

トンネル照明ランプの不点・光束減衰を考慮したリスクシミュレーションモデル

平川 恵士¹・小濱 健吾²・早矢仕 廉太郎³・貝戸 清之⁴

¹正会員 西日本高速道路株式会社 建設事業本部 建設事業部 施設建設課 (〒 530-0003 大阪市北区堂島 1-6-20)
E-mail: s.hirakawa.ab@w-nexco.co.jp

²正会員 大阪大学特任准教授 大学院工学研究科 NEXCO 西日本高速道路学共同研究講座 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-8)
E-mail: k-obama@civil.eng.osaka-u.ac.jp

³学生会員 大阪大学大学院 工学研究科 地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)
E-mail: r.hayashi@civil.eng.osaka-u.ac.jp

⁴正会員 大阪大学准教授 大学院工学研究科 地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)
E-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp

本研究では、トンネル全体を対象とする空間的な照度低下リスクを、照明ランプの 1) 不点、2) 光束減衰を考慮したシミュレーションによって評価する方法論を提案する。前者に関しては、個別の照明ランプの不点発生過程を不点発生確率が時間とともに増大するワイブル劣化ハザードモデルを用いて表現する。さらに、照明ランプの光束減衰過程を空間的照度分布モデルに組み込んで定式化する。その上で、モンテカルロシミュレーションによるトンネル内の視認性に関わるリスクシミュレーションモデルを提案する。これにより連続不点による局所的な照度低下の評価に加え、トンネル全体の視認性に関わるリスク評価が可能となる。最後に、実際のトンネル照明を対象とした点検データを用いた実証分析により、提案手法の有効性を実証的に検証する。

Key Words : *tunnel lamp, risk simulation, spatial illuminance distribution, Weibull hazard model*

1. はじめに

トンネル照明は道路状況、交通状況を的確に把握するための良好な視環境を確保し、道路交通の安全性を高めるとともに、円滑化を図ることを目的に設置される。管理者はトンネル内の良好な視環境を確保するために、定期的に目視点検や照度測定を実施している。定期点検の頻度を増やし、照明ランプの故障（以下、不点）を早期に発見することにより、トンネル内の視環境の確保が可能となる。しかしながら、高頻度の点検は点検費用の増加を招き、結果的に維持管理費用を増加させるため、維持管理業務の効率化にも配慮した最適な点検間隔を決定する必要がある。

現在、トンネル全体の明るさの把握を目的に、路面の水平面照度（以下、照度）が定期的に測定されている。路面の照度低下はトンネル内の視環境へ影響を及ぼすために、トンネル内の照度低下に直結する要因を分析し、将来的なトンネル内の視認性を評価することが重要となる。トンネル内の照度低下の要因の1つと考えられる不点に関して、照明ランプ個々の不点発生過程をワイブル劣化ハザードモデル¹⁾で表現し、不点発生予測を行うことにより不点リスクを評価する方法論が提案されている。また、早矢仕等²⁾は照明ランプと照度の関係を空間的相互作用を考慮した空間的照度分布

モデルで表現し、個々の照明ランプが供給する照度の大きさ、およびその範囲を分析することにより、不点発生時の照度低下リスクを評価している。一方で、照度は照明ランプの光束が減衰することによっても低下する。JIS等では、ランプ寿命として光束維持率が定義されているが、実際の運用によるランプの光束減衰過程の詳細については明らかにされていない。したがって、実際の照度測定を通して獲得されるデータ（以下、照度測定データ）に基づき個々の照明ランプの光束減衰過程を推定する必要があるが、照度測定データは測定地点周辺に設置された複数の照明ランプから供給される照度の総和であるために、個々の照明ランプが供給する照度を識別することは容易ではない。光束減衰による照度低下を考慮した上で、トンネル全体の空間的な照度分布を推定する方法論を構築し、個々の照明ランプの光束減衰過程、および照明ランプの空間的相互作用を同時に推定する必要がある。

以上の問題意識の下、本研究ではトンネル照明設備に対する最適な点検施策を決定するための方法論の確立を目的として、トンネル内の視認性に関わるリスク評価手法の構築を行う。具体的には、照明ランプの劣化過程である 1) 不点発生、2) 光束減衰をそれぞれ、ワイブル劣化ハザードモデル、光束減衰を考慮した空間的照度分布モデルで定式化する。その上で、モンテカ

ルシミュレーションにより、トンネル内の視認性に関わるリスク評価を実施する。以下、**2.**で本研究の基本的な考え方を述べる。**3.**で光束減衰を考慮した空間的照度分布モデルについて述べる。**4.**ではトンネル照明のリスクシミュレーションモデルについて説明する。最後に**5.**で実際のデータを用いた適用事例を示す。

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 既往研究の概要

トンネル照明設備の管理業務において考慮すべきリスクには、灯具の腐食劣化による落下と、照明ランプの不点、または照度低下による障害物視認性の低下がある。上述のリスクの中で、照明ランプの不点による障害物の視認性の低下に着目し、残存率（トンネル内の照明ランプの総数に対する不点となっていない照明ランプの数の比）をリスクマネジメント指標として用いた上で、点検・更新頻度が残存率とライフサイクル費用に及ぼす影響を分析した青木等の研究³⁾がある。青木等は、個々の照明ランプの不点発生過程をワイブル劣化ハザードモデル¹⁾により表現し、一連の照明ランプ群の使用時間分布をマルコフ推移確率を用いて表現している。さらに、二項分布により、点検間隔に応じた残存率の定常分布を表現し、残存率のVaR指標とライフサイクル費用を考慮した最適点検・更新モデルを提案している³⁾。本研究では、残存率では評価することができない連続不点による局所的な照度低下リスク（以下、空間的リスクと呼ぶ）を考慮するために、トンネル内の照度分布から算出される照度維持率（トンネル内の全区間数に対する管理基準照度を上回る区間数の比）をリスクマネジメント指標として提案する。

照度維持率を算出するために必要なトンネル内の照度分布を分析した既往研究として、早矢仕等²⁾の空間的照度分布モデルがあげられる。早矢仕等は、照度測定車によって定期的に獲得される照度測定データを用いて、各照明ランプの有する照度の大きさ、その影響範囲を算出している。さらに、トンネル照明設備の情報（照明ランプの種類、設置数、設置間隔など）を用いてトンネル内の照度分布を算出している。一方、空間的照度分布モデルの課題として、照明ランプの有する光束が時間の経過により減衰していく過程（光束減衰過程）を表現する必要があることを指摘している。本研究では、早矢仕等が提案した空間的照度分布モデルを進展させ、光束減衰を考慮した空間的照度分布モデルを提案し、トンネル内の照度分布をより精緻に分析する。

以上より、本研究では、トンネル照明設備の最適な点検施策のための方法論の確立を目的として、既往研究で提案されている残存率によるリスク評価だけでは

なく、照度維持率を用いたリスク評価を実施する。その際、照度維持率を算出するための照度分布を分析する手法として、光束減衰を考慮した空間的照度分布を提案する。筆者等の知る限り、トンネル照明設備のリスク評価として、照度維持率に着目した事例は見当たらない。

(2) 現在のリスクマネジメント指標とその問題点

障害物の視認性の低下を考慮する照明基準の1つに保守率⁴⁾がある。保守率は、トンネル照明の照度低下のリスクを設計時点で見込む係数であり、確保すべき照度（設計照度 E_t ）に対する新設時に見込む照度（初期照度 E_i ）との比で定義され、以下に示す4つの要素から構成される。

$$M = M_a \times M_f \times M_d \times M_w = \frac{E_t}{E_i} \quad (1)$$

M : 保守率

M_a : 光源の光束維持率

M_f : 光源の残存率

M_d : 照明器具の汚れによる部分保守率

M_w : 室内面の汚れによる部分保守率

式(1)において M_d , M_w は、照明器具によって照明される場（環境）に関わる要因である。これに関して平川等⁵⁾は、主に照明器具の汚れとそれによる照度低下に着目し、車両からの累積煤煙量から保守率を設定する手法を提案している。一方、光源の光束維持率 M_a 、および光源の残存率 M_f は、光源自身の特性に関わる要因であり、光束維持率についてはJISで定義されている定格寿命時の値が用いられている⁶⁾。しかしながら、JISの定格寿命が定められた試験方法によるものであること、照明ランプの劣化過程が点灯パターンなどの運用によって異なることから、現在一意的に用いられている光束維持率（JIS値）と現場での実績値との間に乖離があることが指摘されている。また、残存率については道路管理者がトンネル全体に対する照明ランプ交換数実績から設定されているが、トンネル全体に設置された照明ランプの個数による評価であることから、**図-1**に示すような空間的リスクを考慮できていないという課題がある。**図-1**は、照度測定データを用いてトンネル内の照度を図示したものであり、赤色破線は管理基準照度、赤丸は空間的なリスクが発生している地点を示している。このように、トンネル全体の平均照度は管理基準照度を上回っているものの、局所的に照度が大きく低下している区間が存在することがわかる。したがって、保守率に代わる新たなリスクマネジメント指標が必要とされている。

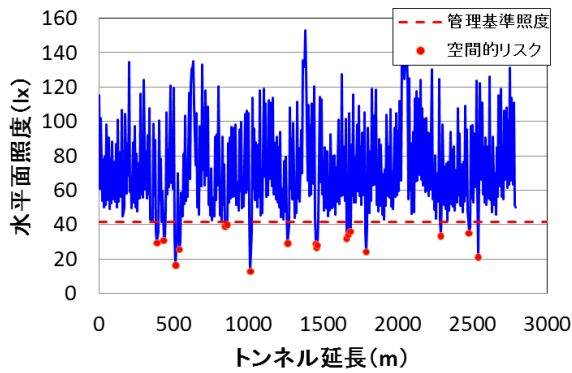


図-1 トンネル内の照度と空間的リスク

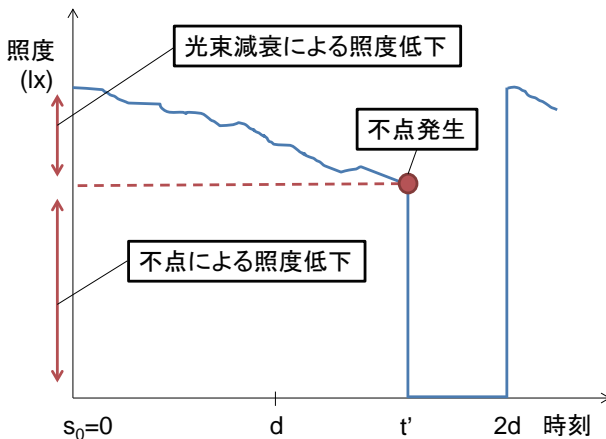


図-2 単一照明ランプが供給する照度の時間的変化

(3) 照度低下の要因

トンネル内の照度はトンネル内に設置された照明ランプによって供給される。したがって、照明ランプにより供給される照度の低下がトンネル内の照度低下に直結する。照明ランプは不点となるまで照度を供給するが、光束減衰により、供給する照度は時間の経過とともに低下していく。すなわち、トンネル内の照度低下を引き起こす要因として、個々の照明ランプの1) 不点、2) 光束減衰があげられる。図-2は、単一の照明ランプが供給する照度の時間的変化を示している。図中 $s_0 = 0$ を照明ランプ設置時刻とする。時間経過とともに光束減衰によって、照明ランプから供給される照度は減少していく。時刻 t' において、照明ランプが不点となると、その後、時刻 d ごとに実施される点検業務により照明ランプが更新されるまで、供給される照度は0となる。このように、照明ランプにより供給される照度は、時刻 t' までの照度低下に影響を与える光束減衰、および、照明ランプの不点時刻 t' によって定まる。本研究では、照明ランプの光束減衰と不点が独立に生じる事象であると考え、照明ランプの照度低下過程を光束減衰過程と不点発生過程に分けてモデル化する。照明ランプの光束減衰過程に関しては指数関数

と確率誤差項を用いて表現する。一方で、不点発生過程に関しては、生存時間解析として多くの分野で適用事例があり研究成果も豊富であるハザードモデル^{7)~9)}を用い、さらにその中でも、不点発生確率が時間とともに加速あるいは減速していく現象を表現することができるワイブル劣化ハザードモデルを用いてモデル化する。これにより、トンネル内の照明ランプの不点発生確率が使用時間に依存するか否かを同時に考慮した上で、モデル化することができる。なお、本研究においては照明ランプの初期不良については考慮していないことを断っておく。また、トンネル全体に供給される照度を考える際には、トンネル内に設置された全ての照明ランプの空間的影響を考慮しなければならない。したがって、照明ランプの空間的影響を空間的照度分布モデルによって表現する。以上のモデルを、点検業務によって獲得される不点履歴データ、照度測定データを用いて推定する。しかし、前述したように、照度測定データは測定地点周辺に設置された複数の照明ランプから供給される照度の総和であるために、個々の照明ランプの光束減衰過程を照度測定データから推定することは容易ではない。したがって、本研究では、不点履歴データを用いてワイブル劣化ハザードモデルを推定し、照度測定データを用いて光束減衰過程および空間的照度分布モデルを同時に推定する。これにより、個々の照明ランプが供給する照度の時間的変化、およびその空間的な影響範囲を算出することができ、リスクシミュレーションへとつなげることができる。

