連続量を用いた劣化ハザードモデル: 舗装耐荷力への適用

水谷 大二郎¹・小林 潔司²・風戸 崇之³・貝戸 清之⁴・松島 格也⁵

 1学生会員 大阪大学大学院工学研究科 地球総合工学専攻・日本学術振興会特別研究員 DC(〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1) E-mail: d-mizutani@civil.eng.osaka-u.ac.jp
 2フェロー会員 京都大学教授 経営管理大学院 経営管理講座(〒 606-8501 京都市左京区吉田本町) E-mail: kobayashi.kiyoshi.6n@kyoto-u.ac.jp
 3正会員 株式会社高速道路総合技術研究所(〒 194-8508 町田市忠生 1-4-1) E-mail: t.kazato.aa@ri-nexco.co.jp
 4正会員 大阪大学准教授 大学院工学研究科 地球総合工学専攻(〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1) E-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp
 5正会員 京都大学准教授 大学院工学研究科 都市社会工学専攻(〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂) E-mail: matsushima.kakuya.7u@kyoto-u.ac.jp

本研究では、連続変数を用いて表現される劣化管理指標に対する劣化予測モデルを開発する.社会基盤施設 の劣化管理指標の中には連続量として観測されるものが少なくない.これらの連続量を離散化し、マルコフ連 鎖モデルによって劣化を予測することも可能であるが、より高精度な劣化予測結果を求めるためには、連続量 の時間変化を直接的にモデル化することが望ましい.そこで、本研究では、社会基盤施設の構造特性や環境条 件に応じて変化するような特性変数を組み込んだ連続型劣化ハザードモデルを開発し、マルコフ連鎖モンテカ ルロ法を用いたベイズ推定手法を提案する.さらに、高速道路舗装の耐荷力予測問題を対象として、本研究で 提案する方法論の適用可能性について実証的な分析を試みる.

Key Words : continuous hazard model, asset management, Bayesian estimation, pavement structure

1. はじめに

近年,統計的劣化予測モデルの発展により,現場で 膨大に蓄積された点検・調査データをもとに,社会基 盤施設の劣化過程を構造特性や環境条件に応じて評価 することが可能となってきた.なかでも,社会基盤施 設の劣化状態が離散的なレーティング指標で表現され るような場合には,マルコフ連鎖モデルを用いて劣化 過程を記述することが可能である.特に,点検・調査結 果を用いてマルコフ推移確率を推定することを目的と したマルコフ劣化ハザードモデル¹⁾の開発により,統 計的劣化予測モデルは飛躍的に発展し,実務への適用 事例も数多く蓄積されるようになった.

一方,社会基盤施設の劣化管理指標の中には,連続 変数を用いて観測されるものも少なくない.例えば,本 研究の適用事例で取り上げる道路舗装に関しては,路 面の損傷状態(ひび割れ,わだち掘れ,平たん性など) や舗装耐荷力等の情報を得ることができるが,これら の指標は連続量として観測される.しかし,これまでの 統計的劣化予測では,連続量として観測された劣化管 理指標をレーティングカテゴリを用いて離散化し,マ ルコフ劣化ハザードモデルを適用する方法が採用され る場合が多かった.この場合,連続量を離散化する段 階において多くの情報量が損失されるという問題が発 生する.また,レーティングカテゴリの設定に任意性 が存在するため,レーティングカテゴリの設定が劣化 曲線の推定結果に影響を及ぼすこととなる.

本研究では,劣化管理指標が連続量として表現され るような連続型劣化ハザードモデルとその推定方法を 提案する. ここで, 連続型劣化ハザードモデルは, 施 設の供用開始や直近の補修・更新時点からの経過時間 に対して,劣化管理指標値の時間的変化を記述するモ デルを意味する.施設の劣化過程に関する力学的モデ ルが開発されている場合,調査結果情報を用いて力学 的モデルに含まれるパラメータを推定することとなる. 一般的な劣化過程(対象とする全施設における代表的 な劣化過程)を実験などにより理論的に求め、その劣 化過程からの差異を求めることが考えられる. しかし ながら,現時点において,力学的モデルにより,劣化 過程に関する理論的曲線が解析的に導出されている事 例はそれほど多くないのが実情である. 例えば、本研 究の適用事例である舗装の耐荷力に関しても理論的研 究の蓄積が乏しく,耐荷力の低下過程に関する理論的 曲線は提案されていない. このような場合においても, 一般的な劣化過程を表すベースラインモデルを、観測 データに基づいて近似的に構成していくような方法論

を採用することにより,連続的なパフォーマンス曲線 を推計することが可能となる.

