル，$\boldsymbol{\beta}_i=(\beta_{i1},\cdots,\beta_{iD})$ は未知パラメータの行ベクトルを表す．また，記号「$'$」は転置操作を表す．式 (13) により，未知パラメータベクトル $\boldsymbol{\beta}=(\boldsymbol{\beta}_1,\cdots,\boldsymbol{\beta}_{I-1})$ の関数としてマルコフ推移確率を表現することができ，施設の構造条件，環境条件が劣化過程に及ぼす影響を定量化できる．

(2) 隠れマルコフ劣化ハザードモデル

判定基準変更前においては，施設の劣化状態を旧基準健全度で判定しており，新基準健全度を用いて劣化過程を記述することはできない．隠れマルコフ劣化ハザードモデルでは，変更時点以前では，新基準健全度で記述される劣化過程が，旧基準健全度に基づく点検データとして部分的に獲得されると考える．いま，時間軸上の時点 τ_A $(\tau_A<\tau')$ において点検が実施され，対象施設

の旧基準健全度 $g(\tau_A) = m \ (m = 1, \cdots, M)$ が獲得されたとする．ただし，τ' は判定基準の変更時点を表す．時点 τ_A における新基準健全度の真値が $h(\tau_A) = i$ であると仮定したときに，旧基準健全度 $g(\tau_A) = m$ が獲得される確率は健全度変換確率 $f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i)$ で表される．

いま，旧基準健全度と新基準健全度との間のマクロ対応モデル $y \ (y = 1, \cdots, Y)$ を与件と考える．以下の議論では，表記の簡略化のため，対象とするマクロ対応モデルを表す添え字 y をひとまず省略する．このとき,「旧基準健全度 $g(\tau_A) = m$ が獲得される事象」が生起可能となるような新基準健全度の集合 $\Omega(m)$ を

$$\Omega(m) = \{i | m \in \omega(i), (i = 1, \cdots, I)\} \tag{14}$$

と定義する．新基準健全度 $h(\tau_A) = i$ は獲得できないが，旧基準健全度 $g(\tau_A) = m$ が獲得されることにより，時点 τ_A における新基準健全度 i は集合 $\Omega(m)$ に属しているという情報を獲得することができる．集合 $\Omega(m)$ の要素数を $|\Omega(m)|$ で表す．旧基準健全度 $g(\tau_A) = m$ が獲得される尤度 $\ell(g(\tau_A) = m)$ は

$$\ell(g(\tau_A) = m) = \sum_{i \in \Omega(m)} \rho_i(\tau_A) f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i) \tag{15}$$

と定義される．ただし，$\rho_i(\tau_A)$ は時点 τ_A における新基準健全度が i である確率である．したがって，$\rho_i(\tau_A) f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i)$ は，互いに排反な $|\Omega(m)|$ 個の原因のうち，原因 i によって事象 $g(\tau_A) = m$ が発生する確率を表している．このように，式 (15) は，複数の変換確率 $f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i)$ を加重平均した確率分布を表しており，混合分布モデル (mixture distribution model)[22] と呼ぶ．

つぎに，2 つの隣接する点検時点 τ_A，τ_B $(\tau_A < \tau_B)$ に着目する．点検時点 τ_A，τ_B と変更時点 τ' との順序関係により，以下の 3 つのケースが生起しうる．

$$\begin{cases} \text{ケース 1} \quad \tau_A < \tau_B < \tau' \\ \text{ケース 2} \quad \tau_A < \tau' \le \tau_B \\ \text{ケース 3} \quad \tau' \le \tau_A < \tau_B \end{cases} \tag{16}$$

ここで，表記の簡便化を図るために旧基準健全度，新基準健全度を統一的に表記する状態変数 $r(\tau)$ を

$$r(\tau) = \begin{cases} g(\tau) & \tau < \tau' \\ h(\tau) & \tau' \le \tau \end{cases} \tag{17}$$

と定義する．当然のことながら，$r(\tau) = m$ は $\tau < \tau'$ のときに状態変数値 $m = 1, \cdots, M$ を，$\tau' \le \tau$ のときに値 $i = 1, \cdots, I$ を取りうる．このとき，隣接する 2 時点 τ_A，τ_B で健全度ペア $r(\tau_A) = m$，$r(\tau_B) = n$ が獲得される条件付き尤度は,

$$\ell(r(\tau_A) = m, r(\tau_B) = n)$$

$$= \begin{cases} \sum_{i \in \Omega(m)} \rho_i(\tau_A) f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i) \\ \qquad \sum_{k \in \Omega(n)} \pi_{ik}(z) f_k(n|\boldsymbol{\alpha}_k) \\ \qquad\qquad (\tau_A < \tau_B < \tau') \\ \sum_{i \in \Omega(n)} \rho_i(\tau_A) f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i) \pi_{in}(z) \\ \qquad\qquad (\tau_A < \tau' \le \tau_B) \\ \rho_m(\tau_A) \pi_{mn}(z) \\ \qquad\qquad (\tau' \le \tau_A < \tau_B) \end{cases} \tag{18}$$

と表される．式 (18) に示すように，$\tau_B < \tau'$ の場合，旧基準健全度 $g(\tau_A) = m$ と $g(\tau_B) = n$ が抽出される確率 $f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i)$，$f_k(n|\boldsymbol{\alpha}_k)$ は，マルコフ推移確率 $\pi_{ij}(z)$ を通じて互いに相関を持つ．すなわち，時点 τ_B における旧基準健全度の生起確率は,「時点 τ_A における旧基準健全度がどの確率密度から生成されたか」に依存しているため，時間を通じて獲得される旧基準健全度の時系列データは互いに独立にはならない．

尤度 (18) には，新基準健全度に関する分布（以下，新基準健全度分布）$\rho_i(\tau_A)$，マルコフ推移確率 $\pi_{ij}(z)$，健全度変換確率 $f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i)$ という 3 種類の未知確率が存在する．このうち，新基準健全度分布 $\rho_i(\tau_A)$ に関する先験的情報が存在しないという問題（以下，初期値問題）がある．初期値問題を克服する 1 つの方法として，施設の新設，あるいは更新が実施された初期時点 t_0 を τ_0 として，初期時点 τ_0 に定義される新基準健全度を $h(\tau_0) = 1$ と設定し，初期値分布 $\boldsymbol{\rho}(\tau_0) = (1, 0, \cdots, 0)$ と想定することが考えられる．このように，供用開始・更新・補修直後の時点における初期値分布を設定することにより，初期値問題を克服することが可能になる．初期時点以降に関しては，以下で述べるように，尤度を再帰的に定義することにより，新基準健全度分布 $\rho_i(\tau_A)$ を逐次求めることができる．

いま，時点 τ_0 以降，健全度が獲得された時点を $\tau_t \ (t = 1, \cdots, T)$ と表す．ここに，t は時点 τ_0 以降の健全度の獲得回数を表す．また，期間 $[\tau_0, \tau')$ に獲得された旧基準健全度を $\bar{r}(\tau_t) = \bar{g}(\tau_t) = \bar{m}_t \ (t = 1, \cdots, t')$，期間 $[\tau', \tau_T]$ に獲得された新基準健全度を $\bar{r}(\tau_t) = \bar{h}(\tau_t) = \bar{i}_t \ (t = t' + 1, \cdots, T)$ と表す．ただし，t' は $\tau_{t'} < \tau' \le \tau_{t'+1}$ であり，さらに，記号「$\bar{\ }$」は観測値であることを表す．点検間隔を $\bar{z}_t = \tau_{t+1} - \tau_t \ (t = 0, \cdots, T-1)$ とし，点検間隔ベクトルを $\bar{\boldsymbol{z}} = (\bar{z}_0, \cdots, \bar{z}_{T-1})$ とする．このとき，健全度の観測値ベクトル $\bar{\boldsymbol{r}} = (\bar{m}_1, \cdots, \bar{m}_{t'}, \bar{i}_{t'+1}, \cdots, \bar{i}_T)$ が獲得される尤度関数 $\mathcal{L}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \bar{\boldsymbol{r}}, \bar{\boldsymbol{z}})$ は，再帰的に

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \bar{\boldsymbol{r}}, \bar{\boldsymbol{z}}) = \Big\{ \sum_{k \in \Omega(\bar{r}_1)} \pi_{1k}(\bar{z}_0) f_k(\bar{r}_1|\boldsymbol{\alpha}_k) \ell_k(1) \Big\}^{\iota(1)}$$
$$\{\pi_{1\bar{r}_1}(\bar{z}_0) \ell_{\bar{r}_1}(1)\}^{1-\iota(1)} \tag{19a}$$

$$\ell_h(t) = \Big\{ \sum_{k \in \Omega(\bar{r}_{t+1})} \pi_{hk}(\bar{z}_t) f_k(\bar{r}_{t+1}|\boldsymbol{\alpha}_k) \ell_k(t+1) \Big\}^{\iota(t+1)}$$
$$\Big\{\pi_{h\bar{r}_{t+1}}(\bar{z}_t) \ell_{\bar{r}_{t+1}}(t+1)\Big\}^{1-\iota(t+1)} \tag{19b}$$

$$(1 \leq t \leq T-2)$$

$$\ell_h(T-1) = \{\pi_{h\bar{r}_T}(\bar{z}_{T-1}) f_{\bar{r}_T}(\bar{r}_T|\boldsymbol{\alpha}_{\bar{r}_T})\}^{\iota(T)} \{\pi_{h\bar{r}_T}(\bar{z}_{T-1})\}^{1-\iota(T)} \tag{19c}$$

と定式化できる．ただし，$\iota(t)$ はダミー変数であり

$$\iota(t) = \begin{cases} 1 & t \leq t' \\ 0 & t > t' \end{cases} \quad (t = 0, \cdots, T) \tag{20}$$

と定義される．また，表記の簡略化のため，$\bar{r}(\tau_t) = \bar{r}_t$ $(t = 1, \cdots, T)$ と表記している．

津田等[1]は，マルコフ劣化ハザードモデル (11) を最尤法を用いて推計する手法を提案している．しかし，隠れマルコフ劣化ハザードモデルの尤度関数 (19a)-(19c) は最尤法に適さない性質を持っていることが知られている[23]．特に，尤度関数が $\pi_{ij}(z)$ に関して高次の非線形多項式となっており，1 階の最適化条件が（複素数解を含めて）非常の多くの解を有している点にある．当然のことながら，推移確率 $\pi_{ij}(z)$ の推計値は実数解でなければならない．さらに，推移確率であるために，数ある実数解の中から，0 と 1 の間にある解を選択しなければならない．最尤法の代わりにベイズ推計法を用いれば，高次の非線形多項式を解く問題を回避できる．しかし，尤度関数 (19a)-(19c) が極めて多くの項を含んでおり，計算量が膨大になってしまう欠点がある[24)-27]．このような最尤法の難点を克服するために，尤度関数の完備化操作が必要となる．

(3) 完備化操作

ある施設に対して，各点検時点 τ_t $(t = 1, \cdots, T)$ において健全度観測値ベクトル $\bar{\boldsymbol{r}}$ が獲得できたと考える．隠れマルコフ劣化ハザードモデルを推計するために新基準健全度 $\bar{i}_t$ を用いた潜在変数ベクトル $\boldsymbol{s} = (s_1, \cdots, s_T) = (s_1, \cdots, s_{t'}, \bar{i}_{t'+1}, \cdots, \bar{i}_T)$ を導入する．劣化過程の性質より，施設が補修されない限り，

$$s_0 = 1 \leq s_1 \leq \cdots \leq s_{t'} \leq \bar{r}_{t'+1} = \bar{i}_{t'+1} \tag{21}$$