(4) リスクシミュレーションの概要

トンネル内の視認性のリスク評価を実施するためには、トンネル内の照度分布を算出する必要がある。照度分布は、トンネル内に設置された個々の照明ランプによって供給される照度をもとに、それらの空間的な影響を考慮した上で算出される。そのために、個々の照明ランプが有する使用時間や不点状態の情報だけではなく、空間的な位置情報も必要となる。照明ランプの状態推移の解析的な導出は、トンネル内に設置される照明ランプの個数が増大するにつれて組合せの数が爆発的に増加するために、現実的ではない。本研究では、個々の照明ランプの状態推移のサンプルパスをモンテカルロシミュレーションにより発生させ、その後、空間的な影響を考慮して照度分布を算出する。図-3に、本研究で実施するリスクシミュレーションの概要を示している。図-3に示すように、モンテカルロシミュレーションにより、 M 個の照明ランプ個々の状態が確定される。個々の状態の情報として、1) 照明ランプの使用時間、2) 不点の有無が含まれ、これらがワイブル劣化ハザードモデルによって算出される。続いて、これら

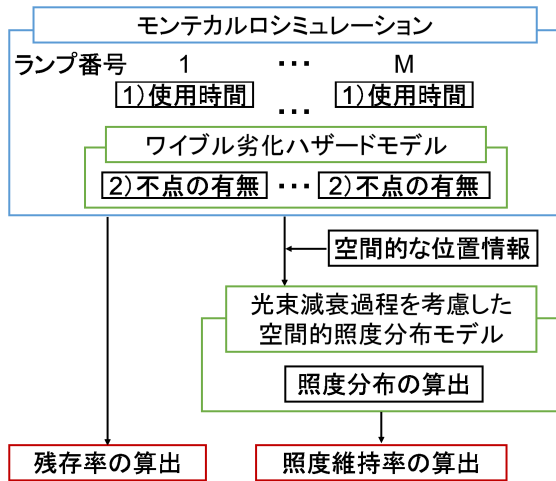


図-3 リスクシミュレーションの概要

の照明ランプ個々の状態に関する情報と空間的な位置情報を、光束減衰を考慮した空間的照度分布モデルに代入することにより、照度分布が算出される。さらに、本研究では、トンネル内照度分布に基づいて算出可能なリスクマネジメント指標である照度維持率を提案し、2つのリスクマネジメント指標、1) 残存率、2) 照度維持率を用いたリスク評価を実施する。

3. トンネル照明の照度分布

(1) モデル化の前提条件

トンネル照明には基本照明と入口照明の2種類がある。入口照明は、昼間のトンネル内外の明るさの差を緩和させることを目的に入口付近に設置されており、昼間のみ点灯している。基本照明はトンネル全体に等間隔に設置されており、昼夜に関係なく照度を供給している。本研究では基本照明によるトンネルの照明環境を対象とする。照度は、照度測定車によって定期的に測定される。照度測定車には、前方に3つの照度計が設置されており、道路横断方向の左側、中央、右側の照度をそれぞれ連続的に計測する。

対象とするトンネルに対し、時間軸上における同一時刻において同時に照度測定を実施する問題を考える。いま、カレンダー時間軸上に等間隔に設けられた離散的な時刻において点検を実施する管理業務を考える。以下、カレンダー時刻のことを時刻と呼ぶ。初期時刻 τ_0 に対象とするトンネルが新設され、トンネル照明の供用が開始されたと考える。いま、初期時刻 τ_0 を起点とし、無限遠に続く連続時間軸を導入する。さらに、照度測定時刻を $\tau_j (j = 1, \dots, J)$ と表現する。ここに、添え字 j は j 回目の照度測定が実施される時刻を表し、 τ_0 は初期時刻と一致する。

図-4に示すように、トンネル延長が L のトンネルに

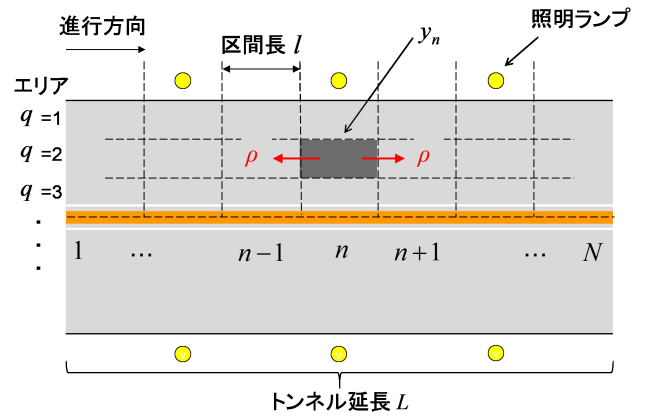


図-4 トンネルの照明環境

対して、区間長 l によってトンネル全体を N 区間に分割する。ある区間 n (進行方向を考え、入口から出口に向かって $n = 1, \dots, N$ とする) における照度 y_n は、照度測定車により測定された区間 n における平均照度を用いる。ただし、前述したように照度測定車は道路横断方向の左側、中央、右側の照度をそれぞれ計測するために、1車線に対して3つの照度が測定されることになる。そこで、図-4に示すように、1車線を3つの区間に分け、細分化した区間を進行方向左側(対面通行の場合、上り進行方向左側)から $q = 1, \dots, 3Q$ とする。 Q はトンネル内の総車線数とし、また、 n で示される区間と区別するために、 q で示される区間をエリアと呼ぶことにする。以下では任意のエリア q に着目し、各照明ランプが区間 n に与える照度を分析する。また、煩雑さを避けるために、当面の間、エリア q に関する添え字は省略する。また、照明ランプが路面に供給する照度を次のように簡略化して表現する。1) 照明ランプは存在する当該区間のみ照度を供給する。2) 照明ランプが当該区間以外に供給する照度に関しては、当該区間に供給する照度を一定比率減少した値とする。3) 照度の減少比率は、距離に対して指数関数的であるとする。したがって、ある区間 n における照度 y_n は、両隣の区間の照度 y_{n-1}, y_{n+1} 、区間 n における照明ランプが供給する照度、および照度の減少比率によって規定される。

(2) 空間的照度分布モデル

照度測定データは照度の測定地点周辺に設置された照明ランプ全てによって供給される照度の総和である。したがって、個々の照明ランプの照度が獲得されるわけではないために、個々の照明ランプの照度との関係を表すことができない。そこで個々の照明ランプと照度の関係を、空間的自己回帰モデル¹⁰⁾(以下、空間的照度分布モデル)を用いて表現し、個々の照明ランプ

の光束減衰過程を推定する。ここでは、光束減衰を考慮した空間的照度分布モデルを定式化するに先立って、読者の便宜を図るために、空間的照度分布モデル²⁾について簡単に述べる。

照明ランプと照度の関係を空間的照度分布モデルを用いて表現する。区間 n における照度は、隣接区間 $n-1$ と $n+1$ の照度が区間 n に供給する照度、および当該区間の照明ランプが供給する照度によって表される。したがって、区間 n における照度 y_n は、両隣の区間の照度 y_{n-1} , y_{n+1} を用いて、

$$y_n = \rho y_{n-1} + \rho y_{n+1} + \sum_{k=1}^K x_n^{p,k} \beta_k^p + \eta_n \quad (2)$$

と表せる。ただし、 $x_n^{p,k}$ は、区間 n の特性を表現する特性変数であり、照明ランプの種類を $p(p=1, \dots, P)$ 、車線の種類を $k(k=1, \dots, K)$ としたときに、

$$x_n^{p,k} = \begin{cases} 1 & \text{特性 } p, k \text{ を満たす照明ランプがある} \\ 0 & \text{特性 } p, k \text{ を満たす照明ランプがない} \end{cases} \quad (3)$$

となるダミー変数である。また、 ρ は照度の減少比率を示す空間的自己相関パラメータ、 β_k^p は特性変数 $x_n^{p,k}$ に対する未知パラメータ、 η_n は誤差項であり正規分布 $\mathcal{N}(0, \psi^2)$ に従う。

(3) 光束減衰を考慮した空間的照度分布モデル

照明ランプの光束は、使用時間に応じて、劣化や煤煙の付着によって減衰する。そのために、個々の照明ランプが供給する照度は時間とともに低下していく。光束減衰の程度を示す指標として、照明ランプ設置時の光束に対する現時点の光束の比で表される光束維持率⁴⁾がある。光束維持率は、その定義より、使用時間 $s=0$ において1の値をとり、使用時間 $s=\infty$ において0の値をとる。また、照明ランプの光束は照明運用方法、周囲温度、電源電圧等の影響を受けて変化するため、光束維持率は時間に対して必ずしも単調減少にはならない。したがって、光束の減衰過程を光束維持率の時間変化としてモデル化するに際し、指数関数と確率誤差項を用いて、

$$z^{p,s}(\omega_p) = \exp(-\gamma_0^p s \gamma_1^p) + \varepsilon^{p,s} \quad (4)$$

と表現する。ここで、 $\omega_p = (\gamma_0^p, \gamma_1^p, \phi_p)$ であり、 γ_0^p は形状パラメータ、 γ_1^p は加速度パラメータであり、 $\varepsilon^{p,s}$ は正規分布 $\mathcal{N}(0, \phi_p^2)$ に従う誤差項である。また、照明ランプ設置時点の光束 $z^{p,0}(\omega_p) = 1$ を満たすために、 $\varepsilon^{p,0} = 0$ とする。式(4)で示される照明ランプの光束減衰を考慮すると、 j 回目の点検において測定された区間 n における照度 y_n^{Tj} は、 j 回目の点検時における各照明ランプの使用時間を $s_{n,j}^{p,k}$ (以下、煩雑さを避けるため

に添え字を省略して s と表記する) として、

$$y_n^{Tj} = \rho y_{n-1}^{Tj} + \rho y_{n+1}^{Tj} + \sum_{p=1}^P z^{p,s}(\omega_p) \sum_{k=1}^K x_n^{p,k} \beta_k^p + \eta_n^{Tj} \quad (5)$$

$$z^{p,s}(\omega_p) = \exp(-\gamma_0^p s \gamma_1^p) + \varepsilon^{p,s} \quad (6)$$

と表すことができる。ここで、

$$A_p^s(\omega_p) = \exp(-\gamma_0^p t \gamma_1^p) \quad (7a)$$

$$B_p^n(\beta_p) = \sum_{k=1}^K x_n^{p,k} \beta_k^p \quad (7b)$$

$$\{\beta_p = (\beta_1^p, \dots, \beta_K^p)\}$$

とおくと、式(5)を

$$y_n^{Tj} = \rho y_{n-1}^{Tj} + \rho y_{n+1}^{Tj} + \sum_{p=1}^P \{A_p^s(\omega_p) + \varepsilon^{p,s}\} B_p^n(\beta_p) + \eta_n^{Tj} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow y_n^{Tj} - \rho(y_{n-1}^{Tj} + y_{n+1}^{Tj}) - \sum_{p=1}^P A_p^s(\omega_p) B_p^n(\beta_p) \\ = \sum_{p=1}^P \varepsilon^{p,s} B_p^n(\beta_p) + \eta_n^{Tj} \end{aligned} \quad (9)$$

と変形することができる。いま、 $\varepsilon^{p,s}$ が正規分布 $\mathcal{N}(0, \phi_p^2)$ に従い、 η_n^{Tj} が正規分布 $\mathcal{N}(0, \psi^2)$ に従うことにより、 $\sum_{p=1}^P \varepsilon^{p,s} B_p^n(\beta_p) + \eta_n^{Tj}$ は正規分布 $\mathcal{N}(0, \sum_{p=1}^P \{B_p^n(\beta_p)\}^2 \phi_p^2 + \psi^2)$ に従う。

j 回目の照度測定によって、区間 $n(n=1, \dots, N)$ に対する観測値ベクトル $\bar{\xi}_n^j = \{\bar{y}_n^{Tj}, \bar{\mathbf{x}}_n, \bar{\mathbf{s}}_{n,j}\}$ が観測されるとする。ただし、 $\bar{\mathbf{x}}_n = (\bar{x}_n^{1,1}, \dots, \bar{x}_n^{P,K})$ 、 $\bar{\mathbf{s}}_{n,j} = (\bar{s}_{n,j}^{1,1}, \dots, \bar{s}_{n,j}^{P,K})$ である。このとき、 J 回の照度測定によって、観測値ベクトル $\bar{\xi} = (\bar{\xi}_1^1, \dots, \bar{\xi}_N^J)$ が観測される尤度は、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\theta|\bar{\xi}) \propto \prod_{j=1}^J \prod_{n=1}^N \frac{1}{\sqrt{\sum_{p=1}^P \{B_p^n(\beta_p)\}^2 \phi_p^2 + \psi^2}} \\ \exp \left\{ \frac{-1}{2 \left[\sum_{p=1}^P \{B_p^n(\beta_p)\}^2 \phi_p^2 + \psi^2 \right]} \right. \\ \left. \cdot \left[y_n^{Tj} - \rho(y_{n-1}^{Tj} + y_{n+1}^{Tj}) - \sum_{p=1}^P A_p^s(\omega_p) B_p^n(\beta_p) \right]^2 \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

となる。ただし、未知パラメータベクトルを $\theta = (\omega, \beta, \rho, \psi)$ 、 $\omega = (\omega_1, \dots, \omega_P)$ 、 $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_P)$ とする。特性変数ベクトル $\bar{\mathbf{x}}_n$ に対応する未知パラメータベクトル β 、および誤差項に関する未知パラメータ ψ はエリアごとに異なる値をとる。一方、光束減衰過程の未知パラメータベクトル ω 、および空間的自己相関パラメータ ρ はエリアによらず同一の値をとる。したがって、エリア q に関する添え字を省略せず、エリア q において

観測される観測値ベクトルを $\bar{\xi}_q$, 未知パラメータベクトルを $\theta_q = (\omega, \beta_q, \rho, \psi_q)$ と表記する. さらに, トンネル全体の観測値ベクトルを $\bar{\Xi} = (\bar{\xi}_1, \dots, \bar{\xi}_{3Q})$, 未知パラメータベクトルを $\Theta = (\omega, \beta_1, \dots, \beta_{3Q}, \rho, \psi_1, \dots, \psi_{3Q})$ とすれば, トンネル全体で観測値ベクトル $\bar{\Xi}$ が観測される尤度 $\mathcal{L}(\Theta|\bar{\Xi})$ は,

$$\mathcal{L}(\Theta|\bar{\Xi}) \propto \prod_{q=1}^{3Q} \mathcal{L}(\theta_q|\bar{\xi}_q) \quad (11)$$

となる.