以上の問題意識のもとで、本研究では、1)任意の関 数を近似することを目的として開発されたフレキシブ ル曲線により、社会基盤施設の劣化過程(舗装耐荷力 の低下過程)を表現するパフォーマンス曲線を近似的 に表現し、2) 近似されたパフォーマンス曲線をベース ラインモデルとして,特性変数に応じて比例的に劣化 過程の変動を表現する劣化ハザードモデルを提案する. さらに,適用事例として高速道路の舗装耐荷力を取り 上げ,高速道路総合技術研究所(以下,NEXCO総研) が構築したデータベースに基づいて, 東日本高速道路, 中日本高速道路,西日本高速道路(以下,NEXCO)が 管理する高速道路の舗装耐荷力のパフォーマンスカー ブを劣化ハザードモデルを用いて表現する. その際, 舗 装構造の特性や道路の使用環境など、舗装耐荷力の低 下に影響を及ぼすと考えられる劣化因子を特性変数と して取り上げ, 舗装耐荷力の低下に影響を及ぼす要因に ついて分析を試みる.以下,2.で本研究の基本的な考 え方を述べる.3.では劣化ハザードモデルを定式化し, 4. でモデルのベイズ推定方法について詳述する.5. に おいて、全国の高速道路を対象とした FWD 調査デー タを用いた適用事例を通じて提案する劣化ハザードモ デルの有用性を議論する.

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 既往研究の概要

目視点検の結果に基づいて社会基盤施設の劣化過程 を予測する統計的劣化予測モデルに関しては、多くの 研究が蓄積されている²⁾⁻⁵⁾.統計的劣化予測モデルを 推定するためには,一定量のデータの蓄積が必要であ る. 例えば, 津田等¹⁾ はマルコフ劣化ハザードモデル を安定的に推定するためには、2,000 個程度の点検デー タが必要となるとしている.統計的劣化予測モデルは, 劣化過程のベンチマークとなる力学的モデルを内蔵し ておらず,劣化過程を安定的に表現するために,大量 のデータが必要となる.これに対して、力学的劣化モ デルは、劣化過程を直接モデル化しているため、(モデ ル化が正しい限り)より少ないデータを用いて劣化予 測を行うことが可能となる.しかし,現実の劣化過程 には多様な要因が介在するため,単一の力学的モデル を用いて劣化過程を表現するには限界がある.このた め,限られたデータを用いて力学的モデルを統計的に 推定しようとするハイブリッド型劣化予測モデル^{6),7)} も提案されている.

本研究では,加速劣化ハザードモデルを一般化した 劣化ハザードモデルを用いてハイブリッド型劣化予測 モデルを提案する.加速劣化ハザードモデルは、社会基 盤施設による劣化速度の異質性を表現するが.施設ご とに定義された劣化予測モデルが交差しないことを仮 定する.このような観点から,田中等⁷⁾は水道浄化沈 殿池のコンクリート壁の中性化の進展過程を加速劣化 ハザードモデルを用いて表現している. その際, ベー スラインモデルとして,加速度方程式(ベースライン 劣化速度式) $x = t^{1/\alpha}$ を採用している.ここに, x は 中性化深さであり,経過時間 t の関数として表現され る. α は加速度パラメータである. ベースライン劣化 速度式 $x = t^{1/\alpha}$ を用いることにより、コンクリート壁 の劣化状態がある管理水準に到達するまでの経過時間 の対数値を劣化・損傷の共変量と誤差項の線形結合と して表現でき,加速劣化ハザードモデルを定式化でき る⁸⁾. 従来より, ルート t 則に基づく中性化速度式が提 案されているが, それは加速度方程式のパラメータを $\alpha = 2$ に設定した場合に他ならない. さらに,田中等 は加速劣化ハザードモデルを推定し,中性化過程が必 ずしもルート t 則に従わないことを示している.本研 究で用いる劣化ハザードモデルにおいても、ベースラ インモデルを特定化し, 定数やハザード形状パラメー タを推定する.本研究では、コンクリート壁の中性化 に限らず一般的な社会基盤施設に対して汎用的に利用 できる劣化ハザードモデルを開発する. その際, 施設 の劣化過程がベースライン劣化速度式 $x = t^{1/\alpha}$ に従う とは限らない. そこで,本研究では,ベースライン劣 化速度式 $x = t^{1/\alpha}$ に代わり、パラメータベクトル β を 持つベースラインモデル $f(t, \beta)$ を用いた劣化ハザード モデルを定式化する.なお、本研究で提案する方法論 は,経過時間を特性変数に含む非線形回帰モデルを定 式化し,その際,誤差項をパラメトリックに指定しハ ザードモデルの枠組みで種々のリスクマネジメント指 標を定式化しているとも捉えられる.本稿では,劣化 ハザードモデルを用いて個々の施設の劣化過程のみな らずリスクマネジメント指標も提案している点に着目 するため,提案する方法論に対して,非線形回帰モデ ルではなく劣化ハザードモデルという名称を統一的に 使用することとする.