を満足する．潜在変数 $(s_1, \cdots, s_{t'})$ は観測不可能な変数であるが，議論の便宜上，ひとまず仮に観測できたと考える．一方，$(\bar{i}_{t'+1}, \cdots, \bar{i}_T)$ は新基準健全度の観測値である．健全度観測値ベクトル $\bar{\boldsymbol{r}}$，潜在変数ベクトル $\boldsymbol{s}$ を与件とした尤度関数は，

$$\tilde{\mathcal{L}}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \bar{\boldsymbol{r}}, \bar{\boldsymbol{z}}, \boldsymbol{s}) = \pi_{1s_1}(\bar{z}_0) \prod_{t=1}^{t'} \pi_{s_t s_{t+1}}(\bar{z}_t) f_{s_t}(\bar{r}_t|\boldsymbol{\alpha}_{s_t}) \cdot \prod_{t=t'+2}^{T} \pi_{\bar{r}_{t-1}\bar{r}_t}(\bar{z}_{t-1}) \tag{22}$$

と表現できる[26]．以上の操作を完備化という．完備化された尤度関数（以下，完備化尤度関数）(22) は通常の尤度関数 (19a)–(19c) より大幅に簡略化されていることが理解できる．ただし，尤度関数の中に含まれる潜在変数 $(s_1, \cdots, s_{t'})$ は，観測できない変数である．そこで完備化尤度関数を用いて，潜在変数の確率分布を推計することを考える．完備化尤度関数を展開すれば，潜在変数 $(s_1, \cdots, s_{t'})$ に関する全条件付き事後確率分布を導出できる．劣化過程の特性により，補修が実施されない限り，条件 (21) が成立する．ここで，$\boldsymbol{s}_{-t} = (s_1, \cdots, s_{t-1}, s_{t+1}, \cdots, s_{t'})$，$\boldsymbol{s}^i_{-t} = (s_1, \cdots, s_{t-1}, i, s_{t+1}, \cdots, s_{t'})$ とすれば，$s_t = i$ $(t = 1, \cdots, t'; i \in \{s_{t-1}, \cdots, s_{t+1}\})$ の全条件付き事後確率は，ベイズの法則より

$$\begin{aligned} &\mathrm{Prob}[s_t = i|\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \bar{\boldsymbol{r}}, \bar{\boldsymbol{z}}, \boldsymbol{s}_{-t}] \\ &= \frac{\tilde{\mathcal{L}}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \bar{\boldsymbol{r}}, \bar{\boldsymbol{z}}, \boldsymbol{s}^i_{-t})}{\sum_{i=s_{t-1}}^{s_{t+1}} \tilde{\mathcal{L}}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \bar{\boldsymbol{r}}, \bar{\boldsymbol{z}}, \boldsymbol{s}^i_{-t})} \\ &= \frac{\omega_{it} f_i(\bar{r}_t|\boldsymbol{\alpha}_i)}{\sum_{j=s_{t-1}}^{s_{t+1}} \omega_{jt} f_j(\bar{r}_t|\boldsymbol{\alpha}_j)} \end{aligned} \tag{23}$$

と表される．ただし，

$$\omega_{jt} = \begin{cases} \pi_{s_{t-1}j}(\bar{z}_{t-1}) \pi_{js_{t+1}}(\bar{z}_t) & 1 \leq t < t' \\ \pi_{s_{t'-1}j}(\bar{z}_{t'-1}) \pi_{j\bar{r}_{t'+1}}(\bar{z}_{t'}) & t = t' \end{cases} \tag{24}$$

と表される．すなわち，新基準健全度間の推移確率 $\pi_{ij}(z)$ $(i = 1, \cdots, I; j = i, \cdots, I)$ と健全度変換確率 $f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i)$ $(i = 1, \cdots, I)$ が求まれば，$\boldsymbol{s}_{-t}$ を与件とした時点 t の新基準健全度 $s_t \in \{s_{t-1}, \cdots, s_{t+1}\}$ の全条件付き事後確率を求めることができる．完備化尤度関数 (22) では，潜在変数 $\boldsymbol{s}$ は確定的である．ただし，健全度変換確率，新基準健全度間の推移確率には未知パラメータ $\boldsymbol{\alpha}$，$\boldsymbol{\beta}$ が含まれており，潜在変数に関する全条件付き事後確率を先験的に求めることができない．全条件付き事後確率 (23) を用いた MCMC 法を用いて，反復的に潜在変数 $\boldsymbol{s}$ をランダム発生させ，パラメータ $\boldsymbol{\alpha}$，$\boldsymbol{\beta}$ をベイズ推計することになる．これらの未知パラメータと全条件付き事後確率を求める方法についても，**5.(4)** で改めてとりあげる．このような手続きにより，完備化尤度関数を用いて求めたパラメータのベイズ推計値が，尤度関数 (19a)-(19c) を用いて求めたパラメータの最尤推計値に収束することが証明されている[22]．このように，潜在変数に対し，単なる混合確率モデルではなく，新基準データから推計されたマルコフ過程を仮定することにより，マルコフ劣化ハザードモデルの未知パラメータ，健全度変換確率のパラメータ，潜在変数という 3 種類の変数に対して識別性条件を満足させることができる．

5. 推計手法

(1) MCMC 法

伝統的なベイズ統計学では，共役な事前，事後分布を用いて，パラメータを推計する手法が採用されている[13]．しかし，ハザードモデルの場合，簡単な指数ハ

ザードモデルを用いても，共役事前確率分布が存在しないことが知られている[28]．共役事前確率分布が存在しない場合，数値解析により多重積分を求めることが必要となる．このことが，ベイズ統計学をハザード解析へ適用する際に，大きな障害となっていた．しかし近年，MCMC法[13]がベイズ統計学の分野に導入され，多重数値積分により基準化定数を求めなくても，効率的に事後分布を求めることが可能となった．その結果，ベイズ推計法の適用範囲は大幅に拡大したと考えることができる．すでに，MCMC法として，ギブスサンプリング法，メトロポリス・ヘイスティング法（以下，MH法）等が提案されている[13]．このうちギブスサンプリングはもともと画像復元のアルゴリズム[29]として知られていたが，ベイズ推計における事後分布の推計に応用された[30]．ギブスサンプリング法とMH法は，いずれも事後確率密度関数を直接求めることが難しい場合に，各パラメータの条件付き事後確率密度関数を用いて，反復的にパラメータ $\boldsymbol{\alpha}$，$\boldsymbol{\beta}$ のサンプルを乱数発生させることにより，事後分布からパラメータサンプルを得る方法である．小林等[19]はMCMC法を用いて，マルコフ推移確率を効果的にベイズ推計する手法を明らかにしている．本研究では小林等が提案したワイブル劣化モデルのベイズ推計法を拡張し，判定基準変更を考慮した隠れマルコフ劣化ハザードモデルを推計する手法を提案する．

隠れマルコフ劣化ハザードモデルを含む混合分布モデルの推計では，**4.(2)** で述べたように尤度関数が特殊な形をしており，一般的な最尤法やベイズ推計を用いることが困難である[23),24]．このようなことから，混合分布モデルの推計手法として，通常の尤度関数ではなく，完備化尤度関数を定義するとともに，MCMC法を用いた推計手法が提案されている[22)−25]．

(2) 健全度変換確率の特定化

健全度変換確率 $f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i)$ は，新基準健全度が i のときに，旧基準健全度 $m \in \omega(i)$ が獲得される確率を表す．ただし，$f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i)$ は，点検時点 τ_t $(t = 1, \cdots, t')$ に依存せず，時間を通じて一定であると仮定する．本研究では $f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i)$ をノンパラメトリックな離散的確率分布で表現する．すなわち，健全度変換確率 $f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i)$ は，

$$f_i(m|\boldsymbol{\alpha}_i) = \begin{cases} 0 & m \notin \omega(i) \text{ のとき} \\ \alpha_i^m & m \in \omega(i) \text{ のとき} \end{cases} \tag{25}$$

と表される．ただし，α_i^m は定数であり，

$$0 \leq \alpha_i^m \leq 1 \tag{26a}$$

$$\sum_{m \in \omega(i)} \alpha_i^m = 1 \tag{26b}$$

を満足する．

(3) 完備化事後確率密度関数の定式化

施設 k $(k = 1, \cdots, K)$ に対して，直近の更新時点以降，それぞれ合計 T^k 回に亘る点検結果が得られたとする．点検時点 $\tau_t^k (t = 1, \cdots, T^k)$ において獲得された健全度の観測値 $\bar{r}(\tau_t^k)$ を $\bar{r}_t^k$ と表す．$\tau_{t'_k}^k < \tau' \leq \tau_{t'_k+1}^k$ である．また，$\sum_{k=1}^K T^k$ 個の観測情報に関するデータを $\bar{\boldsymbol{\xi}} = (\bar{\boldsymbol{\xi}}^1, \cdots, \bar{\boldsymbol{\xi}}^K)$ と表す．ただし，$\bar{\boldsymbol{\xi}}^k = (\bar{\boldsymbol{\xi}}_1^k, \cdots, \bar{\boldsymbol{\xi}}_{T_k}^k)$，$\bar{\boldsymbol{\xi}}_t^k = (\bar{r}_t^k, \bar{z}_t^k, \bar{\boldsymbol{x}}_t^k)$ であり，$\bar{r}_t^k$ は時点 τ_t^k において獲得された施設 k の健全度，$\bar{z}_t^k = \tau_{t+1}^k - \tau_t^k$ は施設 k の点検間隔，$\bar{\boldsymbol{x}}_t^k$ は施設 k の特性変数ベクトルである．このとき，隠れマルコフ劣化ハザードモデルの完備化尤度関数は，K 個の施設から得られたデータの完備化同時生起確率

$$\begin{aligned} &\tilde{\mathcal{L}}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \bar{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{s}) \\ &= \prod_{k=1}^{K} \Big\{ \pi_{1 s_1^k}(\bar{z}_0^k) \prod_{t=1}^{t'_k} \pi_{s_t^k s_{t+1}^k}(\bar{z}_t^k) f_{s_t^k}(\bar{r}_t^k | \boldsymbol{\alpha}_{s_t^k}) \\ &\quad \cdot \prod_{t=t'_k+2}^{T^k} \pi_{\bar{r}_{t-1}^k \bar{r}_t^k}(\bar{z}_{t-1}^k) \Big\} \end{aligned} \tag{27a}$$

$$f_{s_t^k}(\bar{r}_t^k | \boldsymbol{\alpha}_{s_t^k}) = \alpha_{s_t^k}^{\bar{m}_t^k} \tag{27b}$$

$$\pi_{s_t^k s_{t+1}^k}(\bar{z}_t^k) = \sum_{l=s_t^k}^{s_{t+1}^k} \prod_{u=s_t^k \neq l}^{s_{t+1}^k - 1} \frac{\theta_u^k}{\theta_u^k - \theta_l^k} \exp(-\theta_l^k \bar{z}_t^k) \tag{27c}$$