(4) ベイズ推定の概要

空間的自己回帰モデルの推定手法においては, 従来最尤法が適用されることが一般的であった¹⁰⁾. しかし, 現実のアセットマネジメントの場面では, 限られた点検データしか入手できない場合が少なくない. 限られた点検データに基づいて空間的自己回帰モデルを最尤法により推定した場合, 最尤推定量が不偏性を満足せず, 推定量に系統的なバイアスが生じる可能性がある. そこで本研究では, 空間的照度分布モデルに対して, マルコフ連鎖モンテカルロ法¹¹⁾ (以下, MCMC法)を利用したベイズ推定を行う. ベイズ推定は事前情報を活用できるために, 限られた点検データであっても最尤推定した場合と比較してより実現象に近い推定結果が得られるという利点がある. また, ベイズ推定は他の推定法と同様に推定量の信用域について検討することが可能であり, リスクマネジメントへの展開も容易である. 一般的なベイズ推定手法では, パラメータの事前分布と, 観測情報に基づいて定義される尤度関数を用いて, パラメータの事後分布を推定する. ここで, 未知パラメータベクトル Θ が確率変数で, 事前確率密度関数 $\pi(\Theta)$ に従うと仮定する. 照度測定データ $\bar{\Xi}$ が与件であるときに, 未知パラメータベクトル Θ の同時事後確率密度関数 $\pi(\Theta|\bar{\Xi})$ はベイズの定理より,

$$\pi(\Theta|\bar{\Xi}) \propto \mathcal{L}(\Theta|\bar{\Xi})\pi(\Theta) \quad (12)$$

と近似でき, 事前確率密度関数 $\pi(\Theta)$ と尤度関数 $\mathcal{L}(\Theta|\bar{\Xi})$ により, 表すことができる.

(5) 事後分布の定式化

事前確率密度関数 $\pi(\Theta)$ は,

$$\begin{aligned} \pi(\Theta) &= \pi(\omega, \rho, \beta_1, \dots, \beta_{3Q}, \psi_1, \dots, \psi_{3Q}) \\ &= \pi(\gamma_0^1, \gamma_1^1, \phi_1, \dots, \gamma_0^P, \gamma_1^P, \phi_P, \rho, \\ &\quad \beta_1, \dots, \beta_{3Q}, \psi_1, \dots, \psi_{3Q}) \\ &= \pi(\gamma)\pi(\phi)\pi(\rho) \prod_{q=1}^{3Q} \pi(\beta_q)\pi(\psi_q) \end{aligned} \quad (13)$$

と展開できる. ただし, $\gamma = (\gamma_0^1, \gamma_1^1, \dots, \gamma_0^P, \gamma_1^P)$, $\phi = (\phi_1, \dots, \phi_P)$ である. 式(13)の未知パラメータベ

クトル $\gamma, \phi, \rho, \beta_q, \psi_q$ の事前確率密度関数をそれぞれ以下のように設定する. はじめに, γ の事前確率密度関数 $\pi(\gamma)$ としては多次元正規分布を用いる. すなわち, $\gamma \sim \mathcal{N}(\gamma_0, \Sigma_{\gamma_0})$ である. 同様に, 光束減衰モデルの確率誤差項の標準偏差 ϕ の事前確率密度関数 $\pi(\phi)$ を正規分布 $\phi \sim \mathcal{N}(\phi_0, \Sigma_{\phi_0})$, β_q の事前確率密度関数 $\pi(\beta_q)$ を正規分布 $\beta_q \sim \mathcal{N}(\beta_0^q, \Sigma_{\beta_0^q})$, ρ の事前確率密度関数 $\pi(\rho)$ を正規分布 $\mathcal{N}(\rho_0, P_0)$, 空間的照度分布モデルの確率誤差項の標準偏差の事前確率密度関数 $\pi(\psi_q)$ を正規分布 $\mathcal{N}(\psi_0^q, \Psi_0^q)$ に従う確率変数とする. なお, 添え字0はハイパーパラメータであることを表す. 以上から, 同時事後確率密度関数は式(12)に式(13)を代入することにより,

$$\begin{aligned} \pi(\Theta|\bar{\Xi}) &\propto \mathcal{L}(\Theta|\bar{\Xi}) \\ &\cdot \exp\left\{-\frac{1}{2}(\gamma - \gamma_0)' \Sigma_{\gamma_0}^{-1}(\gamma - \gamma_0)\right\} \\ &\cdot \exp\left\{-\frac{1}{2}(\phi - \phi_0)' \Sigma_{\phi_0}^{-1}(\phi - \phi_0)\right\} \\ &\cdot \exp\left\{-\frac{1}{2P_0}(\rho - \rho_0)^2\right\} \\ &\cdot \prod_{q=1}^{3Q} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\beta_q - \beta_0^q)' \Sigma_{\beta_0^q}^{-1}(\beta_q - \beta_0^q)\right\} \\ &\cdot \exp\left\{-\frac{1}{2\Psi_0^q}(\psi_q - \psi_0^q)^2\right\} \end{aligned} \quad (14)$$

と表すことができる.

(6) 同時事後確率密度関数の推定

空間的照度分布モデルの同時事後確率密度関数 $\pi(\Theta|\bar{\Xi})$ を求めるために, 条件付き事後確率密度関数を利用するギブスサンプリング¹¹⁾を用いる. 未知パラメータベクトル $\beta_{all} = (\beta_1, \dots, \beta_{3Q})$, $\psi = (\psi_1, \dots, \psi_{3Q})$ とおくと, ここでは, 各未知パラメータベクトル $\gamma, \phi, \rho, \beta_{all}, \psi$ を, 他のパラメータ値を既知とした条件付き事後確率密度関数を用いて, 式(14)を算出する. なお, ギブスサンプリングにおける各パラメータの条件付き事後確率密度関数の算出に際しては, 事後分布から直接サンプリングすることが困難なために, それぞれに対してメトロポリス・ヘイスティング法¹¹⁾ (以下, MH法)を用いる.

はじめに空間的照度分布モデルの各パラメータの条件付き事後確率密度関数を利用して同時事後確率密度関数を算出する. 式(14)より, $\phi, \rho, \beta_{all}, \psi$ を既知とした時の γ の条件付き事後確率密度関数 $\pi(\gamma|\phi, \rho, \beta_{all}, \psi, \bar{\Xi})$ は,

$$\begin{aligned} \pi(\gamma|\phi, \rho, \beta_{all}, \psi, \bar{\Xi}) &\propto \mathcal{L}(\Theta|\bar{\Xi}) \\ &\cdot \exp\left\{-\frac{1}{2}(\gamma - \gamma_0)' \Sigma_{\gamma_0}^{-1}(\gamma - \gamma_0)\right\} \end{aligned} \quad (15)$$

と表せる。また、 $\gamma, \rho, \beta_{all}, \psi$ を既知とした時の ϕ の条件付き事後確率密度関数 $\pi(\phi|\gamma, \rho, \beta_{all}, \psi, \Xi)$ は

$$\begin{aligned} & \pi(\phi|\gamma, \rho, \beta_{all}, \psi, \Xi) \\ & \propto \mathcal{L}(\Theta|\Xi) \\ & \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2}(\phi - \phi_0)' \Sigma_{\phi_0}^{-1}(\phi - \phi_0)\right\} \quad (16) \end{aligned}$$

と表せる。また、 $\gamma, \phi, \beta_{all}, \psi$ を既知とした時の ρ の条件付き事後確率密度関数 $\pi(\rho|\gamma, \phi, \beta_{all}, \psi, \Xi)$ は

$$\begin{aligned} & \pi(\rho|\gamma, \phi, \beta_{all}, \psi, \Xi) \\ & \propto \mathcal{L}(\Theta|\Xi) \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2P_0}(\rho - \rho_0)^2\right\} \quad (17) \end{aligned}$$

と表せる。また、 γ, ϕ, ρ, ψ を既知とした時の β_{all} の条件付き事後確率密度関数 $\pi(\beta_{all}|\gamma, \phi, \rho, \psi, \Xi)$ は

$$\begin{aligned} & \pi(\beta_{all}|\gamma, \phi, \rho, \psi, \Xi) \\ & \propto \prod_{q=1}^{3Q} \mathcal{L}(\theta_q|\Xi_q) \\ & \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2}(\beta_q - \beta_0^q)' \Sigma_{\beta_0^q}^{-1}(\beta_q - \beta_0^q)\right\} \quad (18) \end{aligned}$$

と表せる。また、 $\gamma, \phi, \beta_{all}, \rho$ が既知とした時の ψ の条件付き事後確率密度関数 $\pi(\psi|\gamma, \phi, \beta_{all}, \rho, \Xi)$ は

$$\begin{aligned} & \pi(\psi|\gamma, \phi, \beta_{all}, \rho, \Xi) \\ & \propto \prod_{q=1}^{3Q} \mathcal{L}(\theta_q|\Xi_q) \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2\Psi_0^q}(\psi_q - \psi_0^q)^2\right\} \quad (19) \end{aligned}$$

と表すことができる。

これらの条件付き確率密度関数に対して MH 法を用いてサンプリングを行い、式 (14) の同時事後確率密度関数を算出する。MH 法では事後分布（目標分布）からのサンプリングが難しい場合に、これを近似するような分布（提案分布）からサンプリングを行うと同時に目標分布と提案分布の差異を修正する。これらの操作をギブスサンプリングと同様の手順に従い繰り返したとき、十分に大きな繰り返し回数においてサンプリングされた標本は目標分布からランダムサンプリングされた標本とみなすことができる¹²⁾。

いま、目標分布を $\pi(\theta|\Xi)$ 、提案分布の確率密度関数を $q(\theta'|\theta^{(n-1)})$ と表す。提案分布を用いて n 回目のサンプリングで事後分布からの標本の候補として $q(\theta'|\theta^{(n-1)})$ に従う標本 θ' を発生させる。提案された標本 θ' は目標分布 $\pi(\theta|\Xi)$ からの標本でないために、その差を修正するために、確率

$$\varphi(\theta'|\theta^{(n-1)}) = \min\left[\frac{\pi(\theta'|\Xi)q(\theta^{(n-1)}|\theta')}{\pi(\theta^{(n-1)}|\Xi)q(\theta'|\theta^{(n-1)})}, 1\right] \quad (20)$$

に従って受容し、 $\theta^{(n)} = \theta'$ とする。また棄却された場合には $\theta^{(n)} = \theta^{(n-1)}$ とする。

本研究ではランダムウォーク MH 法を用いて、式 (15) ~ (19) の各条件付き確率密度関数からサンプリングを

行う。はじめに、 $\pi(\gamma|\phi, \rho, \beta_{all}, \psi, \Xi)$ のサンプリングにおいて、 n 回目の候補を、

$$\gamma' = \gamma^{(n-1)} + \mathcal{N}(0, \nu\mathbf{I}) \quad (21)$$

で表されるランダムウォークにより発生させる。なお、 $\mathcal{N}(0, \nu\mathbf{I})$ は 0 ベクトルを平均、 $\nu\mathbf{I}$ を分散共分散行列とした多次元正規分布であり、 $\nu = (\nu_1, \nu_2, \dots)$ はステップ幅を定めるパラメータベクトル、 \mathbf{I} は単位行列を表す。このとき、提案分布の確率密度 q は $(\gamma', \gamma^{(n-1)})$ に関して対称となるために、ランダムウォークにより発生させた候補 γ' は確率

$$\begin{aligned} & \varphi(\gamma', \gamma^{(n-1)}) \\ & = \min\left[\frac{\pi(\gamma'|\phi^{(n-1)}, \beta_{all}^{(n-1)})}{\pi(\gamma^{(n-1)}|\phi^{(n-1)}, \beta_{all}^{(n-1)})}, \frac{\rho^{(n-1)}, \psi^{(n-1)}, \Xi}{\rho^{(n-1)}, \psi^{(n-1)}, \Xi}, 1\right] \quad (22) \end{aligned}$$

で受容される。実際の数値計算では区間 $[0, 1]$ で定義される一様分布 $\mathcal{U}(0, 1)$ から、一様乱数 $u \sim \mathcal{U}(0, 1)$ を発生させ、 $\gamma^{(n)}$ を以下のルールに従い決定する。

$$\gamma^{(n)} = \begin{cases} \gamma^{(n-1)} & u > \varphi \\ \gamma' & u \leq \varphi \end{cases} \quad (23)$$