本研究で提案する劣化ハザードモデルは,劣化管理 指標が連続量を用いて表現されるような幅広い範囲の ハイブリッド型劣化予測モデルに適用可能である.し かし,力学的理論に基づいてベースラインモデルを設 定できる場合は限られている.本研究において実証分 析の対象とする高速道路舗装の耐荷力の低下過程に関 しても,ベースラインモデルを表現するための理論的 曲線は提案されていない.そのため,本研究では,ベー スラインモデルを近似的に複数種類のフレキシブル曲 線により表現し,AIC(赤池情報量基準)や BIC(ベ



図-1 離散的指標と連続量指標

イズ情報量基準)などの情報量基準を用いて統計的に 最適なベースラインモデルを選択するというアプロー チを採用する.このようなフレキシブル曲線を用いた 劣化ハザードモデルを開発することにより,先験的な 力学的モデルが存在しない場合においても,連続変数 で表現される劣化管理指標を用いた劣化予測モデルを 作成することが可能となる.

(2) 連続量劣化管理指標と劣化予測モデル

離散的変数によって定義された劣化管理指標を用い て劣化過程を表現する劣化予測モデルとしてマルコフ 劣化ハザードモデル¹⁾が提案されている.マルコフ劣 化ハザードモデルは汎用性が高く,数多くの社会基盤 施設の劣化過程のモデル化に採用されてきた.連続量 として観測されるような劣化事象に関しても、劣化管 理指標をいくつかの離散的カテゴリに分割し、劣化過 程をカテゴリ間の推移確率を用いて表現するという方 法が採用されてきた.本研究で対象とする舗装耐荷力 に関しても、マルコフ劣化ハザードモデルの適用研究 が蓄積されている. その際, 図-1 に青色で示すように, 連続量として観測されるような舗装構造の劣化指標に 対して,それらを離散的な健全度指標に変換して記述 された舗装耐荷力の低下過程をパフォーマンスカーブ として推定していた⁹⁾. 一方,本研究では,図-1に金 色で示すように,連続量として観測されるような舗装 構造の劣化指標をパフォーマンスと考え、その時間的 推移を直接的に劣化ハザードモデルを用いて表現する ことを目的とする.本研究では,連続量指標を劣化管理 指標として用いたパフォーマンスカーブを劣化ハザー ドモデルを用いて表現する方法論を提案する. さらに, 推定したパフォーマンスカーブを用いて、アセットマ ネジメントのために必要となる劣化リスクを評価する

土木学会論文集D3(土木計画学), Vol. 72, No. 2, 191-210, 2016.

ためのマネジメント指標を提案することとする.また, 舗装構造の管理限界に関するリスク管理指標を連続量 指標を用いて設定することが可能となり,リスク管理 水準の細分化を通じて,舗装リスクマネジメントの高 精度化,相対的劣化評価の高度化に対しても,本研究 で提案する劣化ハザードモデルは有用な知見をもたら すと考える.

3. 連続量を用いた劣化ハザードモデル

(1) 劣化進行プロセス

いま,対象とする施設 i (i = 1, ..., I) の劣化管理指 標を x_i , 直近の建設 (更新)時点からの経過時間を t_i と表す.劣化が進行するほど,劣化指標値は大きな値 をとると考える.劣化の進展により指標値が小さくな るような劣化事象の場合,指標値の逆数 x_i^{-1} をモデル の非特性変数として採用すればいい.劣化プロセスの 進行過程を