で表される．ただし，$\theta_u^k = \exp(\boldsymbol{x}^k \boldsymbol{\beta}'_u)$ と表され，施設 k に関する潜在変数ベクトルを $\boldsymbol{s}^k = (s_1^k, \cdots, s_{T^k}^k)$ とし，$\boldsymbol{s} = (\boldsymbol{s}^1, \cdots, \boldsymbol{s}^K)$ である．

(4) ベイズ推計法

一般に，ベイズ推計法は，1）事前の経験情報などに基づいて，パラメータ $\boldsymbol{\alpha}$，$\boldsymbol{\beta}$ の事前確率密度関数を設定する，2）獲得したデータ $\bar{\boldsymbol{\xi}}$ と潜在変数 $\boldsymbol{s}$ に基づいて尤度関数 $\tilde{\mathcal{L}}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \bar{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{s})$ を定義する，さらに，3）ベイズの定理に基づいて事前確率密度関数を修正し，パラメータ $\boldsymbol{\alpha}$，$\boldsymbol{\beta}$ に関する事後確率密度 $\rho(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta} | \bar{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{s})$ を得る，という手順を採用することになる．以上の手順を，本研究ではベイズ推計のルールと呼ぶ．最尤法と異なり，未知パラメータ $\boldsymbol{\alpha}$，$\boldsymbol{\beta}$ の確率分布が，事後分布として求まる点にベイズ推計法の特徴がある．**5.(1)** で述べたように，ハザードモデルでは，共役事前確率密度関数を見出すことは不可能[28]であり，事前確率密度関数は非共役事前確率密度関数を採用せざるを得ない．事前確率密度関数設定には，任意性が介在せざるを得ないが，サンプル数が増加するにつれて事前確率密度の特定化の影響は次第に低下する．

まず，条件付き健全度変換確率 (1) に含まれるパラメータ $\boldsymbol{\alpha}_i = (\alpha_i^1, \cdots, \alpha_i^M)$ は，式 (26a)，(26b) を満足

する定数である．これらの定数の事前確率密度関数として，ディリクレ分布を仮定する．すなわち，判定基準変換確率のパラメータ $\boldsymbol{\alpha}_i$ の事前確率密度関数を

$$\eta_i(\boldsymbol{\alpha}_i|\boldsymbol{\nu}_i) = \Psi_i(\boldsymbol{\nu}_i)\prod_{m\in\omega(i)}(\alpha_i^m)^{\nu_i^m-1} \tag{28a}$$

$$\Psi_i(\boldsymbol{\nu}_i) = \frac{\Gamma(\sum_{m\in\omega(i)}\nu_i^m)}{\prod_{m\in\omega(i)}\Gamma(\nu_i^m)} \tag{28b}$$

$$\sum_{m\in\omega(i)}\alpha_i^m = 1 \tag{28c}$$

と表現する．ただし，$\boldsymbol{\nu}_i$ は $m\in\omega(i)$ となる全ての ν_i^m を要素とする定数パラメータベクトルである．次に，$\boldsymbol{\beta}_i$ の事前確率密度関数が，標準的な事前確率密度関数として用いられる多次元正規分布に従うと仮定する．すなわち，$\boldsymbol{\beta}_i \sim \mathcal{N}_M(\boldsymbol{\zeta}_i,\boldsymbol{\Sigma}_i)$ である．ただし，M 次元正規分布 $\mathcal{N}_M(\boldsymbol{\zeta}_i,\boldsymbol{\Sigma}_i)$ の確率密度関数は，

$$H(\boldsymbol{\beta}_i|\boldsymbol{\zeta}_i,\boldsymbol{\Sigma}_i) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{M}{2}}\sqrt{|\boldsymbol{\Sigma}_i|}} \exp\Big\{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{\beta}_i-\boldsymbol{\zeta}_i)\boldsymbol{\Sigma}_i^{-1}(\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\zeta}_i)'\Big\} \tag{29}$$

となる．ただし，$\boldsymbol{\zeta}_i$ は $\mathcal{N}_M(\boldsymbol{\zeta}_i,\boldsymbol{\Sigma}_i)$ の事前期待値ベクトル，$\boldsymbol{\Sigma}_i$ は事前分散共分散行列である．このとき，完備化事後確率密度関数 $\rho(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}|\bar{\boldsymbol{\xi}},\boldsymbol{s})$ は

$$\begin{aligned}&\rho(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}|\bar{\boldsymbol{\xi}},\boldsymbol{s})\\ &\propto \tilde{\mathcal{L}}(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta},\bar{\boldsymbol{\xi}},\boldsymbol{s})\prod_{i=1}^{I-1}\Big\{H(\boldsymbol{\beta}_i|\boldsymbol{\zeta}_i,\boldsymbol{\Sigma}_i)\eta_i(\boldsymbol{\alpha}_i|\boldsymbol{\nu}_i)\Big\}\\ &\propto \prod_{k=1}^{K}\Big[\prod_{t=1}^{T^k-1}\alpha_{s_t^k}^{\bar{r}_t^k}\sum_{l=s_t^k}^{s_{t+1}^k}\Big\{\prod_{u=s_t^k\neq l}^{s_{t+1}^k-1}\frac{\theta_u^k}{\theta_u^k-\theta_l^k}\exp(-\theta_l^k\bar{z}_t^k)\Big\}\Big]\\ &\cdot\prod_{i=1}^{l-1}\exp\Big\{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{\beta}_i-\boldsymbol{\zeta}_i)\boldsymbol{\Sigma}_i^{-1}(\boldsymbol{\beta}_i-\boldsymbol{\zeta}_i)'\Big\}\\ &\cdot\prod_{i=1}^{I}\prod_{m\in\omega(i)}(\alpha_i^m)^{\nu_i^m-1}\end{aligned} \tag{30}$$

と表すことができる．

(5) 最適モデルの決定方法

2.(3) で言及したように，本研究では旧基準健全度と新基準健全度の間のマクロ対応モデルを与件として複数個想定し，隠れマルコフ劣化ハザードモデルを推計する．その中から，統計的最適モデルを決定する指標としてベイズ情報量基準[31),32)]（以下，BIC）を用いる．BIC は次式で算出される．

$$BIC = -2\ln\tilde{\mathcal{L}} + p\ln n \tag{31}$$

ただし，$\tilde{\mathcal{L}}$ は尤度，p はモデルに含まれるパラメータの総数，n はサンプル数である．尤度 $\tilde{\mathcal{L}}$ は式 (22) で算出される．ここで，式 (22) 中の潜在変数 $(s_1,\cdots,s_{t'_k})$ は本来，観測不可能な変数であるが議論の便宜上，仮に確定値として観測されたする．式 (22) を用いるためには，潜在変数 $(s_1,\cdots,s_{t'_k})$ を確定値として定義する必要がある．この点については，以下の **5.(6) ステップ 8** において説明を加える．なお，パラメータ数 p に関して，本稿では，既往研究[34)]の，潜在変数を除く未知パラメータの数を情報量基準のパラメータ数とする，という考え方に基づき，p をマルコフ劣化ハザードモデルの未知パラメータ $\boldsymbol{\beta}$，健全度変換確率のパラメータ $\boldsymbol{\alpha}$ の要素数の和とした．この点に関して，潜在変数の数を含めるという考え方もあることに留意されたい．また，本研究では，情報量基準として BIC を採用したが，BIC の他にも，AIC，GIC，MDL など様々な情報量基準が存在する[35)]．これらの中からどの情報量基準を選択するかは，モデル比較の観点に応じて多様に異なる．

(6) 推計フロー

隠れマルコフ劣化ハザードモデルでは，事後確率密度関数 $\rho(\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}|\bar{\boldsymbol{\xi}},\boldsymbol{s})$ を直接，解析的に求めることができない．そこで，代表的な MCMC 法であるギブスサンプリング法[29)]を用いて，パラメータ $\boldsymbol{\alpha}$，$\boldsymbol{\beta}$ の標本サンプルを事後確率密度関数から抽出する．式 (30) において，$\boldsymbol{\alpha}$，$\boldsymbol{\beta}$ は互いに独立であり，これらのパラメータの完備化条件付き事後密度関数 $\rho(\boldsymbol{\alpha}|\bar{\boldsymbol{\xi}},\boldsymbol{s})$，$\rho(\boldsymbol{\beta}|\bar{\boldsymbol{\xi}},\boldsymbol{s})$ は

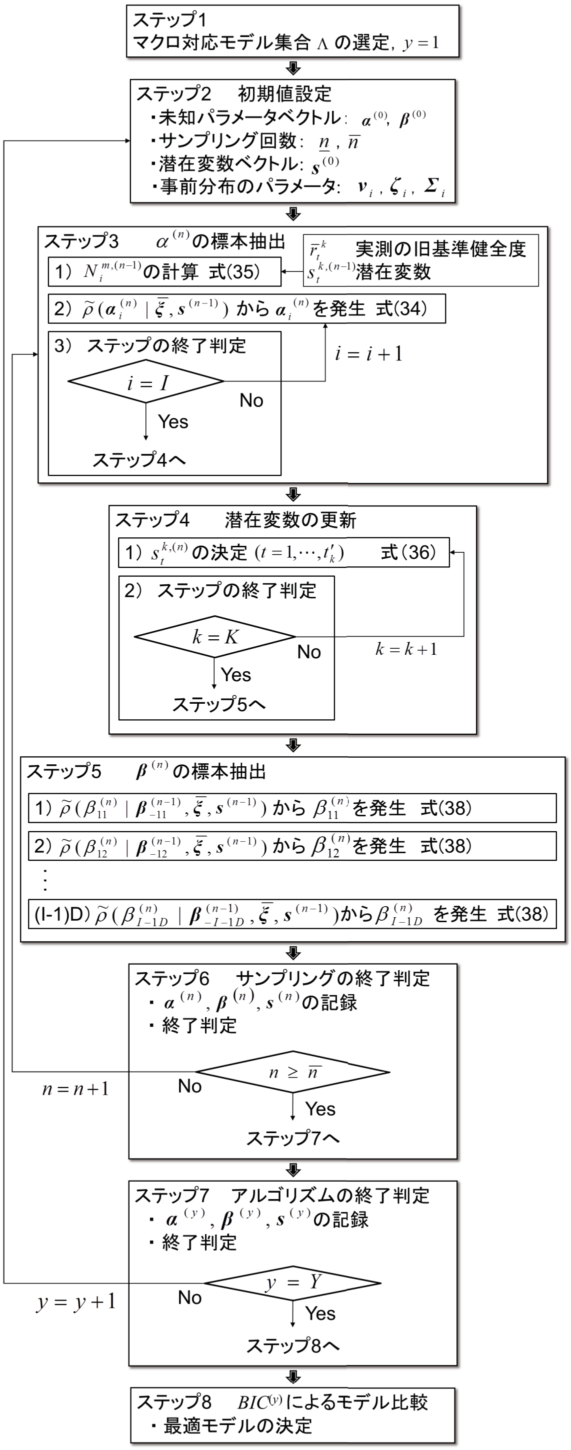
$$\rho(\boldsymbol{\alpha}|\bar{\boldsymbol{\xi}},\boldsymbol{s}) \propto \Big(\prod_{k=1}^{K}\prod_{t=1}^{t'_k}\alpha_{s_t^k}^{\bar{r}_t^k}\Big)\Big\{\prod_{i=1}^{I}\prod_{m\in\omega(i)}(\alpha_i^m)^{\nu_i^m-1}\Big\} \tag{32}$$

$$\begin{aligned}&\rho(\boldsymbol{\beta}|\bar{\boldsymbol{\xi}},\boldsymbol{s})\\ &\propto\Big[\prod_{k=1}^{K}\prod_{t=1}^{T^k}\sum_{l=s_{t-1}^k}^{s_t^k}\Big\{\prod_{i=s_{t-1}^k,\neq l}^{l-1}\frac{\theta_i^k}{\theta_i^k-\theta_l^k}\exp(-\theta_l^k\bar{z}_k^t)\Big\}\Big]\\ &\prod_{i=1}^{I-1}\exp\Big\{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{\beta}_i-\boldsymbol{\zeta}_i)\boldsymbol{\Sigma}_i^{-1}(\boldsymbol{\beta}_i-\boldsymbol{\zeta}_i)'\Big\}\end{aligned} \tag{33}$$