$\pi(\phi|\gamma, \rho, \beta_{all}, \psi, \Xi)$ 、 $\pi(\rho|\gamma, \phi, \beta_{all}, \psi, \Xi)$ 、 $\pi(\beta_{all}|\gamma, \phi, \rho, \psi, \Xi)$ 、 $\pi(\psi|\gamma, \phi, \rho, \beta_{all}, \Xi)$ についても、同様の方法でサンプリングを行う。以下に具体的な推定手順を示す。

Step1

事前分布のパラメータ値 $\gamma_0, \Sigma\gamma_0, \phi_0, \Sigma\phi_0, \rho_0, \beta_0^q, \Sigma\beta_0^q, P_0, \psi_0^q, \Psi_0^q$ を任意に設定する。また、未知パラメータ $\Theta = [\gamma, \phi, \rho, \beta_{all}, \psi]$ の初期値 $\Theta^{(0)} = (\gamma^{(0)}, \phi^{(0)}, \rho^{(0)}, \beta_{all}^{(0)}, \psi^{(0)})$ を任意に設定する。初期値の影響はサンプリング回数の増加とともに薄れる。よって、初期値は定常状態に収束した後のサンプリングに影響を与えない。

Step2-1

サンプリング回数 n の未知パラメータの部分ベクトル $\gamma^{(n)}$ を $\pi(\gamma|\phi^{(n-1)}, \rho^{(n-1)}, \beta_{all}^{(n-1)}, \psi^{(n-1)}, \Xi)$ からランダムウォーク MH 法によりサンプリングする。

Step2-2

サンプリング回数 n の未知パラメータの部分ベクトル $\phi^{(n)}$ を $\pi(\phi|\gamma^{(n)}, \rho^{(n-1)}, \beta_{all}^{(n-1)}, \psi^{(n-1)}, \Xi)$ からランダムウォーク MH 法によりサンプリングする。

Step2-3

サンプリング回数 n の未知パラメータの部分ベクトル $\rho^{(n)}$ を $\pi(\rho|\gamma^{(n)}, \phi^{(n)}, \beta_{all}^{(n-1)}, \psi^{(n-1)}, \Xi)$ からランダムウォーク MH 法によりサンプリングする。

Step2-4

サンプリング回数 n の未知パラメータの部分ベクトル $\beta_{all}^{(n)}$ を $\pi(\beta_{all}|\gamma^{(n)}, \phi^{(n)}, \rho^{(n)}, \psi^{(n-1)}, \dot{\Xi})$ からランダムウォーク MH 法によりサンプリングする。

Step2-5

サンプリング回数 n の未知パラメータの部分ベクトル $\psi^{(n)}$ を $\pi(\psi|\gamma^{(n)}, \phi^{(n)}, \rho^{(n)}, \beta_{all}^{(n)}, \dot{\Xi})$ からランダムウォーク MH 法によりサンプリングする。

Step3

十分大きな \underline{n} に対して $n > \underline{n}$ ならば $\Theta^{(n)} = (\gamma^{(n)}, \phi^{(n)}, \rho^{(n)}, \beta_{all}^{(n)}, \psi^{(n)})$ を記録する。

Step4

$n = \bar{n}$ ならば計算を終了する。 $n < \bar{n}$ ならば $n = n + 1$ として **Step2** に戻る。

十分大きな \underline{n} に対して、このようなマルコフ連鎖が定常状態に達していると考えれば、ランダムウォーク MH 法を用いたサンプリングによる $\Theta^{(n)} (n = \underline{n} + 1, \underline{n} + 2, \dots, \bar{n})$ のサンプリングは式 (12) に示した同時事後確率密度関数 $\pi(\Theta|\dot{\Xi})$ からのサンプリングと等しくなる。したがって、サンプリングによって得られるこれらの標本 $\Theta^{(n)} (n = \underline{n} + 1, \underline{n} + 2, \dots, \bar{n})$ を用いて、パラメータベクトル $\Theta = [\gamma, \phi, \rho, \beta_{all}, \psi]$ の同時事後確率密度関数に関する統計量を計算することが可能となる。

(7) 事後分布に関する統計量

MCMC 法によって得られた標本に基づいて、パラメータベクトル $\Theta = [\gamma, \phi, \rho, \beta_{all}, \psi]$ に関する推定値を決定することができる。いま、MCMC 法により得られた標本を $\Theta^{(n)} = (\gamma^{(n)}, \phi^{(n)}, \rho^{(n)}, \beta_{all}^{(n)}, \psi^{(n)}) = (\Theta_1^{(n)}, \Theta_2^{(n)}, \dots, \Theta_U^{(n)}) (n = 1, \dots, \bar{n})$ と表すこととする。なお、 $U = KP + P + 1 + KP \times 3Q + 3Q$ である。このうち、最初の \underline{n} 個を事後分布への収束過程からの標本と考え、標本集合から除去する。その上で、パラメータの標本添字集合を $\mathcal{M} = \{\underline{n} + 1, \dots, \bar{n}\}$ と定義する。このとき、パラメータ Θ の同時確率分布関数 $G(\Theta)$ は、

$$G(\Theta) = \frac{\#\{\Theta^{(n)} \leq \Theta, n \in \mathcal{M}\}}{\bar{n} - \underline{n}} \quad (24)$$

と表すことができる。ただし、 $\#\{\Theta^{(n)} \leq \Theta, n \in \mathcal{M}\}$ は論理式 $\Theta^{(n)} \leq \Theta, n \in \mathcal{M}$ が成立するサンプルの総数である。また、パラメータ Θ の事後分布の期待値ベクトル $\tilde{\zeta}(\Theta)$ は、

$$\begin{aligned} \tilde{\zeta}(\Theta) &= (\tilde{\zeta}(\Theta_1), \dots, \tilde{\zeta}(\Theta_U))' \\ &= \left(\sum_{n=\underline{n}+1}^{\bar{n}} \frac{\Theta_1^{(n)}}{\bar{n} - \underline{n}}, \dots, \sum_{n=\underline{n}+1}^{\bar{n}} \frac{\Theta_U^{(n)}}{\bar{n} - \underline{n}} \right)' \quad (25) \end{aligned}$$

と表される。また、ギブスサンプリングによる標本を用いて、パラメータ Θ の信用域を定義できる。 $100(1 - 2\kappa)\%$ 信用域は、標本順序統計量 $(\underline{\Theta}_u^\kappa, \bar{\Theta}_u^\kappa) (u =$

$1, \dots, U)$

$$\underline{\Theta}_u^\kappa = \arg \max_{\Theta_u} \left\{ \frac{\#\{\Theta_u^{(n)} \leq \Theta_u^*, n \in \mathcal{M}\}}{\bar{n} - \underline{n}} \leq \kappa \right\} \quad (26a)$$

$$\bar{\Theta}_u^\kappa = \arg \min_{\Theta_u^*} \left\{ \frac{\#\{\Theta_u^{(n)} \geq \Theta_u^*, n \in \mathcal{M}\}}{\bar{n} - \underline{n}} \leq \kappa \right\} \quad (26b)$$

を用いて $\underline{\Theta}_u^\kappa < \Theta_u < \bar{\Theta}_u^\kappa$ と定義できる。

MCMC 法では、初期パラメータ値 $\Theta^{(0)}$ が不変分布である事後分布からの標本である保証はない。ギブスサンプリングで発生させた \bar{n} 個のサンプルのうち、最初の \underline{n} 個の標本 $\Theta^{(n)} (n = 1, \dots, \underline{n})$ を事後分布に収束する過程からのサンプリングと考える。その上で、第 $\underline{n} + 1$ 回以降の標本を取り上げる。 $\underline{n} + 1$ 以降の標本が、不変分布である事後分布からの標本であるかを Geweke の方法¹³⁾を用いて仮説検定を試みる。

4. リスクシミュレーションモデル

(1) モデル化の前提条件

時間軸上における同一時刻において、対象とするトンネルに設置された照明ランプを同時に点検・更新するような問題を考える。いま、カレンダー時間軸上に等間隔に設けられた離散的な時刻において点検を実施し、照明ランプが不点となっている場合には照明ランプの更新を同時に実施するような管理業務を考える。初期時刻 t_0 に対象とするトンネルが新設され、トンネル照明の供用が開始されたと考える。また、合計で M 個の照明ランプがトンネル照明として使用されているとする。いま、初期時刻 t_0 を起点とし、無限遠に続く連続時間軸を導入する。さらに、点検・更新時刻を

$$t_j^d = jd \quad (j = 0, 1, \dots) \quad (27)$$

と表現する。ここに、添え字 $j (j = 0, 1, \dots)$ は点検・更新間隔 d において j 回目の点検・更新が実施される時刻を表し、 t_0^d は初期時刻と一致する。点検・更新間隔 d は政策変数である。いま、 M 個の照明ランプを設置位置により区別するために、照明ランプ番号 $m (m = 1, \dots, M)$ を導入する。その上で、区間 n 、車線 k に設置されている照明ランプを

$$\tilde{m}_{n,k} = \begin{cases} m & \text{照明ランプ } m \text{ が設置されているとき} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases} \quad (28)$$

により表現する。また、時刻 t における区間 n 、車線 k の照明ランプ $\tilde{m}_{n,k}$ の使用時間を $s_{\tilde{m}_{n,k}}(t)$ 、不点状態をダミー変数 $\delta_{\tilde{m}_{n,k}}(t)$ を用いて、

$$\delta_{\tilde{m}_{n,k}}(t) = \begin{cases} 1 & \text{照明ランプが不点のとき} \\ 0 & \text{照明ランプが不点でないとき} \end{cases} \quad (29)$$

と表す. このとき, $\tilde{m}_{n,k} = 0$ の場合には, 区間 n , 車線 k に照明ランプが設置されていないために, $s_0(t) = 0$, $\delta_0(t) = 1$ とする. さらに, 照明ランプの不点発生過程は時間依存性を有するワイブル劣化ハザードモデル (付録 I) に従い, 照明ランプ $\tilde{m}_{n,k}$ の使用時間 $s_{\tilde{m}_{n,k}}(t)$ における生存確率が $\tilde{F}_{\tilde{m}_{n,k}}(s_{\tilde{m}_{n,k}}(t))$ であると仮定する. 一方, 照明ランプの光束減衰過程については, 時刻 t における照明ランプ $\tilde{m}_{n,k}$ の使用時間 $s' = s_{\tilde{m}_{n,k}}(t)$ を用いて

$$z^{p,s'}(\hat{\omega}_p) = \exp(-\hat{\gamma}_0^p s'^{\hat{\gamma}_1^p}) + \hat{\varepsilon}^{p,s'} \quad (30)$$

と表す. ただし, $\hat{\omega}_p$ は 3.(3) において説明したモデルのパラメータ推定値である. 本研究では式 (29) の不点の状態は照明ランプの不点発生過程と, 式 (30) で表される光束減衰過程によって決定されることとする. 時刻 t における照度分布を算出するためには, 区間 n に設置されている照明ランプ m それぞれに対して, 不点状態 $\delta_{\tilde{m}_{n,k}}(t)$, 使用時間 s' の情報が必要となる. トンネル内の照度分布の変化は, 照明ランプの不点状態, および使用時間による光束減衰がもたらす照度低下が, トンネル内部全体において空間的に絡み合う複雑な現象であり, 解析的に分析することが現実的ではない. したがって, 本研究では, モンテカルロシミュレーションにより, 個別の照明ランプの不点・点検・更新過程のサンプルパスを発生させることによって, 照度分布を算出するために必要な情報の推移パスを獲得する. その後, 個別に発生させたサンプルパスを統合することにより, トンネル内全体の照度分布を算出する.