$$x_i = \exp(-B_i)f(t_i, \boldsymbol{\beta}) \tag{1a}$$

$$B_i = \boldsymbol{z}_i \boldsymbol{\theta}' + \sigma w_i \tag{1b}$$

$$(i=1,\cdots,I)$$

と定式化する.ここで、 B_i は施設 i の劣化特性の異質 性を反映する指標であり、式(1b)に示すように特性変 数項 $z_i \theta'$ と誤差項 σw_i の和で表せる.式 (1b) におい て、 $z_i = (z_i^1, \cdots, z_i^M)$ は施設 *i* の劣化に影響を及ぼす 特性変数ベクトル, $\boldsymbol{\theta} = (\theta^1, \cdots, \theta^M)$ はパラメータベ クトル, w_i は施設 i に固有な劣化要因を表す確率誤差 項, σ は偏差パラメータを表す. なお,特性変数ベク トルの候補として,本研究の適用事例で対象とする高 速道路舗装では,表層種別,舗装各層の厚さ,地盤条 件, 交通量などが考えられる. また, $f(t_i, \beta)$ はベース ラインの劣化過程を表す劣化モデル(以下、ベースラ インモデル)であり、*t_i*に関して単調増加関数である. また, $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \cdots, \beta_N)$ はベースラインモデルを特徴 づける未知パラメータベクトルである. $\exp(-B_i) = 1$ が成立する場合,劣化曲線はベースラインモデルに一 致する.力学的モデルにより理論的曲線を導出できる 場合には,理論的曲線をベースラインモデルとして用 いることができる.理論モデルが存在しない場合,例 えばフレキシブル関数を用いてベースラインモデルを 近似的に表現することが必要となる.

式 (1a) の両辺の対数をとれば,

$$y_i = \ln f(t_i, \boldsymbol{\beta})$$

= $\ln x_i + \boldsymbol{z}_i \boldsymbol{\theta}' + \sigma w_i \ (i = 1, \cdots, I)$ (2)

を得る.ただし, $y_i = \ln f(t_i, \beta)$ は非線形化された寿 命インデックスである.確率変動項 w_i が確率密度関数

$$g_w(w_i) = \exp\{-w_i - \exp(-w_i)\}$$
 (3)

で表現される標準ガンベル分布に従うと仮定する.た だし, $E(w_i) = \gamma$ であり, γ (= 0.57722...) はオイラー 定数である.式(2)を

$$w_i = \frac{y_i - \ln x_i - \boldsymbol{z}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma} \ (i = 1, \cdots, I) \tag{4}$$

と書き直し, 確率密度関数 (3) の変数変換を行う. その 結果, 劣化特性 z_i を有する施設 i の劣化管理指標値が x_i に到達するまでの寿命インデックス y_i の条件付き分 布を表す確率密度関数は,

$$h_{y}(y_{i}|x_{i}, \boldsymbol{z}_{i}) = \frac{1}{\sigma}g_{w}\left(\frac{y_{i} - \ln x_{i} - \boldsymbol{z}_{i}\boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right)$$
$$= \frac{1}{\sigma}\exp\left\{-\exp\left(-\frac{y_{i} - \ln x_{i} - \boldsymbol{z}_{i}\boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right)\right.$$
$$\left.-\frac{y_{i} - \ln x_{i} - \boldsymbol{z}_{i}\boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right\}$$
(5)

と表すことができる、寿命インデックス $y_i = \ln f(t_i, \beta)$ には未知パラメータ β が含まれている、寿命インデック スの1 階微分を $f_d(t_i, \beta) = df(t_i, \beta)/dt_i$ と表記すれば, $dy_i = \frac{f_d(t_i, \beta)}{dt} dt$ (6)

$$dy_i = \frac{f_d(v_i, \beta)}{f(t_i, \beta)} dt_i \tag{6}$$

が成立する.したがって,管理水準 *x_i* に到達するまでの実寿命 *t_i* の条件付き分布を表す確率密度関数は,

$$\tau(t_i|x_i, \boldsymbol{z}_i) = \frac{f_d(t_i)}{\sigma f(t_i)} \exp\left\{-\exp\left(-\frac{\ln f(t_i) - \ln x_i - \boldsymbol{z}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right) - \frac{\ln f(t_i) - \ln x_i - \boldsymbol{z}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right\}$$
(7)

と表される.確率密度関数(3)より,生存関数は,

$$S_w(w_i) = 1 - \int_{-\infty}^{w_i} g_w(w) dw$$

= 1 - exp{-exp(-w_i)} (8)

と表現される. 劣化特性 z_i を有する施設 i において, 寿命インデックス y_i が経過した時点で,劣化管理指標 値が x_i まで到達していない確率は,生存関数

$$S_{y}(y_{i}|x_{i}, \boldsymbol{z}_{i}) = S_{w}\left(\frac{y_{i} - \ln x_{i} - \boldsymbol{z}_{i}\boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right)$$
$$= 1 - \exp\left\{-\exp\left(-\frac{y_{i} - \ln x_{i} - \boldsymbol{z}_{i}\boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right)\right\} \quad (9)$$

を用いて表現できる.さらに,実経過時間 *t_i* に関する 生存関数は,次式で表される.

$$S_t(t_i|x_i, \boldsymbol{z}_i) = 1 - \exp\left\{-\exp\left(-\frac{\ln f(t_i) - \ln x_i - \boldsymbol{z}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right)\right\}$$
(10)