と表せる．また，潜在変数 $\boldsymbol{s}$ の全条件付き事後分布は式 (23) で表される．以上のギブスサンプラーを用いた MCMC 法により，隠れマルコフ劣化ハザードモデルを推計することが可能となる．**図–4** に，隠れマルコフ劣化ハザードモデルをベイズ推計するための具体的手順を整理している．読者の便宜を図るために，同図中には，推計法の詳細を説明する節番号や式番号を明記している．以下では，以上の各ステップの内容を，より詳細に説明する．

ステップ 1　マクロ対応モデル集合の選定

本研究では，想定されるマクロ対応モデルの集合を Λ とし，Λ の要素数を Y と表す．マクロ対応モデルそれぞれに対し，モデル番号 y $(y = 1,\cdots,Y)$ を任意に定める．ただし $y\in\Lambda$ である．$y = 1$ とする．



図–4 推計フロー

ステップ 2　初期値設定

事前分布 (28a)-(28c), (29) のパラメータベクトル (行列) $\boldsymbol{\nu}_i(i = 1, \cdots, I)$, $\boldsymbol{\zeta}_i$, $\boldsymbol{\Sigma}_i(i = 1, \cdots, I-1)$ の値を任意に設定する．潜在変数の初期値 $\boldsymbol{s}^{(0)} = (\boldsymbol{s}^{1,(0)}, \cdots, \boldsymbol{s}^{K,(0)})$ を設定する．ただし，$\boldsymbol{s}^{k,(0)} = (s_1^{k,(0)}, \cdots, s_{t'_k}^{k,(0)})$ であり，$1 \leq s_1^{k,(0)} \leq \cdots \leq s_{t'_k}^{k,(0)} \leq \bar{r}^k_{t'_k+1}$ を満足する．ただし，$\bar{r}^k_{T^k+1} = I$ とする．さらに，パラメータ推計量の初期値 $\boldsymbol{\alpha}^{(0)}$, $\boldsymbol{\beta}^{(0)}$ を任意に設定する．これらの初期値の影響は，MCMC 法によるシミュレーション回数が蓄積されるにつれ，次第に薄れていく．MCMC のサンプル標本回数 n を $n = 1$ とする．さらに，MCMC のバーンインとするサンプル標本回数 $\underline{n}$, アルゴリズムの終了回数 $\bar{n}$ をそれぞれ設定する．

ステップ 3　パラメータ $\boldsymbol{\alpha}^n$ の標本抽出

ステップ 3 では，潜在変数 $\boldsymbol{s}^{(n-1)}$ を与件とし，健全度変換確率のパラメータ $\boldsymbol{\alpha}^{(n)} = (\boldsymbol{\alpha}_1^{(n)}, \cdots, \boldsymbol{\alpha}_{I-1}^{(n)})$ に関するパラメータの標本を獲得する．ただし，$\boldsymbol{\alpha}_i^{(n)}$ は, $m \in \omega(i)$ を満たす全ての $\alpha_i^{m(n)}$ を要素とする未知パラメータベクトルである．**ステップ 3** で用いるギブスサンプラーは式 (32) で表される完備化条件付き事後確率密度関数 $\rho(\boldsymbol{\alpha}^{(n)}|\bar{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{s}^{(n-1)})$ で与えられる．潜在的な新基準健全度 $\boldsymbol{s}^{(n-1)}$ と観測データ $\bar{\boldsymbol{\xi}}$ を与件としたとき，完備化された $\boldsymbol{\alpha}_i^{(n)}$ に関するギブスサンプラーを,

$$
\begin{aligned}
&\tilde{\rho}(\boldsymbol{\alpha}_i^{(n)}|\bar{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{s}^{(n-1)}) \\
&\propto \Bigl\{\prod_{k=1}^{K}\prod_{t=1}^{t'_k} \alpha_{s_t^{k,(n-1)}}^{\bar{r}_t^k(n)}\Bigr\}\Bigl\{\prod_{m\in\omega(i)} (\alpha_i^{m(n)})^{\nu_i^m-1}\Bigr\} \\
&= \prod_{m\in\omega(i)} (\alpha_i^{m(n)})^{\nu_i^m+N_i^{m,(n-1)}-1} \qquad (34)
\end{aligned}
$$

と表すことができる．記号「˜」は，個々のパラメータを実際にサンプリングする際のギブスサンプラーを意味する．ただし，$N_i^{m,(n-1)}$ は，期間 $[\tau_0^k, \tau_{t'_k}^k]$ における旧基準健全度の観測値 $\bar{r}_t^k$ と潜在変数 $\boldsymbol{s}^{(n-1)}$ を与件としたとき,

$$
N_i^{m,(n-1)} = \sharp\Bigl[\{\bar{r}_t^k = m\} \cap \{s_t^{k,(n-1)} = i\}\Bigr] \quad (35)
$$
$$
(t \leq t'_k)
$$

と定義される．ただし，$\sharp[\,]$ は，括弧 $[\,]$ 内に含まれる定義式が成立するような観測サンプル数を表す．式 (34) は，パラメータ $\nu_i^m + N_i^{m,(n-1)} - 1$ を有するディリクレ分布に他ならない．更新されたディリクレ分布 (34) を用いて，ギブスサンプリングにより，条件付き健全度変換確率のパラメータ標本 $\boldsymbol{\alpha}_i^{(n)}$ を標本抽出する．全ての i $(i = 1, \cdots, I)$ に対してパラメータ標本 $\boldsymbol{\alpha}_i^{(n)}$ を求める．

ステップ 4　潜在変数の更新

全条件付き事後確率 (23) に基づいて，新しい潜在変数 $\boldsymbol{s}^{(n)}$ をランダムサンプリングする．いま，潜在変数ベクトル $\boldsymbol{s}_{-t}^{k,(n-1)} = (s_1^{k,(n)}, \cdots, s_{t-1}^{k,(n)}, s_{t+1}^{k,(n-1)}, \cdots, s_{t'_k}^{k,(n-1)})$ を定義する．このとき，$s_t^{k,n}$ $(s_t^{k,(n)} \in \{s_{t-1}^{k,(n)}, \cdots, s_{t+1}^{k,(n-1)}\})$ の全条件付き事後確率は,

$$
\mathrm{Prob}[s_t^k = i|\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \bar{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{s}_{-t}^{k,(n-1)}]
$$

$$= \begin{cases} \dfrac{\omega_{i,t}^{k,(n-1)} f_i(\bar{r}_t^k|\boldsymbol{\alpha}_i^{(n)})}{\sum_{j=s_{t-1}^{k,(n)}}^{s_{t+1}^{k,(n-1)}} \omega_{jt}^{k,(n-1)} f_j(\bar{r}_i^t|\boldsymbol{\alpha}_j^{(n)})} & (1 \leq t < t'_k) \\ \dfrac{\omega_{i,t}^{k,(n-1)} f_i(\bar{r}_t^k|\boldsymbol{\alpha}_i^{(n)})}{\sum_{j=s_{t-1}^{k,(n)}}^{\bar{r}_{t+1}^{k}} \omega_{jt}^{k,(n-1)} f_j(\bar{r}_i^t|\boldsymbol{\alpha}_j^{(n)})} & (t = t'_k) \end{cases} \tag{36}$$

と表される．ただし，

$$\omega_{j,t}^{k,(n-1)} = \begin{cases} \pi_{1j}(\bar{z}_1^k)\pi_{js_2^{k,(n-1)}}(\bar{z}_2^k) & t=1 \\ \pi_{s_{t-1}^{k,(n)}j}(\bar{z}_{t-1}^k)\pi_{js_{t+1}^{k,(n-1)}}(\bar{z}_t^k) & 2 \leq t < t'_k \\ \pi_{s_{t'_k-1}^{k,(n)}j}(\bar{z}_{t'-1}^k)\pi_{j\bar{r}_{t'_k+1}^k}(\bar{z}_{t'}^k) & t = t'_k \end{cases} \tag{37}$$

である. 全ての k $(k = 1, \cdots, K)$ に対して，$t = 1$ より逐次，潜在変数 $s_t^{k,(n)}$ $(t = 1, \cdots, t'_k)$ を求める．

ステップ 5　パラメータ $\boldsymbol{\beta}^{(n)}$ の標本抽出

ステップ 5 では新基準健全度で定義されるマルコフ劣化ハザードモデルのパラメータ標本を抽出する．**ステップ 5** のアルゴリズムを説明するために，未知パラメータベクトル $\boldsymbol{\beta}$ から要素 β_{em} $(e = 1, \cdots, I-1; m = 1, \cdots, D)$ を除いた未知パラメータベクトルを $\boldsymbol{\beta}_{-em}$ と表す．このとき式より，$\boldsymbol{\beta}_{-em}$ を既知としたときの β_{em} の条件付き事後確率密度関数 $\tilde{\rho}(\beta_{em}|\boldsymbol{\beta}_{-em}, \bar{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{s})$ は，

$$\begin{aligned} &\tilde{\rho}(\beta_{em}|\boldsymbol{\beta}_{-em}, \bar{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{s}) \\ &\propto \prod_{i=1}^{e}\prod_{j=e}^{I}\prod_{k=1}^{K}\prod_{t=1}^{T^k}\Big\{\prod_{l=i}^{j-1}(\theta_l^k)^{\delta_{ij}^{tk}-\delta_{ie}^{tk}} \\ &\quad \sum_{h=i}^{j}\prod_{l=i,\neq h}^{h-1}\frac{1}{\theta_l^k-\theta_h^k}\exp(-\theta_h^k \bar{z}_t^k)\Big\}^{\delta_{ij}^{tk}} \\ &\quad \prod_{i=1}^{I-1}\exp\Big\{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{\beta}_i-\boldsymbol{\zeta}_i)\boldsymbol{\Sigma}_i^{-1}(\boldsymbol{\beta}_i-\boldsymbol{\zeta}_i)'\Big\} \\ &\propto \prod_{i=1}^{e}\prod_{j=e}^{I}\prod_{k=1}^{K}\prod_{t=1}^{T^k}\Big[\prod_{l=i}^{j-1}\{\exp(\beta_{em}\bar{x}_m^k)\}^{\delta_{ij}^{tk}-\delta_{ie}^{tk}} \\ &\quad \sum_{h=i}^{j}\prod_{l=i,\neq h}^{h-1}\frac{1}{\theta_l^k-\theta_h^k}\exp(-\theta_h^k \bar{z}_t^k)\Big]^{\delta_{ij}^{tk}} \\ &\quad \exp\Big\{-\frac{\sigma_e^{mm}}{2}(\beta_{em}-\hat{\zeta}_e^m)^2\Big\} \end{aligned} \tag{38a}$$

$$\hat{\zeta}_e^m = \zeta_e^m + \sum_{h=1,\neq m}^{D}(\beta_{eh}-\zeta_e^h)\sigma_{hm}^e \tag{38b}$$