(2) リスクシミュレーションモデル

サンプルパスは, 不点・点検・更新過程として起こり得る 1 つの確定的パスを表している. いま, 照明ランプ $\tilde{m}_{n,k}$ の不点・点検・更新過程のサンプルパスが $r(r = 1, \dots, R)$ に確定したとする. ただし, R はサンプルパスの目標個数である. サンプルパス r 上の時刻 t における区間 n の照明ランプ $\tilde{m}_{n,k}$ の使用時間, および不点状態は, 4.(1) において示したようにそれぞれ s'^r , $\delta_{\tilde{m}_{n,k}}^r(t)$ と表すことができる. 使用時間 s'^r は, 時刻 t_j^d に実施される点検によって照明ランプが更新された場合に 0 にリセットされる. このとき, 時刻 t におけるエリア q の照度 $\mathbf{Y}_q(t) = (y_{1,q}(t), \dots, y_{N,q}(t))'$ を, 式 (8) を変形することにより

$$\mathbf{Y}_q(t) = (\mathbf{I} - \hat{\rho}\mathbf{W})^{-1}\mathbf{C}^t(\hat{\theta}_q) + \hat{\eta}_q \quad (31)$$

$$\mathbf{C}^t(\hat{\theta}_q) = (c_1^t(\hat{\theta}_q), \dots, c_N^t(\hat{\theta}_q))' \quad (32)$$

$$c_n^t(\hat{\theta}_q) = \sum_{p=1}^P \{A_p^{s'^r}(\hat{\omega}_p) + \hat{\varepsilon}^{p,s'^r}\} B_{p,q}^n(\hat{\beta}_{p,q}) \quad (33)$$

と定義する. 式中, $\hat{\theta}_q = (\hat{\omega}, \hat{\beta}_q, \hat{\rho}, \hat{\psi}_q)$ は 3.(3) において説明したパラメータ推定値, \mathbf{I} は N 行 N 列の単位行

列, \mathbf{W} は要素 $w_{i,j}(i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, N)$ を

$$\omega_{i,j} = \begin{cases} 1 & i = j \pm 1 \\ 0 & i \neq j \pm 1 \end{cases} \quad (34)$$

とする空間的自己相関構造行列である. $\hat{\varepsilon}^{p,s'^r}(p = 1, \dots, P)$ はそれぞれ正規分布 $\mathcal{N}(0, \hat{\phi}_p^2)$ から抽出し, $\hat{\eta}_q = (\hat{\eta}_{1,q}, \dots, \hat{\eta}_{1,N})'$ は正規分布 $\mathcal{N}(0, \hat{\psi}_q^2)$ から抽出する. また, 照明ランプ供用開始時点での区間 n , エリア q に供給される照度 $B_{p,q}^n(\hat{\beta}_{p,q})$ は, 観測値ベクトル $\hat{\mathbf{x}}_n$, 不点状態 $\delta_{\tilde{m}_{n,k}}^r(t)$ を用いて

$$B_{p,q}^n(\hat{\beta}_{p,q}) = \sum_{k=1}^K \{ \hat{\mathbf{x}}_n^{p,k} \hat{\beta}_{k,q}^p \} \{ 1 - \delta_{\tilde{m}_{n,k}}^r(t) \} \quad (35)$$

と表すことができる. 以上の式によりサンプルパス r 上の区間 n , エリア q の照度 $y_{n,q}^{d,r}(t)$ を算出することにより, 点検間隔 d の下での照度の期待値は

$$y_{n,q}^d(t) = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^R y_{n,q}^{d,r}(t) \quad (36)$$

と表すことができる.

(3) シミュレーション手順

4.(2) で示したモンテカルロシミュレーションの手順の詳細を述べる. なお, 読者の便宜を図るために, 図-5 にフローチャートを示す. 併せて参照されたい.

Step1

サンプルパスの番号を $r = 1$ に設定する. サンプルパスの目標個数 R , 点検間隔 d , シミュレーション時間 T を設定する. $j = 0$ とする.

Step2

時刻 $t = jd$ とし, 照明ランプ $\tilde{m}_{n,k}$ の使用時間 s'^r , および生存確率 $\tilde{F}_{\tilde{m}_{n,k}}(s'^r)$ を計算する. 各照明ランプに対して, 一様分布 $\mathcal{U}(0, 1)$ から発生させた乱数 u を用いて判定される照明ランプの不点の有無と, 式 (30) により算出される照明ランプの光束維持率を用いて以下のように時刻 t における不点状態 $\delta_{\tilde{m}_{n,k}}^r(t)$ を確定する.

$$\delta_{\tilde{m}_{n,k}}^r(t) = \begin{cases} 1 & u > \frac{\tilde{F}_{\tilde{m}_{n,k}}(s'^r)}{\tilde{F}_{\tilde{m}_{n,k}}(s'^r - d)} \\ & \text{または, } z^{p,s'^r}(\hat{\omega}_p) < 0 \text{ のとき} \\ 0 & \text{それ以外のとき} \end{cases} \quad (37)$$

Step3

式 (31)~式 (35) を用いて照度 $\mathbf{Y}_q^{d,r}(t)$ を算出する. 時刻 t における照明ランプの不点状態 $\delta_{\tilde{m}_{n,k}}^r(t)$ を記録した後, すべての照明ランプの不点状態を $\delta_{\tilde{m}_{n,k}}^r(t) = 0$ とし, 不点により取り替えられた照明ランプの使用時間 s'^r を 0 とする.

Step4

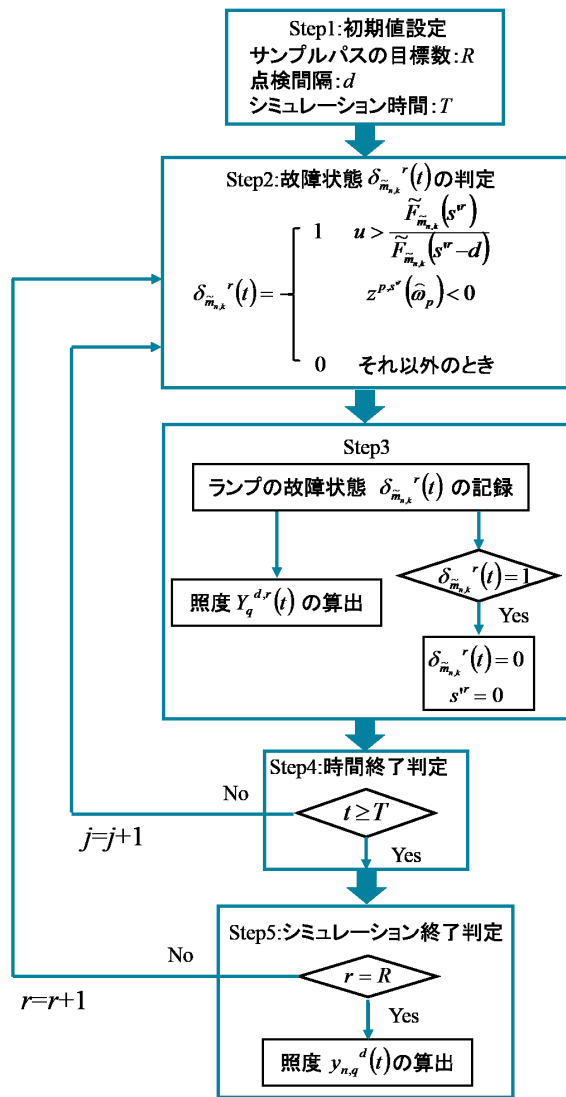


図-5 リスクシミュレーションフロー

$t \geq T$ であればStep5へ、そうでなければ $j = j+1$ として Step2へ戻る。

Step5

$r = R$ であれば式(36)を用いて区間 n , エリア q の照度 $y_{n,q}^d(t)$ 算出して、シミュレーションを終了する。そうでなければ、 $r = r+1$ として Step2へ戻る。

(4) リスクマネジメント指標

本研究では、トンネル照明の点検・更新のためのリスクマネジメント指標として、照明ランプ更新のための不点リスクを考慮した「残存率」と、照度が管理基準以上で維持される区間をトンネル全体の比率で示す「照度維持率」を考える。

a) 不点リスクのマネジメント指標

シミュレーションにより、点検間隔 d におけるサンプルパス r 上の、照明ランプ $\tilde{m}_{n,k}$ に関する不点状態

$\delta_{\tilde{m}_{n,k}}^r(t)$ を得ることができる。このとき、サンプルパス r 上のトンネル照明の残存率 $\pi^{d,r}(t)$ は

$$\pi^{d,r}(t) = \sum_{m=1}^M \frac{M - \delta_m^r(t)}{M} \quad (38)$$

として与えられ、さらに、残存率の期待値は

$$\pi^d(t) = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^R \pi^{d,r}(t) \quad (39)$$

となる。

b) 照度維持率の算定

事前設定した管理基準照度 y_{st} (以下、管理照度)を上回る区間数の、トンネル内の全区間数に対する比を、照度維持率と定義する。サンプルパス r 上の照度測定時刻 d における区間 n , エリア q の照度 $y_{n,q}^{d,r}$ は、照明ランプ $\tilde{m}_{n,k}$ に関する使用時間 s^r , 不点状態 $\delta_{\tilde{m}_{n,k}}^r(t)$ を空間的照度分布モデルに入力することにより算出される。サンプルパス r 上のトンネル内の照度維持率は、

$$\chi^{d,r}(t) = \frac{\#(y_{st} \leq y_{n,q}^{d,r}, n \in N, q \in 3Q)}{3NQ} \quad (40)$$

と表すことができる。ただし、 $\#(y_{st} \leq y_{n,q}^{d,r}, n \in N, q \in 3Q)$ は論理式 $y_{st} \leq y_{n,q}^{d,r}, n \in N, q \in 3Q$ が成立するサンプルの総数である。さらに、照度維持率の期待値は、

$$\chi^d(t) = \frac{1}{R} \sum_{r=1}^R \chi^{d,r}(t) \quad (41)$$

となる。

5. 適用事例

(1) 適用事例の概要

本研究では、第1種第3級の暫定2車線対面通行トンネル(総延長2,794m)に設置された照明ランプを対象とする目視点検、照度測定のための実証分析を実施する。トンネル照明の諸元は、対称照明方式、向き合せ配列、照明光源(基本照明:高圧ナトリウムランプ、非常駐車帯:蛍光灯)、照明灯具の設置間隔12.5m、照明灯具の設置高さ4.8mである。

ワイブル劣化ハザードモデルの推定には、2004年7月から2012年5月の期間において獲得された照明ランプの不点履歴データを用いる。トンネル照明では、同じ種類のランプであっても1日当たりの点灯時間が異なる場合が多い。本研究で対象とする基本照明の光源である高圧ナトリウムランプにおいても、1日当たり24時間点灯と12時間点灯の2種類のランプが確認された。このような点灯方法の差異が、ランプの寿命に影響を及ぼす可能性がある。また、非常駐車帯照明の光源である蛍光灯に関しては、安全面の問題から不点が発生していても予防的に定期更新されている。そのため、蛍光灯に関しては期間内に不点の発生を確認できなかった。したがって、本研究においては、分析対象を

表-1 ワイブル劣化ハザードモデルの推定結果

事後分布 統計量	定数項 β_1	点灯時間 β_2	形状パラメータ α
推定値	-9.57	0.820	1.15
t-値	-31.6	4.36	38.5
対数尤度	-4,246		
尤度比	0.996		

点灯時間の異なる 2 種類の高圧ナトリウムランプに限定し、非常駐車帯照明に用いられる蛍光灯は除外する。このようにして整理された点検データの総数は 847 個である。

空間的照度分布を推定するための照度のデータは、2011 年 3 月と 9 月の夜間に照度測定車によって獲得されたものを用いる。照度測定データは、トンネル内で連続的に測定した照度に対して、1m 間隔で平均を取った値であるが、本研究では図-4 に示したように、ランプの設置エリアとランプのない隣接エリアとを等範囲で区別するために、区間長 l を 6.25m と設定し、区間の照度は区間内の照度の平均値を採用する。これにより、1 エリアに対する区間数は上り線、下り線でそれぞれ 448 区間となる。また、獲得された照度測定データの平均照度は 90.1(lx) であった。さらに、照度計による測定は 1 車線あたり 3 エリアであり、トンネル内の総車線数 $Q = 2$ から、横断面のエリア数は 6 となる。本研究で対象とするトンネルでは、非常駐車帯は上り線、下り線に対してそれぞれ 3 箇所配置されており、照明ランプが 2.2m 間隔で設置されている。不点については、照度測定と同時期に実施した点検と、前述したランプ更新によって確認されたものを不点として扱う。また、不点箇所に対しては、照明が設置されていない（照度が供給されていない）ものとして扱うこととする。

(2) ワイブル劣化ハザードモデルの推定結果

照明ランプの不点発生過程をワイブル劣化ハザードモデルで表現し、照明ランプに対する不点履歴データを用いてモデル推定を行う。ワイブル劣化ハザードモデルの詳細は参考文献¹⁾を参照されたいが、読者の便宜を図るために概要を付録 I に記載する。今回の推定では上述したように 847 個のサンプルデータを用いた。不点に影響を及ぼす因子として照明ランプの 1) 1 日当たりの点灯時間、2) 光源のタイプが考えられるが、前述したように、非常駐車帯照明に用いられている蛍光灯の不点履歴が獲得されなかったために、ワイブル劣化ハザードモデルの特性変数として、照明ランプの 1 日当たりの点灯時間のみを採用した。モデルの推定結果を表-1 に示す。表-1 には推定によって獲得された各パラメータの最尤推定値、t-値、対数尤度、尤度比を示

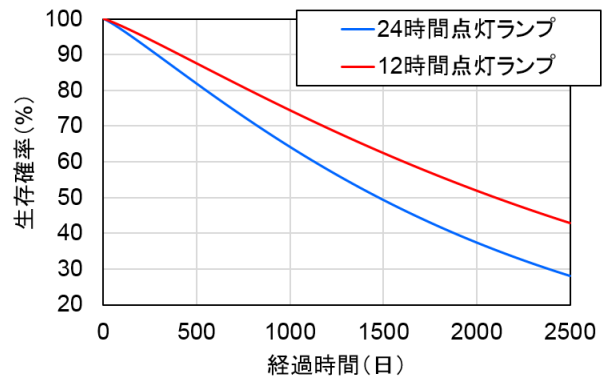


図-6 照明ランプ（高圧ナトリウムランプ）の生存関数

す。さらに推定したワイブル劣化ハザード関数に基づいて作成した高圧ナトリウムランプの点灯時間ごとの生存関数を図-6 に示す。図-6 より、12 時間点灯ランプよりも 24 時間点灯ランプの方が故障しやすく、それぞれの期待寿命（生存確率 50%）が 12 時間点灯ランプが約 2,100 日、24 時間点灯ランプが約 1,470 日という結果となった。