と表すことができる．ただし，δ_{ie}^{tk}，δ_{ij}^{tk} は

$$\delta_{ie}^{tk} = \begin{cases} 1 & s_{t-1}^k = i = e \text{ のとき} \\ 0 & \text{それ以外のとき} \end{cases} \tag{39}$$

$$\delta_{ij}^{tk} = \begin{cases} 1 & s_{t-1}^k = i, s_t^k = j \text{ のとき} \\ 0 & \text{それ以外のとき} \end{cases} \tag{40}$$

となるダミー変数である．ζ_e^m は事前期待値ベクトル $\boldsymbol{\zeta}_e$ の第 m 要素であり，σ_e^{hm} は事前分散共分散行列 $\{\boldsymbol{\Sigma}_e^{-1}$ の第 (h,m) 要素である．また，$\sum_{h=1,\neq m}^{D}$ は 1 から D までの要素のうち m を除いた要素の総和を意味する．

このとき，$\boldsymbol{\beta}^{(n)} = (\beta_{11}^{(n)}, \cdots, \beta_{I-1D}^{(n)})$ を以下の手順でランダムサンプリングする．

・ステップ 5-1　$\tilde{\rho}(\beta_{11}^{(n)}|\boldsymbol{\beta}_{-11}^{(n-1)}, \bar{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{s}^{(n-1)})$ から $\beta_{11}^{(n)}$ を乱数発生する．

・ステップ 5-2　$\tilde{\rho}(\beta_{12}^{(n)}|\boldsymbol{\beta}_{-12}^{(n-1)}, \bar{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{s}^{(n-1)})$ から $\beta_{12}^{(n)}$ を乱数発生する．

⋮

・ステップ 5-(I-1)D　$\tilde{\rho}(\beta_{I-1D}^{(n)}|\boldsymbol{\beta}_{-(I-1D)}^{(n-1)}, \bar{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{s}^{(n-1)})$ から $\beta_{I-1D}^{(n)}$ を乱数発生する．

なお，ギブスサンプリングを行うためには $(I-1)\times D$ 個の条件付き事後確率密度関数 $\tilde{\rho}(\beta_{em}^{(n)}|\boldsymbol{\beta}_{-em}^{(n-1)}, \bar{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{s}^{(n-1)})$ を求めることが必要となる．

ステップ 6　サンプリングの終了判定

以上で求めたパラメータ推計量の更新値 $\boldsymbol{\alpha}^{(n)}$，$\boldsymbol{\beta}^{(n)}$，潜在変数の更新値 $\boldsymbol{s}^{(n)}$ を記録する．$n < \overline{n}$ の場合，$n = n+1$ として，**ステップ 3** へ戻る．そうでない場合，アルゴリズムを終了する．なお，以上のアルゴリズムの初期段階においては，パラメータの初期値設定の影響が残存している．このため，シミュレーション回数 n が十分大きな値になるまでは，パラメータ標本の発生過程が定常過程に到達していないと考え，発生したパラメータ標本を除去することが望ましい．ここで，パラメータ標本として採用するシミュレーション回数 n の最小値を $\underline{n}$ と表す．すなわち，ギブスサンプリングで求めたサンプル $\boldsymbol{\alpha}^{(n)}$，$\boldsymbol{\beta}^{(n)}$ $(n = \underline{n}+1, \underline{n}+2, \cdots, \overline{n})$ を，事後確率密度関数 $\rho(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}|\bar{\boldsymbol{\xi}})$ からの標本と見なすこととする．したがって，これらの標本を用いて，パラメータベクトル $\boldsymbol{\alpha}$，$\boldsymbol{\beta}$ の事後分布に関する各種の統計量を計算することも可能となる．なお，ギブスサンプリングの定常性に関しては，Geweke 検定統計量[36]を用いて判断する．

ステップ 7　アルゴリズムの終了判定

パラメータの標本を未知パラメータ標本ベクトル $\boldsymbol{\alpha}^{(y)} = (\boldsymbol{\alpha}^{(\underline{n}+1)}, \cdots, \boldsymbol{\alpha}^{(\overline{n})})$，$\boldsymbol{\beta}^{(y)} = (\boldsymbol{\beta}^{(\underline{n}+1)}, \cdots, \boldsymbol{\beta}^{(\overline{n})})$ として記録する．$y < Y$ の場合，$y = y+1$ として，**ステップ 2** へ戻る．そうでない場合，アルゴリズムを終了する．

ステップ 8　BIC によるモデル比較

次式により $BIC^{(y)}$ $(y = 1, \cdots, Y)$ を算出する．

$$BIC^{(y)} = -2\ln\tilde{\mathcal{L}}^{(y)} + p^{(y)}\ln n \tag{41}$$

尤度 $\tilde{\mathcal{L}}^{(y)}$ は，記録した未知パラメータ標本ベクトル $\boldsymbol{\alpha}^{(y)}$，$\boldsymbol{\beta}^{(y)}$ から算出した期待値を用いて算出する．$p^{(y)}$ は，マクロ対応モデルを y としたときの，隠れマルコフ劣化ハザードモデルの未知パラメータの総数である．ただし，**5.(5)** で述べたように，尤度 $\tilde{\mathcal{L}}^{(y)}$ 算出の際には，潜在変数 s_t^k を確定値として定義する必要がある．そこで本研究では，潜在変数の確定値を以下のように

定義する[32),33)].

$$\boldsymbol{s}^{k,(y)} = \arg\max_{\boldsymbol{s}^k} \tilde{\mathcal{L}}^{(y)} \tag{42}$$

ただし，$\boldsymbol{s}^{k,(y)} = (s_1^{k,(y)}, \cdots, s_{t'_k}^{k,(y)})$ である．$BIC^{(y)}(y \in \Lambda)$ を最小にするときのマクロ対応モデル y を内包した隠れマルコフ劣化ハザードモデルを，本研究での最適モデルとして採用する．

(7) 事後分布に関する統計量

MCMC 法によって得られた標本に基づいて，パラメータベクトル $\boldsymbol{\alpha}$，$\boldsymbol{\beta}$ に関する統計的性質を分析することができる．MCMC 法を用いた場合，パラメータの事後確率密度関数 $\rho(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta} \mid \bar{\boldsymbol{\xi}}, \boldsymbol{s})$ を解析的な関数として表現することはできない．得られた標本を用いてノンパラメトリックに分布関数や密度関数を推計することとなる．いま，ギブスサンプリングから得られた標本を $(\boldsymbol{\alpha}^{(n)}, \boldsymbol{\beta}^{(n)})$ $(n = 1, \cdots, \bar{n})$ と表す．このうち，最初の $\underline{n}$ 個の標本は収束過程からの標本と考え，標本集合から除去する．その上で，パラメータ標本添え字集合を $\mathcal{M} = \{\underline{n}+1, \cdots, \bar{n}\}$ と定義する．このとき，パラメータベクトル $\boldsymbol{\alpha}$ および $\boldsymbol{\beta}$ のそれぞれの同時確率分布関数 $G(\boldsymbol{\alpha})$，$G(\boldsymbol{\beta})$ は，

$$G(\boldsymbol{\alpha}) = \frac{\sharp\{\boldsymbol{\alpha}^{(n)} \le \boldsymbol{\alpha}, n \in \mathcal{M}\}}{\overline{n} - \underline{n}} \tag{43}$$

$$G(\boldsymbol{\beta}) = \frac{\sharp\{\boldsymbol{\beta}^{(n)} \le \boldsymbol{\beta}, n \in \mathcal{M}\}}{\overline{n} - \underline{n}} \tag{44}$$

と表すことができる．ただし，$\sharp\{\ \}$ は，括弧 $\{\ \}$ 内の論理式が成立する未知パラメータサンプルの総数である．ギブスサンプリングで得られたパラメータ標本を用いて，様々な統計量を算出することができる．例えば，パラメータ $\boldsymbol{\beta}$ に着目すると，パラメータ $\boldsymbol{\beta}_i$ の事後分布の期待値ベクトル $\tilde{\boldsymbol{\zeta}}_i(\boldsymbol{\beta}_i)$，分散・共分散行列 $\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_i(\boldsymbol{\beta}_i)$ はそれぞれ

$$\begin{aligned}\tilde{\boldsymbol{\zeta}}_i(\boldsymbol{\beta}_i) &= \{\tilde{\zeta}(\beta_{i,1}), \cdots, \tilde{\zeta}(\beta_{i,D})\}' \\ &= \left\{ \sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}} \frac{\beta_{i,1}^{(n)}}{\overline{n}-\underline{n}}, \cdots, \sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}} \frac{\beta_{i,D}^{(n)}}{\overline{n}-\underline{n}} \right\}'\end{aligned} \tag{45}$$

$$\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_i(\boldsymbol{\beta}_i) = \begin{bmatrix} \tilde{\sigma}^2(\beta_{i,1}) & \cdots & \tilde{\sigma}(\beta_{i,1}\beta_{i,D}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\sigma}(\beta_{i,D}\beta_{i,1}) & \cdots & \tilde{\sigma}^2(\beta_{i,D}) \end{bmatrix} \tag{46}$$

と表される．ただし，

$$\tilde{\sigma}^2(\beta_{i,d}) = \sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}} \frac{\{\beta_{i,d}^{(n)} - \tilde{\zeta}(\beta_{i,d})\}^2}{\overline{n}-\underline{n}} \tag{47a}$$

$$\begin{aligned}&\tilde{\sigma}(\beta_{i,d_1}\beta_{i,d_2}) \\ &= \sum_{n=\underline{n}+1}^{\overline{n}} \frac{\{\beta_{i,d_1}^{(n)} - \tilde{\zeta}(\beta_{i,d_1})\}\{\beta_{i,d_2}^{(n)} - \tilde{\zeta}(\beta_{i,d_2})\}}{\overline{n}-\underline{n}}\end{aligned} \tag{47b}$$

である．また，ギブスサンプリングによる標本を用いて，パラメータ $\boldsymbol{\beta}$ の信用域を定義できる．例えば，パラメータ $\boldsymbol{\beta}$ の $100(1-2\varepsilon)\%$ 信用域は，標本順序統計量 $(\underline{\beta}_{i,d}^{\varepsilon}, \overline{\beta}_{i,d}^{\varepsilon})$ $(i = 1, \cdots, I-1; d = 1, \cdots, D)$

$$\underline{\beta}_{i,d}^{\varepsilon} = \arg\max_{\beta_{i,d}^{(n*)}} \left[\frac{\sharp\{\beta_{i,d}^{(n)} \le \beta_{i,d}^{(n*)}, n \in \mathcal{M}\}}{\overline{n}-\underline{n}} \le \varepsilon \right] \tag{48}$$

$$\overline{\beta}_{i,d}^{\varepsilon} = \arg\min_{\beta_{i,d}^{(n**)}} \left[\frac{\sharp\{\beta_{i,d}^{(n)} \ge \beta_{i,d}^{(n**)}, n \in \mathcal{M}\}}{\overline{n}-\underline{n}} \le \varepsilon \right] \tag{49}$$

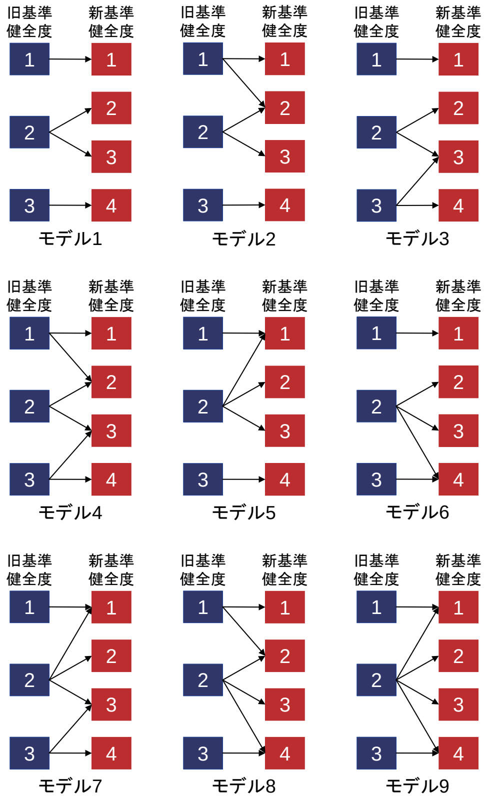
を用いて $\underline{\beta}_{i,d}^{\varepsilon} < \beta_{i,d} < \overline{\beta}_{i,d}^{\varepsilon}$ と定義できる．

6. 適用事例

(1) データベースの概要

本研究で提案した隠れマルコフ劣化ハザードモデルを，NEXCO 西日本が所管する高速道路のトンネル内に設置された灯具に対する点検データベースに適用した．灯具の材質として鋼製とステンレス製（以下，SUS 製）の 2 種類が存在する．鋼製灯具と SUS 製灯具の劣化進展機構や劣化速度は，物理的にも大きく異なることが経験的に知られている．また，1997 年から現在に至るまで，鋼製灯具から SUS 製灯具への設備更新が各トンネルにおいて進められている．したがって，本研究では，SUS 製灯具の点検データのみを用いることとする．分析対象としたトンネル照明の構造検査データ（NEXCO 西日本ではトンネル照明に関しては検査という用語を用いているが，本研究では，論文中の記述やこれまでの既往研究との整合性を図るために，以下では点検という用語を使用する）は，過去に実施された点検の結果のうち，電子データとして獲得できた 2005 年から 2012 年までに実施された一斉点検に基づくものである．ただし，この点検データベースでは 2009 年 4 月に判定基準が変更されており，変更時点を境に異なる判定基準を用いた点検データが混在している．灯具の劣化は**図–1**，**図–2** に示すように，旧基準では OK，B，A，AA の 4 段階，新基準では OK，C，B，A，AA の 5 段階の健全度で評価される．また，**2.(2)** で述べた通り本研究では，旧基準，新基準ともに健全度 A，AA を 1 つの健全度に統合し，さらに各健全度を同図に示す通り序数に置き換えて表示することとする．

本適用事例においては，旧基準健全度 2 が新基準健全度 2，3 に細分化されるという，対応関係のみが既知であるために，マクロ対応モデルはこの部分的情報を満たす 9 パターンが想定される．よってマクロ対応モデル集合 Λ の要素数は $Y = 9$ となる．**図–5** にマクロ対応モデルの候補を示す．**図–1** 同様，同図では，青色が旧基準健全度，赤色が新基準健全度を表し，矢印のパターンがマクロ対応モデルを表している．BIC を用



図–5 マクロ対応モデルの候補

いたモデル比較により，これらのマクロ対応モデルの中から最適マクロ対応モデルを決定する．

対象としたデータベースには，14,301 個の灯具に対する，合計 30,489 回の点検データが含まれている．そこから健全度ペアサンプルを作成する際，2 時点間において健全度が回復しているサンプル（以下，健全度回復サンプル）は除外する．しかし，旧基準データと新基準データの組によるサンプルの中には，与件とするマクロ対応モデルによって，健全度回復サンプルか否かの判断が異なる場合が存在する．例えば，旧基準健全度 2 から新基準健全度 1 へ推移するサンプルを考える．マクロ対応モデル 1 においては，旧基準健全度 2 は新基準健全度 2，もしくは 3 に変換される．このとき当該サンプルは，変換された新基準健全度 2，あるいは 3 から新基準健全度 1 への推移となり，いずれの場合も健全度回復サンプルとなる．しかし，マクロ対応モデル 5 においては，旧基準健全度 2 は新基準健全度 1，2 もしくは 3 に変換され，その後それぞれの健全度から新基準健全度 1 への推移となる．この場合には，健全度回復サンプルとならない可能性（新基準健全度 1 から 1）も有することになる．モデル比較を行うためには，全てのマクロ対応モデルにおいて，同一のデータベースを用いてモデルの推計を行い，BIC を算出する必要がある．そのため本研究では，想定しうるマクロ対応モデル全てにおいて，健全度回復サンプルとなり得ない

表–3 マクロ対応モデルと BIC

順位	モデル番号	BIC
1	8	30,241
2	2	30,259
3	9	31,684
4	4	34,037
5	6	37,121
6	5	37,122
7	1	37,150
8	7	37,534
9	3	37,554

サンプルのみを推計に用いる．以上から，合計 18,753 個のサンプルを作成し推計を行った．

(2) 最適マクロ対応モデルの決定

マクロ対応モデル 1〜9 について，マクロ対応モデル y を与件とし，隠れマルコフ劣化ハザードモデルの推計を行った．なお，ミクロ対応モデルの未知パラメータ $\boldsymbol{\alpha}$，隠れマルコフ劣化ハザードモデルの未知パラメータ $\boldsymbol{\beta}$ は，ベイズ推計により全て同時に推計されるが，ここでははじめに，$\boldsymbol{\alpha}$ について説明し，**6.(3)** で隠れマルコフ劣化ハザードモデルの推計結果について説明する．全てのマクロ対応モデルについて算出した BIC を**表–3** に昇順に示した．BIC 比較の結果，マクロ対応モデル 8 を BIC を最小とする最適マクロ対応モデルとして採用した．また，同モデルを最適マクロ対応モデルとした場合のミクロ対応モデルの推計結果を**表–4** に示す．同表から，旧基準健全度 1 と判定された灯具のうち，41%が新基準健全度 1 に，59%が新基準健全度 2 に対応していることが読み取れる．また，旧基準健全度 2 は 55%が新基準健全度 2 に，45%が新基準健全度 3 に，1.56×10^{-4}% が新基準健全度 4 に対応する．ここで，旧基準健全度 2 と新基準健全度 4 の関係に対応する健全度変換確率が極端に小さいことと，**表–3** に示した BIC もモデル 2 がモデル 8 の次に小さい値を取っていることから，旧基準健全度と新基準健全度の対応関係は，実質的にはモデル 2 と等価であると考えられる．ただし，その際，旧基準健全度 2 に対する健全度解釈の誤差が，厳密には存在することに留意する必要がある．**6.(3)** においては，モデル 8 を最適マクロ対応モデルとして，隠れマルコフ劣化ハザードモデルの推計結果を説明する．

推計結果から旧基準健全度 2 と判定された灯具のうち，55%が新基準健全度 2，すなわち初期段階の劣化状態に該当することが示された．NEXCO 西日本の管理基準においては，旧基準健全度 3，新基準健全度 4（健全度 A）を灯具の補修・更新計画の作成時期の目安と定めている．そのため，旧基準健全度 2 に該当する灯具のうち，初期段階の劣化状態の灯具以外，すなわち比

表–4 パラメータの推計結果（ミクロ対応モデル）

		新基準健全度			
		1(OK)	2(C)	3(B)	4(A, AA)
旧基準健全度	1(OK)	0.41 (0.39, 0.43) -0.01	0.59 (0.57, 0.61) 0.01	–	–
	2(B)	–	0.55 (0.53, 0.57) -0.03	0.45 (0.43, 0.47) 0.03	1.56×10^{-4} $(4.58 \times 10^{-8}, 6.96 \times 10^{-4})$ 0.08
	3(A, AA)	–	–	–	1

注) 各健全度ごとに，第 1 行はパラメータの期待値，第 2 行はパラメータ推計値の 90% 信用域の下限値と上限値，第 3 行は Geweke 検定統計量を表している．ただし，対応関係が確定的に与えられる要素は，サンプリングを行わないことから，90% 信用域，Geweke 検定統計量を算出していない．

表–5 パラメータの推計結果（隠れマルコフ劣化ハザードモデル）

新基準健全度 i	定数項 $\hat{\beta}_{i,1}$	入口からの距離 $\hat{\beta}_{i,2}$	勾配の絶対値 $\hat{\beta}_{i,3}$	健全度間期待寿命 ET^i[年]
1	-1.93 $(-1.97, -1.89)$ 0.01	-1.16 $(-1.29, -1.04)$ -0.03	–	8.7
2	-2.23 $(-2.29, -2.17)$ 0.02	–	0.21 (0.11, 0.30) -0.05	8.7
3	-2.85 $(-2.90, -2.81)$ 0.08	–	–	17.2

注) 各健全度ごとに，第 1 行はパラメータの期待値，第 2 行はパラメータ推計値の 90% 信用域の下限値と上限値，第 3 行は Geweke 検定統計量を表している．また，ET^i[年] は新基準健全度 i の健全度間期待寿命を表す．

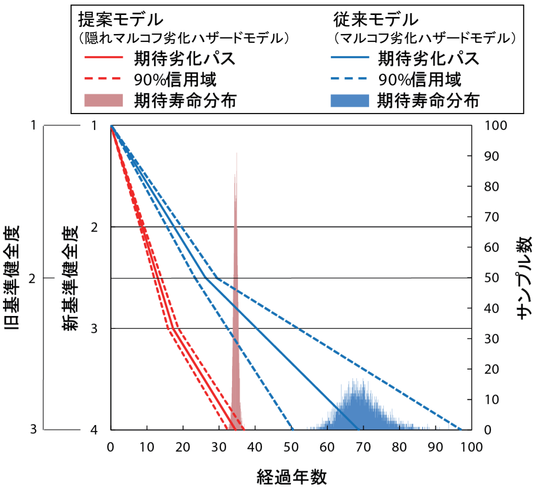
較的劣化の進展した状態の灯具については，予備的に補修・更新計画の検討を行う必要がある．旧基準においては，比較的劣化の進展した状態を，初期段階の劣化状態と同一に旧基準健全度 2 として獲得していた．一方，新基準においては初期段階の劣化状態を新基準健全度 2 として，また比較的劣化の進展した状態を新基準健全度 3 として別々に獲得している．マクロ対応モデルはそれらの対応関係を定量的に表現している．旧基準では旧基準健全度 2 と判定された灯具全てに対して，予備的な補修・更新計画を検討するか否かの判断が必要であったが，新基準においてはそのような灯具のうち，55%を計画検討の対象から除き，よりきめ細かな灯具の維持補修マネジメントを実施することが可能となる．このように，旧基準健全度と新基準健全度の対応関係をマクロ対応モデルによって表現することで，獲得された点検データを統合的に用いるだけでなく，新基準を導入した際の有効性を定量的に事後評価することが可能となる．