(3) 光束減衰を考慮した空間的照度分布モデルの推定結果

空間的照度分布モデルの特性変数として、照明ランプの種類 p （高圧ナトリウムであるか蛍光灯であるか）、車線 k （通行車線であるか反対車線であるか）の組合せによって表される特性を用いる。その際、式 (4) の光束減衰モデルにおいて照明ランプの種類数 P を、光源のタイプ（高圧ナトリウムと蛍光灯）のほかに 1 日当たりの点灯時間の違いによっても分類し、高圧ナトリウムは 24 時間点灯ランプ (24h) と 12 時間点灯ランプ (12h) の 2 種類、蛍光灯は 24 時間点灯の 1 種類であったことから、照明ランプの種類数を $P = 3$ とした。したがって、特性 (p, k) の組合せは

$$(p, k) \left\{ \begin{array}{l} (1, 1) \text{ 高圧ナトリウム (24h), 通行車線} \\ (1, 2) \text{ 高圧ナトリウム (24h), 反対車線} \\ (2, 1) \text{ 高圧ナトリウム (12h), 通行車線} \\ (2, 2) \text{ 高圧ナトリウム (12h), 反対車線} \\ (3, 1) \text{ 蛍光灯, 通行車線} \\ (3, 2) \text{ 蛍光灯, 反対車線} \end{array} \right. \quad (42)$$

となった。なお、着目しているエリア q を通行車線 ($k = 1$) と考え、通行車線側の照明ランプと反対車線 ($k = 2$) 側の照明ランプを区別していることに留意して欲しい。また、光源のタイプが同一であれば照明ランプ設置時点の光束は点灯時間の違いにかかわらず同一である。したがって、エリア q における特性変数に関する未知パラメータは、 $\beta_1^1 = \beta_1^2$, $\beta_2^1 = \beta_2^2$ であることから $\beta_q =$

表-2 空間的照度分布モデルの推定結果 (エリア $q=1\sim6$)

パラメータ	上り $q = 1$	上り $q = 2$	上り $q = 3$	下り $q = 4$	下り $q = 5$	下り $q = 6$
高圧ナトリウム 通行車線 β_1^1	72.6 (68.1, 77.2) -0.0884	72.1 (63.0, 78.1) 0.0741	74.6 (69.6, 78.1) 0.0759	70.0 (63.8, 78.4) -0.0449	76.2 (69.1, 83.5) 0.0172	75.1 (69.8, 79.6) -0.210
高圧ナトリウム 反対車線 β_2^1	19.2 (15.5, 24.5) -0.127	21.6 (14.8, 29.3) -0.131	28.6 (23.1, 35.1) -0.186	35.8 (29.4, 40.7) -0.0269	33.3 (26.0, 40.7) 0.00351	25.3 (18.4, 31.3) -0.0192
蛍光灯 通行車線 β_1^3	39.5 (34.5, 44.9) -0.0706	34.1 (29.5, 39.8) 0.133	28.9 (25.8, 32.6) -0.0304	35.2 (33.0, 37.9) -0.146	36.8 (36.1, 39.3) 0.00351	43.7 (40.8, 46.5) -0.269
蛍光灯 反対車線 β_2^3	1.33 (0.121, 3.18) -0.0246	5.31 (2.98, 7.97) -0.0193	6.08 (3.72, 8.70) -0.00411	8.94 (6.26, 11.8) 0.0775	1.77 (0.275, 3.98) -0.0554	1.54 (0.107, 3.76) 0.0144
誤差項 標準偏差 ψ	7.06 (6.59, 7.53) 0.231	7.24 (6.78, 7.67)	5.83 (5.52, 6.18) -0.00268	5.98 (5.58, 6.40) -0.179	7.68 (7.21, 8.17) 0.132	6.66 (6.20, 7.05) 0.147
空間的 自己相関 ρ	0.311 (0.309, 0.313) 3.00×10^{-4}					
対数尤度	-2,732					
BIC	5,749					

各パラメータの1行目に推定値, 2行目に90%信用域, 3行目にGeweke検定統計量を示す。
 $\beta_1^1, \beta_2^1, \beta_1^3, \beta_2^3, \psi$ の推定値と90%信用域の単位は(1x)である。

表-3 光束減衰モデルの推定結果 (各エリアごと)

照明ランプの種類		γ_0	γ_1	ϕ
高圧 ナトリウム	24時間点灯ランプ	0.000258	1.00	0.250
		(0.000735, 0.00414)	(0.890, 1.15)	(0.228, 0.279)
	12時間点灯ランプ	0.327	-0.225	-0.0938
		(0.00229, 0.00421)	(0.968, 1.07)	(0.152, 0.188)
蛍光灯	0	0	0.530 (0.461, 0.587) 0.0447	

各パラメータの1行目に推定値, 2行目に90%信用域, 3行目にGeweke検定統計量を示す。

$(\beta_1^1, \beta_2^1, \beta_1^3, \beta_2^3)_q$ の4個となる。また、本事例で対象としたトンネルは2車線であるため、トンネル断面のエリア数は $3Q = 6$ となり、空間的照度分布モデルの未知パラメータは、特性変数に関する未知パラメータベクトル β_{all} より24個、誤差項の標準偏差に関する未知パラメータベクトル ψ より6個、空間的自己相関パラメータ ρ の合計31個となった。式(4)の光束減衰モデルにおける未知パラメータに関しては、蛍光灯に関するデータ数が少なく、また、非常駐車帯に用いられる光源であり安全面の問題から短期間でランプ交換がなされるためにデータ上で光束減衰が確認されなかったことから、本研究では蛍光灯($p = 3$)の光束減衰に関しては考慮しないこととし、 $\gamma_0^3 = 0, \gamma_1^3 = 0$ とした。よって、光束減衰モデルの未知パラメータは、 $\omega = (\gamma_0^1, \gamma_1^1, \phi_1, \gamma_0^2, \gamma_1^2, \phi_2, \phi_3)$ の7個となる。以上を整理すると、光束減衰を考慮した空間的照度分布モデルを推定するにあたって、未知パラメータの合計は38個となる。

表-2, 表-3に推定結果を示す。各表にはそれぞれのパラメータの期待値, パラメータの90%信用域($\Theta_k^l, \bar{\Theta}_k^l$), Geweke検定統計量を示す。表-2には、 β_{all}, ψ, ρ を、表-3には ω, ϕ を示す。さらに、表-2にはパラメータの期待値の他に、モデル全体の対数尤度およびBIC¹⁴⁾を記載する。本研究では様々なパラメータの組み合わせに対して推定を行い、最小のBICをとるモデルを最適なモデルとして採用する。なお、BICはベイズ情報量基準の略称であり、未知パラメータ数を S 、サンプルサイズを T としたときに

$$BIC = -2 \ln \mathcal{L}(\Theta | \Xi) + S \log T \quad (43)$$

と定義される。推定の結果、本研究では全てのパラメータを採用した。表-2の種類(p, k)のランプに関するパラメータ β_k^p は、推定値が大きくなるとトンネル内に供給する照度も大きくなる。また、自己相関パラメータ ρ は、隣接区間に与える照度の影響の比率を示している。

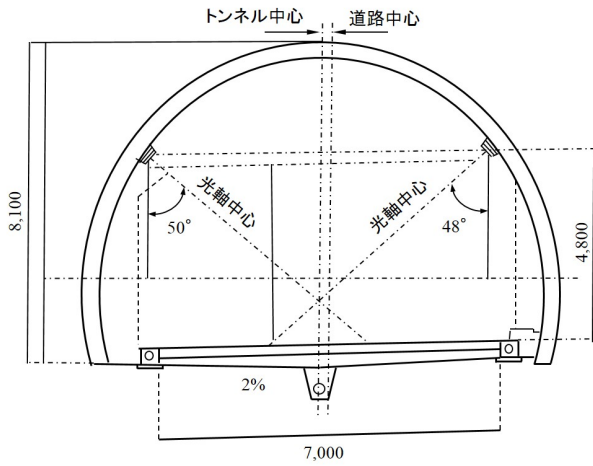


図-7 トンネルの断面図

推定結果から、反対車線側のエリアに着目すると、高圧ナトリウムランプ、蛍光灯のいずれにおいても、道路の中心方向に向かって ($q = 1$ から $q = 3$, あるいは $q = 6$ から $q = 4$) パラメータの推定値が増加していく傾向が見て取れる。これは、照明ランプが設置された位置からの距離が影響を与えているためである。つぎに、通行車線側の照明に着目すると、蛍光灯は、道路の路肩 ($q = 1, 6$) に向かって、推定値が増加する傾向が見て取れる。これは、蛍光灯が非常駐車帯照明として用いられ、設計時に道路の路肩を最も明るく照らすように配光が設定されているためである。また、基本照明として用いられる高圧ナトリウムランプは、ランプがトンネル全体を均等に照らすように配光が設定されており、こちらについても、推定結果が配光の影響を捉えた結果となっている。以上より、本研究の結果は設定された配光の特徴を捉えた結果となっているといえる。つぎに、上り線 ($q = 1$ から $q = 3$) と下り線 ($q = 4$ から $q = 6$) の推定結果を比較すると、反対車線側の照明ランプの推定値は、下り線の方が高くなっている。この点については図-7 に示すトンネルの形状によるものと考えられる。本研究で対象としたトンネルの設計断面は、図-7 のようになっており、図面左側が上り方向、右側が下り方向の車線を表す。対象としたトンネルは図-7 に示すような 2% の横断勾配をトンネル全線にわたって有していた。灯具の設置角度はこの勾配を考慮して設定しているが、灯具から反対車線側の路面までの距離は、下り線と比較して上り線側からの方が短い。一般に同じランプ光束の場合、照度は光源からの距離の二乗に反比例するため、横断勾配により、上り線よりも下り線の方が反対車線からの照明の影響が大きい結果となることは、その特性を反映できていると考えられる。トンネル照明設備の設置条件 (灯具配列、設置高さ、光軸方向、設置角度など) は、トンネ

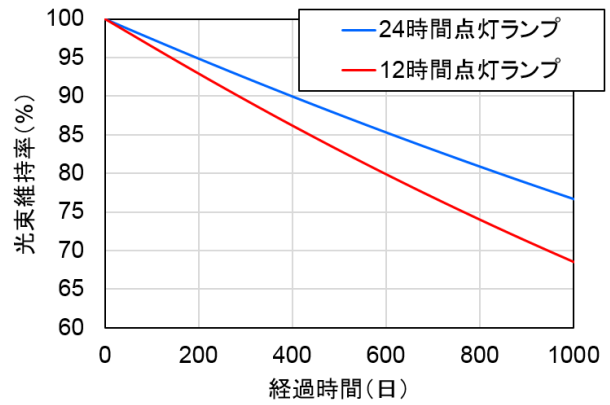


図-8 光束維持率の推移

ルの線形、その他付帯設備などトンネルごとに異なるが、本研究で提案したモデルでは、こうしたトンネル条件の相違に対しても適用が可能であるといえる。つぎに、表-3 のパラメータを用いて光束減衰過程を表現したものを図-8 に示す。図-8 は、各照明ランプの光束維持率の時間経過による推移を示している。同図より、1,000 日経過時の光束維持率の期待値は、12 時間点灯ランプが 65.6%、24 時間点灯ランプが 76.7% と 12 時間点灯ランプの方が光束維持率は小さい結果となる。また、全体的な傾向をみても、12 時間点灯ランプの方が、24 時間点灯ランプよりも光束の減衰率が大きい結果となる。この結果は、点灯時間の長さよりも、ランプの消点灯によりかかる負荷の方が、光束の減衰に与える影響が大きいことを示唆している。本研究では、これまで明らかにされていなかった照明ランプの光束減衰過程を、照度測定データを用いて分析を行うことにより明らかにした。しかし、本研究で扱ったデータは限定的なものであり、光束維持率を精微に評価する上で、今後、さらなるデータの蓄積が必要である。図-9 に、推定したモデルと照度測定データの比較図を示す。一例として、エリア $q = 1$ (上り方向左型) を取り上げている。図中赤色の実線はモデルの推定値、青色の実線は照度測定データであり、図-1 において示した空間的リスクを表現できていることが見て取れる。

推定結果を用いて、不点発生時の照度低下の影響を分析する。例えば、供用開始直後に、エリア $q = 1$ の通行車線側に設置された高圧ナトリウムランプを含む区間において不点が発生した場合、ランプ設置区間では、表-2 のパラメータを用いて、不点発生に伴う隣接区間からの影響を考慮することにより、合計 88.0(lx) の照度低下が発生すると評価することができる。また、隣接区間についても、先ほどと同様の計算を行うことにより、50.0(lx) の照度低下が発生する結果となる。さら

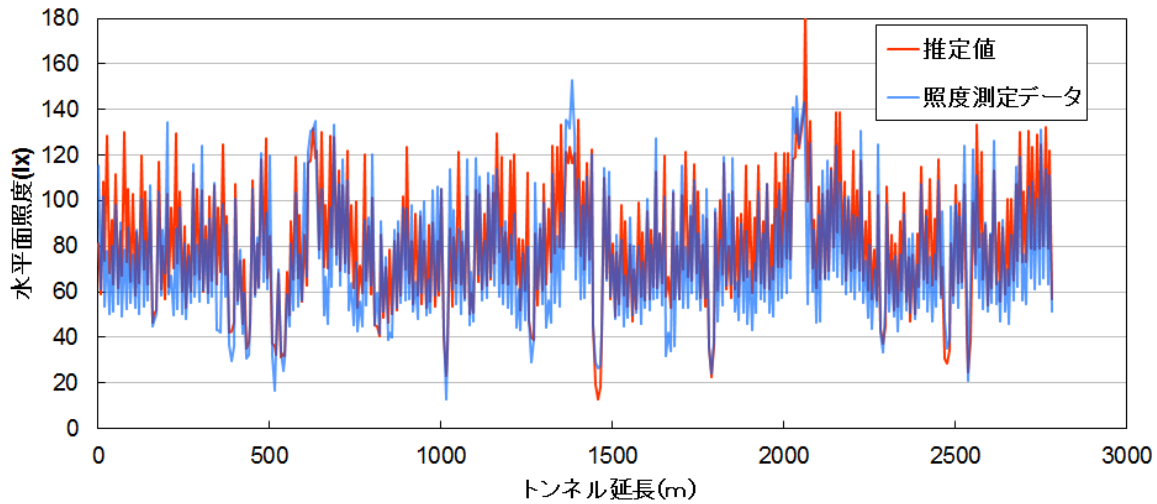


図-9 モデルと照度測定データの比較 (対象: $q = 1$)

表-4 各パターンの連続不点発生時の照度

	縦断方向	横断方向	斜め方向
ランプ 設置区間	31.0 (25.0,36.8)	18.8 (7.95,27.9)	26.0 (17.1,25.0)
ランプ 隣接区間	6.50 (3.34,9.55)	17.0 (17.5,25.1)	17.0 (17.5,25.1)

それぞれの1行目には期待値, 2行目には下限5%, 上限5%の値を示す.