(3) 隠れマルコフ劣化ハザードモデルの推計結果

6. (1) で述べたデータベースを用いて，判定基準の変更を考慮した隠れマルコフ劣化ハザードモデルを推計した．特性変数に関しては，1）凍結防止剤散布回数，2）大型車交通量，3）交通量等級，4）トンネル入口から灯具設置場所までの距離（以下，入口からの距離），5）勾配の絶対値を候補として取り上げた．1）凍結防止剤散布回数，2）大型車交通量のような定量的な変数に関しては，最大値が 1 となるように基準化した．すなわち，これらの特性変数は $[0, 1]$ の値を取り得る．各マクロ対応モデルにおいて，特性変数の組み合わせの中から，まず，符号条件および Geweke 検定を満足する変数の組を選定し，BIC が最小となる変数の組を最適モデルとする．これによりマクロ対応モデルごとに最適な特性変数の組み合わせが存在することになる．今回の適用事例の最適マクロ対応モデルでは，上記の手順を経て，4）入口からの距離と 5）勾配の絶対値が特性変数として採用された．なお，本適用事例で採用された 2 種類の特性変数を要素とする特性変数ベクトル $\bar{\boldsymbol{x}}_t^k$ は，点検データの獲得時点によらず一定である．

以上のように推計した隠れマルコフ劣化ハザードモデルのパラメータの推計結果を**表–5** に示す．同表より，入口付近に設置された灯具の方が劣化の進展が速いこと，勾配の絶対値が大きいトンネルに設置された灯具の方が劣化の進展が速いことがわかる．さらに，同表には，健全度 i $(i = 1, \cdots, 3)$ にはじめて到達した時点から，劣化が進展して次の健全度に進むまでの期待期間長を表す健全度間期待寿命[1)]と呼び，

$$ET^i = \frac{1}{\theta_i} = \frac{1}{\exp(\boldsymbol{x}\hat{\boldsymbol{\beta}}')} = \frac{1}{\exp(\hat{\beta}_{i,1} + x_2\hat{\beta}_{i,2} + x_3\hat{\beta}_{i,3})} \tag{50}$$



図–6 期待劣化パスと信用域

と定義する．ここに，θ_i は健全度 i のハザード関数であり，記号「^」は推計値であることを意味する．同表では，入口からの距離，勾配の絶対値を対象とする全ての灯具の平均値に設定してハザード関数を算出し，健全度間期待寿命 ET^i を求めている．なお，MCMC 法を実施する際に，マルコフ連鎖が定常状態に到達するためのサンプル数として $\underline{n} = 10,000$ と設定した．本研究では $\bar{n} = 20,000$ と設定し，$\underline{n} = 10,000$ 個の標本を事後分布に収束する過程からの標本として除外し，残りの 10,000 個のパラメータ標本を用いて分析を行うこととした．**表–5** に示す通り，Geweke 検定統計量はいずれも 1.96 を下回っており，有意水準 5% でパラメータのランダムサンプリングが定常状態に収束したことを意味する収束仮説を棄却できないことがわかる．

表–5 のパラメータ推計結果を用いて，期待劣化パスを算出した．その結果を**図–6** に示す．同図には，入口からの距離，勾配の絶対値を，分析対象とした全ての灯具の平均値に設定したときのハザード関数を用いて算出した期待劣化パスを赤実線で示している．同図から管理限界である新基準健全度 4 に達するまでの期待寿命は約 35 年と読み取れる．また，**表–6** には，変更時点以前の点検で得られた旧基準データのみを用いた，マルコフ劣化ハザードモデルによるパラメータの推計結果を示している．この結果から得られた従来モデルによる期待劣化パスを**図–6** に併記し，青実線により示している．ただし，ここでは勾配の絶対値を特性変数として採用し，勾配の絶対値を分析対象とした全ての灯具の平均値に設定した期待劣化パスを算出している．一方，変更時点以降の点検で得られた新基準データに関しては，獲得期間およびサンプルの蓄積が不十分であったために，新基準データのみを用いた推計を行うことはできなかった．そのために，旧基準データのみを用いた劣化予測結果を従来モデルによる劣化予測結果

表–6 パラメータの推計結果（マルコフ劣化ハザードモデル）

旧基準健全度 m	定数項 $\hat{\beta}_{m,1}$	勾配の絶対値 $\hat{\beta}_{m,2}$	健全度間期待寿命 ET^m[年]
1	−3.65 (−3.71, −3.59) −0.01	0.86 (0.77, 0.96) 0.03	26.4
2	−4.53 (−4.83, −4.23) 0.01	1.79 (1.39,2.20) −0.01	42.4

注) 各健全度ごとに，第 1 行はパラメータの期待値，第 2 行はパラメータ推計値の 90% 信用域の下限値と上限値，第 3 行は Geweke 検定統計量を表している．ET^m[年] は旧基準健全度 m の健全度間期待寿命を表す．

表–7 データ種別とサンプル数

	事前健全度	事後健全度	該当サンプル数
ケース 1	旧基準	旧基準	6,163
ケース 2	新基準	新基準	6,894
ケース 3	旧基準	新基準	5,696
合計			18,753

と考えることとする．同図から従来モデルによる期待寿命は約 69 年となり，提案モデルと比較して期待寿命を過大評価していることがわかる．この点に関しては**表–9** で後述するように，新基準健全度で獲得された事前・事後点検データに劣化が進展したサンプルがごく少数しか含まれていなかったことが原因である．さらに，本研究で用いたベイズ推計の特徴として，パラメータの推計結果が分布（信用域）として得られる．よって，期待寿命も分布として得られることから，この分布を比較することにより，期待寿命の信頼性を評価することができる．同図には，従来モデルと提案モデルそれぞれについて，期待劣化パスの 90%信用域を点線で示し，期待寿命分布も併記している．期待劣化パスの 90%信用域上下限の差が，従来モデルでは約 47 年であったのに対し，提案モデルでは約 5 年となり信用域が縮小されていることが確認できる．さらに，期待寿命分布においても，従来モデルと比較すると，提案モデルの期待寿命分布は分散が小さく，期待寿命の信頼性が向上していることが読み取れる．

6. (1) で述べたデータベースには，変更時点以前の点検で得られた旧基準健全度，以降の点検で得られた新基準健全度の 2 種類の健全度が存在する．よって，データベース中のサンプルには，隣接する 2 時点の点検で得られる健全度（以下，事前健全度，事後健全度）のそれぞれの分類によって，**表–7** に示す 3 つのケースが存在する．同表では，それぞれのケースに該当するサンプル数の内訳を整理している．前述した期待寿命の信頼性向上の理由として，判定基準変更前後の全ての点検データを用いることにより，推計に使用するサンプル数が旧基準データのみの 6,163 個から 18,753 個へと，著しく増加したことが考えられる．また，**表–8** か

表–8 サンプル分布（ケース 1）

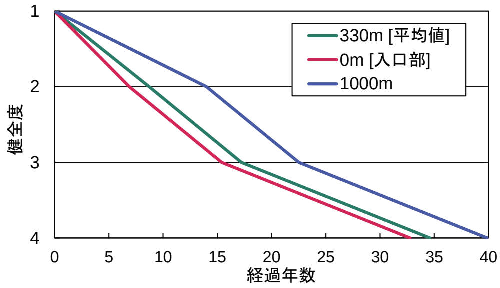
		事後健全度		
		1(OK)	2(C)	3(B)
事前健全度	1(OK)	3,748	2,260	130
	2(B)		22	1
	3(A,AA)			2

表–9 サンプル分布（ケース 2）

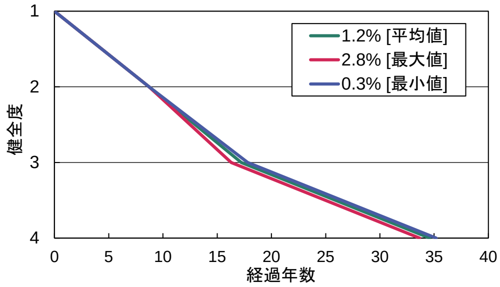
		事後健全度			
		1(OK)	2(C)	3(B)	4(A,AA)
事前健全度	1(OK)	3,699	0	0	0
	2(C)		947	0	0
	3(B)			1,659	16
	4(A,AA)				573

表–10 サンプル分布（ケース 3）

		事後健全度			
		1(OK)	2(C)	3(B)	4(A,AA)
事前健全度	1(OK)	512	947	1,952	652
	2(B)		0	1,102	397
	3(A,AA)			0	134



図–7 期待劣化パス（入口からの距離の影響）



図–8 期待劣化パス（勾配の影響）

ら**表–10** に各ケースにおける，健全度の推移パターンと該当サンプル数を整理し表記している．同表から読み取れる通り，**表–8**，**表–9** にはサンプルの分布に大きな偏りが見られる．しかし，本研究で提案する方法論を用いることで，**表–8**，**表–9** に示したサンプルを統合的に扱うことが可能となり，さらに**表–10** に示すケース 3 のサンプルも使用可能となり，サンプルの偏りを緩和することが可能となる．本研究では，ケース 3 に劣化の進展しているサンプルが多く含まれ，ケース 3 のサンプルを推計に用いることのできない従来モデルでは，上述のように寿命を過大評価したと考えることができる．一方で，提案モデルにおいては，これらの 3 種類のケースのサンプル全てを用いた結果，期待寿命の信頼性が向上したと考えられる．以上から，隠れマルコフ劣化ハザードモデルの提案により，従来は推計が困難，あるいは信頼性を担保できなかったデータに対しても，獲得された全てのデータを用いて，統一的な方法論により劣化予測結果を得ることができた．

さらに，本モデルにおいては，特性変数による期待寿命の変動を評価することが可能である．そこで本適用事例において採用した特性変数である，入口からの距離，勾配の絶対値が灯具の期待寿命に及ぼす影響を分析するために，**図–7** に入口からの距離が，330m（平均値），0m（入口部），1,000m に設置された灯具それぞれの期待劣化パスを示す．その際，勾配の絶対値は平均値に設定する．また，**図–8** には勾配の絶対値が，1.2%（平均値），0.3%（最小値），2.8%（最大値）のトンネルに設置された灯具それぞれの期待劣化パスを示す．その際，入口からの距離は平均値に設定する．同図から，トンネル入口からの距離が小さい程，劣化の進展が速くなり，トンネル入口部に設置されている灯具と，入口からの距離が 1,000m 前後の灯具では期待寿命に約 7 年の差異が存在することが理解できる．また，**図–8** から，勾配が大きいトンネルに設置されている灯具ほど，劣化の進展が速く，勾配の絶対値が最大，最小のトンネルに設置されている灯具間では，期待寿命に約 2 年の差異が存在することが理解できる．

上記の影響因子に関する考察として，入口からの距離に関しては，通常トンネルの外部のみで散布される凍結防止剤が車両の走行によりトンネル内に持ち込まれ，舞い上げられることが原因であると考えられる．また，勾配に関しては，下り勾配の場合，速度増加による凍結防止剤の舞い上がりが助長され，上り勾配の場合，アクセルの踏み込みによる排気ガスの増加が硫黄酸化物，窒素酸化物を含む煤煙を増加させ，灯具の劣化を速めていることが考えられる．なお，本適用事例においては大型交通量，凍結防止剤散布回数は有意な説明力を持たなかった．現場管理者の感覚としては両因子ともに，灯具の劣化の進展に影響を与えると考えられているが，対象となったトンネルは単一の路線内に隣接して位置しており，両者の値に大きな変動がなかったことから有意な説明力を持たない結果となった．一般的には重要な劣化要因であっても，対象エリアにおいてその変動が小さいときには，その影響が有意でないと判断される場合も存在する．