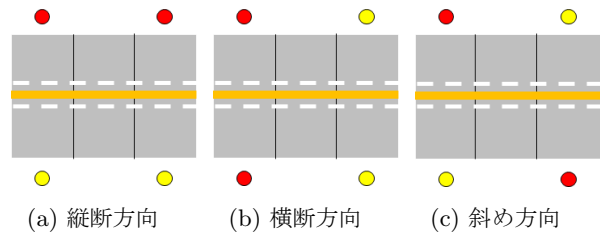


図-10 連続不点発生位置パターン

に, 今回対象としたトンネルでは供用開始時に, 限定された区間において照度測定データが獲得されている. 供用開始時に獲得された測定値と表-2によって算出される照度低下の値の差をとることにより, 実際に不点が発生した場合に想定される照度の算出が可能となる. 算出した結果, ランプ設置区間では36.6(lx), 隣接区間では6.00(lx)という結果となった. また, 本研究では, 推定した光束減衰モデルを用いることにより, 任意の使用時間における不点発生時の照度低下の評価が可能となる. 光束減衰を考慮すると, 1,000日経過時に, エリア $q = 1$ の通行車線側の高圧ナトリウムランプ設置区間において, 24時間点灯ランプの不点が発生した場合, 低下する照度の大きさの期待値は, ランプ設置区間では, 表-2, 表-3より67.4(lx)となり, 隣接区間では38.3(lx)となる.

つぎに, 視認性に著しい影響を与える空間的リスクの評価を行う. 本研究では2つの連続した位置で不点が発生した場合についての検討を行う. 2つの連続した位置で不点が発生した場合, 図-10のような3つのパターンが考えられる. 図-10の赤丸は不点が発生したことを示しており, (a), (b), (c)の順にそれぞれ道路の縦断方向, 横断方向, 斜め方向に連続不点が発生し

た場合である. 今回対象としたトンネルでは, 連続不点が発生する可能性がある箇所は(a)が446箇所, (b)が224箇所, (c)が446箇所の合計1,116箇所となった. 各パターンのような連続不点が発生した場合に想定される照度は, 先ほどの単独不点発生時の場合と同様の手法で算出することが可能である. 算出した結果を表-4に示す. 表-4に示す期待値, 信用域下限5%値, 上限5%値はそれぞれのパターンに対して, 全エリア $3Q$ の中で最小となる値である. 表-4によると, 縦断方向にて連続不点が発生した場合, 照明ランプ設置区間に隣接する区間の照度が最も低くなる. また, 照明ランプ設置区間においても, 横断方向にて連続不点が発生した場合, 隣接区間と同程度の照度まで低下することが確認できる. このように, 本研究で提案したモデルの推定結果を用いることにより, 空間的リスクの定量的評価が可能となる.

(4) シミュレーション結果

5.(2), 5.(3)の推定結果を用いて, 本研究の対象とするトンネル内に設置されている448個の照明ランプに対してリスクシミュレーションモデルを適用する. サンプルパスの目標個数を $R = 10,000$ とし, 点検・更新間隔を90日, 180日, 270日, 360日と変化させた場合

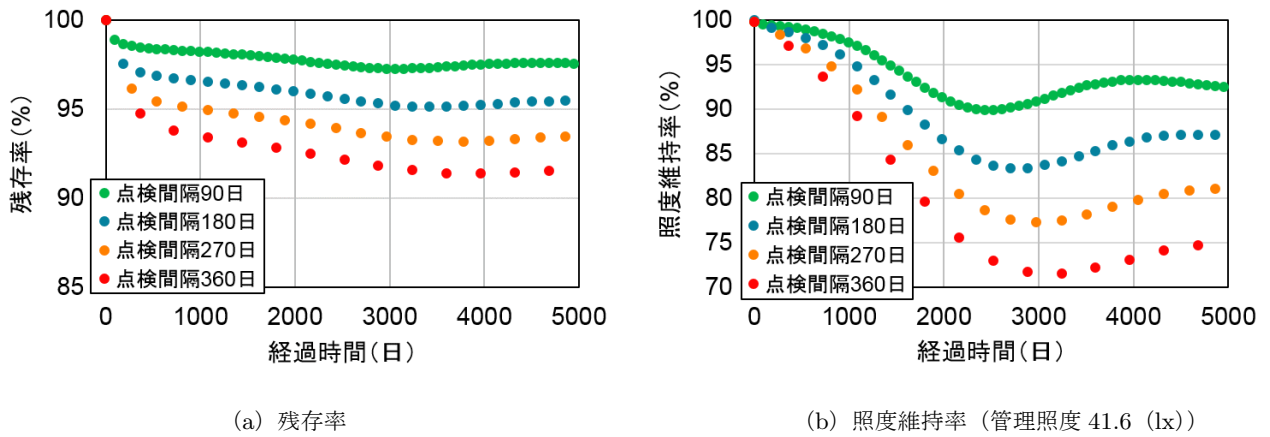


図-11 点検間隔ごとのリスクマネジメント指標の推移

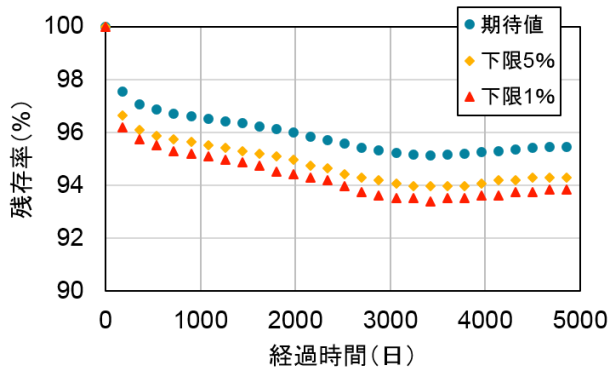
を考える。図-11(a)は点検間隔と残存率の関係を示したものである。点検間隔が90日、180日、270日、360日である場合の残存率をそれぞれ、緑色、青色、橙色、赤色の点で示している。当然のことながら、点検間隔を大きくすればするほど、同一経過時間における残存率は低下する。さらに、いずれの点検間隔の場合においても供用開始から時間が経過するにつれて残存率は低下していき、一定時間経過後は低下と上昇を繰り返して一定値に収束していく傾向がみられる。これは、点検によって不点ランプが全て更新されたとしても、点検後のトンネル内の照明ランプの使用時間分布が点検後ごとに異なるためである。使用時間分布が異なると、不点発生確率が時間の経過とともに増大するワイブル劣化ハザードモデルに従うため、次回点検時の残存率が変動する。トンネル供用開始から点検・更新を重ねることにより、照明ランプの使用時間分布が一定の分布へと近づき、残存率も一定の値に収束していくものと考えられる。

つぎに、図-11(b)に本研究で提案した照度維持率に関する結果を示す。図-11(b)には一例としてトンネル照明設備の設置基準として定められている路面輝度¹⁵⁾(本研究では設計速度を70km/h、保守率を1.0とした)に基づき算出した41.6(lx)を管理照度に設定した場合の結果を示す。照度維持率についても残存率が示す傾向と同様に、いずれの点検間隔においても供用開始から時間が経過するにつれて低下していき、一定時間経過後はある特定の値に収束していく。一方で、同一の残存率の場合であっても、照度維持率は必ずしも一致するわけではない。図-11(a)の95.0%付近に着目すると、点検間隔が180日、270日、360日において残存率が該当範囲を示す場合に、図-11(b)の照度維持率はそれぞれ84.7%、92.2%、97.0%と異なっていることが確認できる。こうした照度維持率と残存率の違いは、空間性を考慮しているか否かによるものである。この違

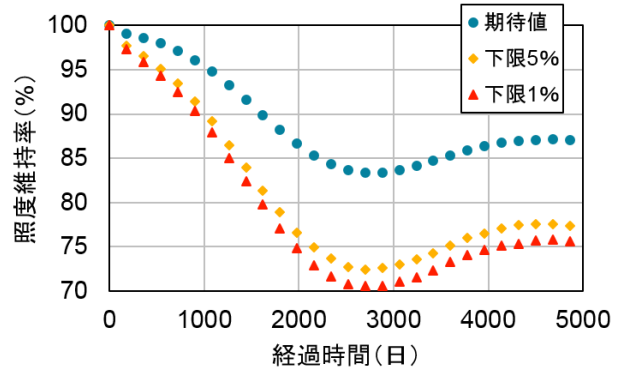
いにより、残存率では照明ランプが不点となった場合の具体的なトンネル内の視認性の評価をすることができず、単に、不点により減少する明るさの程度を把握するにとどまる。これにより、ランプ直下とランプ間の明るさの違いの評価や、空間的リスクの評価を実施することができない。

一方で照度維持率はトンネルを空間的にとらえ照度を用いて評価することにより、ランプ設置条件による照度のばらつきや不点による照度低下を考慮した上で、トンネル内の明るさを評価することができる。さらに、図-12には、本事例で適用した管理照度41.6(lx)をより安全側に評価するため、41.6(lx)を0.8、0.9で除した管理照度(46.2(lx)、52.0(lx))を用いて、点検間隔180日における照度維持率の変化を示している。管理照度を変化させることにより、照度維持率も大きく変化していることがわかる。これにより、交通量の多寡などのトンネル特性に応じて管理照度を設定し、照度維持率を算出することによって、トンネルの特性に応じた点検間隔の議論が可能となる。また、既存の残存率に加え、本研究で提案した照度維持率は、いずれも信用域による評価が可能である。図-13には、各リスクマネジメント指標の信用域の下限5%、1%で評価したものを示している。同図の青点で示されている期待値は、それぞれ図-11中の点検間隔が180日の結果と一致する。信用域の評価において、残存率に比べると、照度維持率は期待値と下限値との間に大きな差が存在することが見て取れる。今後、期待値での評価だけでなくこのような信用域での評価を検討することがリスクマネジメントに対して有効である。

本研究で提案した照度維持率は、管理照度を満たす区間の比率をトンネル全体にわたって評価する。しかし、管理照度を満たさない区間の中でも、管理照度付近の照度を有する区間と、0付近の照度を有する区間では、区間の視認性に関するリスクが大きく異なると考



(a) 残存率



(b) 照度維持率 (管理照度 41.6 (lx))

図-13 リスクマネジメント指標の信用域による評価 (点検間隔 180 日)

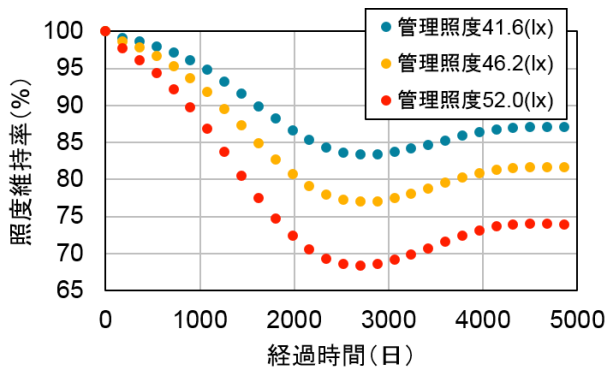


図-12 管理照度と照度維持率の関係 (点検間隔 180 日)