7. おわりに

本研究では，施設の管理期間内に判定基準が変更された事例を対象として，判定基準変更を考慮した隠れマルコフ劣化ハザードモデルを開発した．その際，新旧健全度変換モデルを定義し，旧基準健全度と新基準健全度の対応関係を定量化した．また，旧基準点検データと新基準点検データを同時に用いて，新基準健全度で定義されるマルコフ劣化ハザードモデルをベイズ推計する方法論を提案した．さらに，旧基準，あるいは新基準の点検データのみを用いると期待寿命を過大に評価してしまう事例として，高速道路トンネル内灯具の点検データを対象とした実証分析を行い，提案する隠れマルコフ劣化ハザードモデルの有用性を実証した．維持・補修マネジメントの目的は最適な補修や更新のタイミングを決定することである．したがって，健全度ランクの設定は，基本的には劣化段階に応じた補修工法のバリエーションに依存する．例えば，補修工法が1種類しか存在しない場合に，10段階の健全度ランクを設定しても実務的には意味がない．従前の健全度ランクもこのような観点から決定されたものであると考えれば，判定基準の変更は頻繁に起こり得ることではない．しかしながら，それでも新しい補修工法が開発されたり，予防的補修が積極的に実施されたりすることで，判定基準の変更が必要になるケースが想定される．本研究の成果を用いることで，そのようなときにこれまでに蓄積してきた点検データを除外することなく，管理者の意思決定を支援することが可能となる．

しかし，本研究で提案した隠れマルコフ劣化ハザードモデルに関して，今後に残された研究課題がいくつか存在する．第1に，適用事例の拡大があげられる．本研究の実証分析で獲得された知見は，対象とした灯具でのみ適用可能である．また，灯具以外に，RC床版や舗装などで判定基準が変更された事例が存在する．さらに，今後，判定基準の変更を検討している管理者も数多いと考えられる．開発した隠れマルコフ劣化ハザードモデルを様々な対象に適用し，個別ケースに対応可能となるように方法論を修正していくとともに，方法論に関して普遍的な知見を蓄積していくことが重要である．第2に，複数回判定基準が変更された事例に対応する必要がある．本研究では，過去に1度，判定基準が変更された事例を対象としたが，点検データの蓄積が進んでいるRC床版などでは，過去に複数回判定基準が変更された事例が存在する．このような事例に対応するためにはモデルの拡張が必要となる．第3に，マクロ対応モデルの絞り込み方法の開発があげられる．本適用事例においては旧基準健全度と新基準健全度の対応関係に関する事前情報が得られたため，マクロ対応モデルの候補数を絞り込むことができた．しかし，事前情報が得られない場合（例えば，目視による健全度判定から，センサー等を用いた健全度判定に変更するような場合），想定されうるマクロ対応モデル全てに関してモデル比較を行う必要があるが，評価段階数が多くなれば想定されるマクロ対応モデルは膨大な数になる．事前情報を用いる以外にもマクロ対応モデルを絞り込む方法が必要であると考えられる．第4に，マクロ対応モデルの選定を内包した隠れマルコフ劣化ハザードモデルの推計アルゴリズムの開発があげられる．本研究では，マクロ対応モデルを既知として，隠れマルコフ劣化ハザードモデルを推計した．そのため，最適マクロ対応モデルの選定とそれに対応した隠れマルコフ劣化ハザードモデルの特性変数ベクトルの選定において人的な作業が必要となっていた．この推計プロセスに，例えば，SSVS（Stochastic Search Variable Selection）モデル[37]などの確率的な変数選択法を組み込むことにより，提案モデル推計の自動化が可能となる．

本研究の一部は，総合科学技術・イノベーション会議のSIP（戦略的イノベーション創造プログラム）「インフラ維持管理・更新・マネジメント技術」（管理法人：JST）および日本学術振興会科学研究費助成事業「特別研究員奨励費」により実施された．ここに記して感謝の意を表する．

参考文献

1) 津田尚胤，貝戸清之，青木一也，小林潔司：橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.68-82，2005.
2) 貝戸清之，保田敬一，小林潔司，大和田慶：平均費用法に基づいた橋梁部材の最適補修戦略，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.83-96，2005.
3) 小林潔司，江口利幸，大井明，青木一也，貝戸清之，松村泰典：舗装構造の最適補修更新モデル，土木学会論文集E1，Vol.68，No.2，pp.54-68，2012.
4) 小林潔司，熊田一彦，佐藤正和，岩崎洋一郎，青木一也：サンプル欠損を考慮した舗装劣化予測モデル，土木学会論文集F，Vol.63，No.1，pp.1-15，2007.
5) Cambridge Systematics, Inc.: *Pontis release 4.4 Technical Manual*, 2005.
6) Cambridge Systematics, Inc.: *Pontis release 4.4 User's Manual*, 2005.
7) 杉崎光一，貝戸清之，小林潔司：目視検査周期の不均一性を考慮した統計的劣化予測手法の構築，構造工学論文集，土木学会，Vol.52A，pp.781-790，2006.
8) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.
9) Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.
10) 貝戸清之，熊田一彦，林秀和，小林潔司：階層型指数劣化ハザードモデルによる舗装ひび割れ過程のモデル化，土木学会論文集F，Vol.63，No.3，pp.386-402，2007.
11) 林秀和，貝戸清之，熊田一彦，小林潔司：競合的劣化ハザードモデル：舗装ひび割れ過程への適用，土木学会論文集D，Vol.65，No.2，pp.143-162，2009.
12) 小濱健吾，岡田貢一，貝戸清之，小林潔司：劣化ハザード

率評価とベンチマーキング，土木学会論文集 A，Vol.64，No.4，pp.857-874，2008.
13) 和合肇：ベイズ計量経済分析，マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用，東洋経済新報社，2005.
14) 津田尚胤，貝戸清之，山本浩司，小林潔司：ワイブル劣化ハザードモデルのベイズ推計法，土木学会論文集，No.798/VI-68，pp.125-136，2006.
15) 貝戸清之，小林潔司：マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推計，土木学会論文集 A，Vol.63，No.2，pp.336-355，2007.
16) 貝戸清之，小林潔司，青木一也，松岡弘大：混合マルコフ劣化ハザードモデルの階層ベイズ推計，土木学会論文集 D3，Vol.68，No.4，pp.255-271，2012.
17) 西日本高速道路株式会社：道路付属物点検 (施設) の手引き，2009.
18) 西日本高速道路株式会社：道路構造物点検要領，2006.
19) 小林潔司，貝戸清之，林秀和：測定誤差を考慮した隠れマルコフ劣化モデル，土木学会論文集 D，Vol.64，No.3，pp.493-512，2008.
20) Nam, L. T.，貝戸清之，小林潔司，起塚亮輔：ポアソン隠れマルコフ劣化モデルによる舗装劣化過程のモデル化，土木学会論文集 F4，Vol.68，No.2，pp.62-79，2012.
21) 小林潔司，貝戸清之，江口利幸，大井明，起塚亮輔：舗装構造の階層的隠れマルコフ劣化モデル，土木学会論文集 D3，Vol.67，No.4，pp.422-440，2011.
22) Diebolt, J. and Robert, C. P.: Estimation of finite mixture distributions through Bayesian sampling, *Journal of the Royal Statistical Society*, Series B, Vol.56, pp.363-375, 1994.
23) Titterington, D. M., Smith, A. F. M. and Makov, U. E.: *Statistical Analysis of Finite Mixture Distributions*, John Wiley & Sons, 1985.
24) Robert, C. P.: Mixtures of Distributions: Inference and Estimation, in: Gillks, W. R., Richardson, S. and Spiegelhalter, D. J. (eds.): *Markov Chain Monte Carlo in Practice*, Chapman & Hall, 1996.
25) Robert, C. P., Rydén, T. and Titterington, D. M.: Bayesian inference in hidden Markov models through the reversible jump Markov chain Monte Carlo method, *Journal of the Royal Statistical Society*, Series B, Vol.62, pp.57-75, 2000.
26) Dempster, A. P., Laird, N. M. and Rubin, D. B.: Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm, *Journal of the Royal Statistical Society*, Series B, Vol.39, pp.1-38, 1977.
27) Celeux, G., Hurn, M. and Robert, C. P.: Computational and inferential difficulties with mixture posterior distributions, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.95, pp.957-970, 2000.
28) Ibrahim, J. G., Ming-Hui, C. and Sinha, D.: *Bayesian Survival Analysis*, Springer Series in Statics, 2001.
29) Geman, S. and Geman, D.: Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the Bayesian restoration of images, *Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.6, pp.721-741, 1984.
30) Gelfand, A. E. and Smith, A. F. M.: Sampling-based approaches to calculating marginal densities, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.85, pp.398-409, 1990.
31) Schwarz, G.: Estimating the dimension of a model, *The Annals of Statistics*, Vol.6, No.2, pp.461-464, 1978.
32) Fraley, C. and Raftery, A. E.: How many clusters? Which clustering method? Answers via model-based cluster analysis, *The Computer Journal*, Vol.41, Issue 8, pp.578-588, 1998.
33) Forbes, F. and Peyrard, N.: Hidden Markov random field model selection criteria based on mean field-like approximations, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.25, No.9, pp.1089-1101, 2003.
34) 石原庸博，大森裕浩：非対称性のある多変量確率的ボラティリティ変動モデルのベイズ分析：東証業種別株価指数への応用，日本統計学会誌，第 41 巻，第 1 号，pp.123-153，2011.
35) Kitagawa, G.: Information criteria for the predictive evaluation of Bayesian models, *Communications in Statistics - Theory and Methods*, Vol.26, Issue 9, pp.2223-2246, 1997.
36) Geweke, J.: Evaluating the Accuracy of Sampling-based Approaches to the Calculation of Posterior Moments, in Bernardo, J. M., Berger, J. M., Dawid, A. P. and Smith, A. F. M. (eds.) :*Bayesian Statistics 4*, pp.169-193, Oxford University Press, 1996.
37) Chipman, H.: Bayesian variable selection with related predictors, *Canadian Journal of Statistics*, Vol.24, Issue 1, pp.17-36, 1996.

(2014. 6. 2 受付)

A HIDDEN MARKOV DETERIORATION HAZARD MODEL WITH CHANGE OF INSPECTION CRITERION

Daijiro MIZUTANI, Kiyoyuki KAITO, Kiyoshi KOBAYASHI, Eizo HIDESHIMA,
Yota YAMADA and Satoshi HIRAKAWA

In recent years, statistical deterioration prediction methods for infrastructures have been advanced rapidly. These methods mostly use inspection data evaluating the progression of deterioration with discrete soundness level. However, the criteria for judging soundness level regarding deterioration (hereinafter called judging criteria) may be changed during the service period of structures. In this case, conventional statistical deterioration prediction methods cannot be applied. In this study, the authors formulate a model for the relation between the soundness levels before and after the revision to the judging criteria, and propose a hidden Markov deterioration model as the model combined with a Markov deterioration model defined by the new standard soundness level after the revision to the judging criteria. In addition, the authors propose a method for conducting the Bayesian estimation of the above model with the MCMC method, and discuss the applicability and effectiveness based on the cases of applying it to tunnel luminaires.