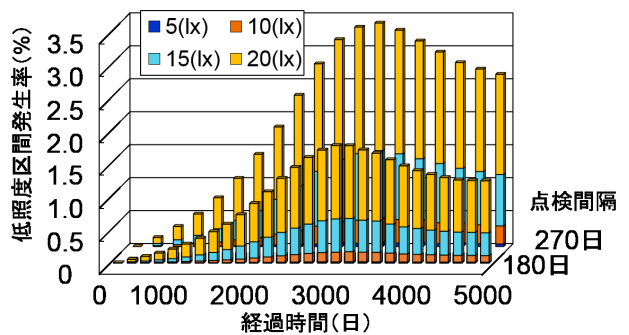


図-14 低照度区間発生率の推移

えられる。そのため、照度維持率を用いてトンネル全体が有する視認性に関するリスク評価だけでなく、管理照度を満たさない区間、特に、0 付近の照度を有する区間の比率を分析する必要がある。表-4 において分析したように、区間照度が 20(lx) 以下の場合、ランプ設置区間、あるいはその隣接区間において連続不点が発生している可能性が極めて高い。したがって、区間照度 20(lx) 以下となる区間全体を低照度区間と呼び、図-14 に、点検間隔を 180 日、270 日とした時における低照度区間の発生率の経時変化を示している。また、グラフに示される低照度区間は、0(lx) から 5(lx) 刻みで 20(lx) まで、合計 4 つの照度範囲に分割し、それぞれの比率を色分けして累積発生率として表示している。点検間隔 180 日に着目すると、2,700 日経過時点における低照度区間の発生率は 1.74% であり、点検間隔 270 日においては 3.14% となる。一方で、2,700 日経過時点における照度維持率は、点検間隔 180 日において 83.4%、270 日において 77.6% である。したがって、管理照度を満たさない区間の比率はそれぞれ 16.6%、22.4% であり、管理照度を満たさない区間に対する低照度区間の比率はそれぞれ 10.5%、14.0% となり、必ずしも一定とはならないことがわかる。また、本研究で対象としたトンネ

ルは、道路幅 7m、総延長 2,794m、総面積 19,558m² であることから、点検間隔 180 日、270 日において、管理照度を満たさない区間に対する低照度区間の延長はそれぞれ 48.6m、87.7m、面積はそれぞれ 340m²、614m² と、言い換えることもできる。この結果の大小がどの程度視認性に影響を与えるかを判断することは容易ではない。しかし、管理照度を満たす区間が低照度区間の視認性を補完することはできないことから、少なくとも、照度維持率を用いてトンネル全体が有する視認性に関するリスクを評価した後、低照度区間の比率を分析することが、更なる安全性の確保に繋がることはいうまでもない。

(5) 実用化への示唆

トンネル照明施設の主目的は、いかなる状況にあっても運転者に安全走行に必要な視環境を提供することである。また、社会基盤施設として、建設・管理費の削減も要請される。このため照明マネジメントにおいては、1) 照明要件を満たし、建設及び維持管理を考慮した設備設計と、2) 供用後の安全かつ効率的な維持管理が重要となる。本研究の成果は、照明マネジメントに対して以下の有効性を示唆するものである。

はじめに、ランプの不点発生過程は照明の運用によっ

て異なり個々のランプ寿命の予測が難しいことから、一般にランプ取替えは不点確認後に実施される。このため、点検間隔が大きい場合、多くの不点により局所的に管理基準照度を下回る区間が発生していた。本研究で用いたワイブル劣化ハザードモデルは、ランプ個々に対して点灯時間に応じた不点発生確率を算出するため、個々のランプの不点発生予測だけではなく、例えば次の点検時まで不点となるランプ数の予測にも応用でき、効率的なランプ調達・交換計画の立案が可能となる。次に、これまではトンネル内の照度を連続的に測定することによりトンネル全体の照度を把握できるにもかかわらず、照度低下の要因の1つであるランプの光束維持率の低下を予測できていなかった。また、現在さまざまなランプに対して、光束を所要値に確保する調光機能を有する器具が開発され、その調光方法もさまざまであることから、実際の光束維持率を考慮する必要がある。本提案モデルにより照度測定データから当該トンネルに採用されたランプの運用を考慮した光束維持率の設定が可能となる。さらに、本研究で提案しているリスクシミュレーションモデルを用い、トンネル毎に点検間隔に対するランプの残存率の予測やトンネル内の任意の地点の照度維持率の予測、連続不点の予測を組み合わせることにより、照度低下リスクと交換費用を考慮した合理的な点検間隔の設定など戦略的な意思決定が可能となる。

6. おわりに

本研究では、トンネル全体を対象とする空間的な照度低下リスクを、1) 照明ランプの不点、2) 照明ランプの光束減衰を考慮したシミュレーションによって評価し、トンネル全体のリスクを評価する方法論を提案した。前者に関しては、個別の照明ランプの不点発生過程を不点発生確率が時間とともに増大するワイブル劣化ハザードモデルを用いて表現するとともに、後者に関しては照明ランプの光束減衰を考慮した空間的照度分布モデルを開発した。その上で、トンネル内の視認性に関わるリスクシミュレーションを実施し、トンネル内のリスクマネジメント指標による評価手法を提案した。本研究では、提案した照度維持率が、ランプの不点、光束減衰による劣化過程に加え、空間的な影響を考慮したリスク評価を可能とすることを実際の点検データを用いた実証分析により明らかにした。その一方で今後の課題として以下をあげる。

第1に、トンネル内清掃による照度変化を考慮したモデルの開発が必要となる。本研究において、トンネル内の照度低下の要因として、照明ランプの不点、光束減衰を取り上げた。また、煤煙の影響を照明ランプ

の光束減衰に含めてモデルを構築した。しかし、煤煙の影響は照明ランプだけではなく、トンネル内の壁面に及び、照度低下に大きな影響を与えている場合が少なくない。そのため、トンネル内清掃によってトンネル内全体の照度が大きく回復することも考えられる。今後、トンネル内の清掃時期、および清掃前後の照度測定結果のデータを蓄積し、トンネル内清掃による照度変化を分析する必要がある。第2に、リスクシミュレーションと連動したライフサイクル費用分析手法を構築し、最適な点検・更新施策の議論が必要である。本研究の結果より、照明ランプの使用時間分布の違いにより、トンネル供用開始直後は高水準の照度維持率を保つことが明らかになった。現行のように点検間隔を一律に設定するのではなく、点検費用を考慮した上で、供用開始直後においては点検間隔を長く、その後、点検間隔を短く設定する等の点検間隔の切り替えについての分析が必要となる。これにより、リスクと経済性を考慮した形で、照明マネジメントが可能となる。第3に、本研究で提案したモデルの適用範囲を拡大し、適用事例を積み重ねることが重要である。本研究の成果は、特定のトンネル照明を対象に得られたものであり、限定的な知見である。数多くのトンネルに本モデルを適用し、統計分析の信頼性を高めると同時に、照明方式や配光の違いが及ぼす空間的作用への影響を考慮する等、モデルの逐次改善を実施する必要がある。

付録 I 照明ランプの不点発生過程

照明ランプの不点発生過程は、使用開始時点からの経過時間が長くなるほど不点発生確率が大きくなるという、時間依存性を有するハザードモデルとして表現することができる。ハザードモデルに関する詳細は、参考文献^{8),9)}に譲る。ここでは、照明ランプの不点発生過程として、代表的な時間依存性を有するハザードモデルであるワイブル劣化ハザードモデル¹⁾を用いる。

いま、ある照明ランプが更新され、不点が発生するまでの期間（以下、寿命と呼ぶ）に着目する。さらに、照明ランプは連続して使用されており、不点の有無が常時観測されている。照明ランプの寿命を確率変数 ζ で表し、確率密度関数 $f(\zeta)$ 、分布関数 $F(\zeta)$ に従って分布すると仮定する。ただし、寿命 ζ の定義域は $[0, \infty)$ である。初期時点から任意の時点 $t \in [0, \infty)$ まで、照明ランプが点灯している確率（以下、生存確率と呼ぶ） $\tilde{F}(t)$ は、全事象確率1から時点 t までに照明ランプが不点となる累積不点発生確率 $F(t)$ を差し引いた値

$$\tilde{F}(t) = 1 - F(t) \quad (\text{I.1})$$

により定義できる。ここで、照明ランプが時点 t まで生存し、かつ期間 $[t, t + \Delta t)$ 中にはじめて不点となる確

率は,

$$\lambda(t)\Delta t = \frac{f(t)\Delta t}{\tilde{F}(t)} \quad (I.2)$$

と表せる. 照明ランプが時点 t まで生存し, かつ当該時点で不点となる確率密度 $\lambda(t)$ をハザード関数と呼ぶ. 式 (I.1) の両辺を t に関して微分することにより,

$$\frac{d\tilde{F}(t)}{dt} = -f(t) \quad (I.3)$$

を得る. このとき, 式 (I.2) は

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{\tilde{F}(t)} = \frac{d}{dt} \left(-\log \tilde{F}(t) \right) \quad (I.4)$$

と変形できる. ここで, $\tilde{F}(0) = 1 - F(0) = 1$ を考慮し, 式 (I.4) を積分すれば

$$\int_0^t \lambda(u)du = -\log \tilde{F}(t) \quad (I.5)$$

を得る. したがって, ハザード関数 $\lambda(u)$ を用いれば, 時点 t まで照明ランプが生存する確率 $\tilde{F}(t)$ は

$$\tilde{F}(t) = \exp \left[- \int_0^t \lambda(u)du \right] \quad (I.6)$$

と表される. このように, ハザード関数 $\lambda(u)$ の形式を決定すれば, 照明ランプの生存確率 $\tilde{F}(t)$ を導出することができる. さらに, $\tilde{F}(t) = 1 - F(t)$ より, 不点の累積発生確率 $F(t)$ を求めることができる. ここで, ハザード関数としてワイブル劣化ハザード関数

$$\lambda(t) = \mathbf{x}\boldsymbol{\beta}'\alpha t^{\alpha-1} \quad (I.7)$$

を考える. ただし, 照明ランプの不点発生過程の相違が照明ランプの特性により表現されると考え, 照明ランプの特性を M 個の特性変数 $x^m (m = 1, \dots, M)$ を用いて表現している. また, $\boldsymbol{\beta} = (\beta^1, \dots, \beta^M)$ は未知パラメータベクトルであり, \prime は転置操作を示し, 特性 α は形状を表す形状パラメータである. $\alpha = 1$ のとき, ハザード率は時間に依存せず一定値となる. ワイブル劣化ハザード関数を用いた場合, 照明ランプの寿命の確

率密度関数 $f(t)$, および照明ランプの生存確率 $\tilde{F}(t)$ はそれぞれ

$$f(t) = \mathbf{x}\boldsymbol{\beta}'\alpha t^{\alpha-1} \exp(-\mathbf{x}\boldsymbol{\beta}'t^\alpha) \quad (I.8)$$

$$\tilde{F}(t) = \exp(-\mathbf{x}\boldsymbol{\beta}'t^\alpha) \quad (I.9)$$

と表される.

参考文献

- 1) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: 劣化予測のためのハザードモデルの推計, 土木学会論文集, No.791/IV-67, pp.111-124, 2005.
- 2) 早矢仕廉太郎, 平川恵士, 小濱健吾, 貝戸清之: トンネル照明を対象とした空間的照度分布の推定, 土木学会論文集 F4 (建設マネジメント) 特集号, Vol.69, No.4, pp.119-126, 2013.
- 3) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: トンネル照明システムの最適点検・更新政策, 土木学会論文集, No.805/VI-67, pp.105-116, 2005.
- 4) 照明学会編: 照明ハンドブック, オーム社, pp.431, 1978.
- 5) 平川恵士, 戸枝邦夫, 菅原剛, 坂本正悦: トンネル照明設備の保守率設定, 照明学会誌, Vol.96, No.2, pp.69-74, 2012.
- 6) 一般社団法人照明学会: 照明設計の保守率と保守計画, 第3版, 2006.
- 7) Klein, J. P. and Moeschberger, M. L.: *Survival Analysis*, Springer, 2003.
- 8) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.
- 9) Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.
- 10) Anselin, L.: *Spatial Econometrics: Methods and Models*, Kluwer Academic Publishers, 1988.
- 11) 和合肇: ベイズ計量経済分析, マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用, 東洋経済新報社, 2005.
- 12) 伊庭幸人: 計算統計学のフロンティア-計算統計 II, マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺, 岩波書店, 2005.
- 13) Geweke, J.: Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to calculation of posterior moments, *Bayesian Statistics*, Vol.4, pp.169-193, 1996.
- 14) Schwarz, G.: Estimating the dimension of a model, *Annals of Statistics*, Vol.6, No.2, pp.461-464, 1978.
- 15) (社) 日本道路協会: 道路照明施設設置基準・同解説, 2007.

(2014. 1. 29 受付)

A RISK SIMULATION MODEL CONSIDERING FAILURE/ LUMINOUS FLUX ATTENUATION OF THE TUNNEL LAMPS

Satoshi HIRAKAWA, Kengo OBAMA, Rentaro HAYASHI and Kiyoyuki KAITO

In this study, the authors propose a methodology for evaluating the risk of spatial illuminance decrease in the entire tunnel with a simulation based on (1) lighting failure and (2) luminous flux attenuation of lamps. The lighting failure is expressed by a Weibull deterioration hazard model, in which failure probability augments with time. The luminous flux attenuation of lamps is formulated with a spatial illuminance distribution model. Then, the authors propose a risk simulation model regarding the visibility inside the tunnel based on a Monte Carlo simulation. With this, it is possible to evaluate spatial illuminance risk, including the local illuminance decrease due to successive lighting failure, etc. Lastly, the effectiveness of the proposed method is empirically discussed through the analysis of the inspection data on actual tunnel lightings.