このように、本研究で提案する劣化ハザードモデル に対しても、生存関数 (10) を導出することができる. 伝統的なハザードモデル¹⁰⁾⁻¹³⁾は、対象物の寿命が確 率分布すると仮定しているのに対して、本研究で提案 する劣化ハザードモデルでは、個々の施設の劣化速度 の異質性が寿命分布の原因となっている.また,生存 関数は,劣化管理指標が所与の管理水準 x_iに到達する までの経過時間の分布を示したものである.当然のこ とながら,確率変動項 w_iの確率分布として,ガンベル 関数以外の確率分布(例えば,対数正規分布,ロジス ティック分布等)を採用することも可能である.ガンベ ル分布は,ハザード率が経過時間に対して一定,逓増, 逓減となるような変化過程を表現できるという柔軟な 構造を有している.以上の理由により,本研究では確 率誤差変動としてガンベル分布を採用することとする が,対象とする社会基盤施設の劣化特性に応じて,複 数の誤差項の分布の候補の中から統計的に最適な分布 をモデル推定後に事後的に比較し選定することによっ て,劣化予測結果の実データに対する適合性を向上さ せることも可能となる.

(2) ベースラインモデル

式 (1a) において, $\exp(-B_i) = 1$ が成立する場合, $x_i = f(t_i, \beta)$ が成立する.このとき、ベースラインモデ 経過時間 t_iと劣化管理指標 x_iの関係を表すモデルとな る. このような劣化過程を力学的理論に基づいて解析 的モデルとして導出することが可能であれば、ベース ラインモデルとして力学的モデルを採用することがで きる.このとき、本研究で提案する劣化ハザードモデ ルを用いて、施設が置かれている環境による劣化速度 の異質性を表現することができる.しかし、ベースラ インモデルとして利用可能な既往モデルや経験的知見 が存在しない場合、ベースラインモデルを近似的に表 現できるようなフレキシブル関数を発見的に求めるこ とが必要となる. このとき, 1) その候補となるフレキ シブル関数を複数種類設定し、2)フレキシブル関数を 用いた劣化ハザードモデルのパラメータを推定し,3) 個々のモデルの尤度関数に基づく統計的な情報量基準 を比較することにより,最も望ましいフレキシブル関 数の選択とパラメータの最尤推定値を求めるという手 順を採用することが必要となる. ベースラインモデル として多様なフレキシブル関数を利用することができ るが、ベースラインモデルは時間の経過に伴い劣化管 理指標値が増加する標準的劣化過程を表現することが 必要となるため、ベースラインモデルの定義域 [0,T] に 対して

$$f(0,\boldsymbol{\beta}) = 1 \tag{11a}$$

$$\frac{\partial f(t_i, \boldsymbol{\beta})}{\partial t_i} \ge 0 \tag{11b}$$

が成立しなければならない.式(11a)は,標準的劣化過 程を表現するための基準化条件であり,式(11b)は単 調増加条件である.本研究の適用事例として,ベース



ラインモデルの候補として多項式モデル,べき乗関数 モデル,指数関数モデル,ワイブル分布関数モデルと いう4種類の関数形を採用する.この場合,フレキシ ブル関数のパラメータ値 β は任意の値を採用できるの ではなく,条件 (11a),(11b)を満足しなければならな いことはいうまでもない.いま,あるフレキシブル関 数 $f(t_i,\beta)$ に対して,パラメータベクトル β の許容集 合 $\Omega_f(\beta)$ を次式のように定義する.

 $\Omega_f(\boldsymbol{\beta}) = \{ \boldsymbol{\beta} \in \boldsymbol{\mathcal{B}} | \forall t \in [0, T], \text{ eqs.}(11a), (11b) \}$ (12)

ただし, *B*はパラメータ*B*の定義域である.のちに, 4. および付録で言及するように,本研究ではこのような パラメータの定義域を考慮したパラメータの推計方法 を提案する.

(3) 尤度関数の定式化

いま,施設 i (i = 1, ..., I) ごとに時間軸上の異なる 時点で劣化管理指標を実測している場合を考える.各 施設で観測された劣化管理指標の時系列データを用い て,連続量を用いた劣化ハザードモデルを推定する.施 設 i に対して, $t_0^i = 0$ を初期時点(供用開始時点ある いは更新時点)とするサンプル時間軸 $t_0^i, t_1^i, t_2^i, ...$ を定 義する.サンプル時間軸上の点を時点と呼び,カレン 土木学会論文集D3(土木計画学), Vol. 72, No. 2, 191-210, 2016.

ダー時刻と区別する.時点 t_h^i ($h = 1, \dots, H_i$)は,施設 iの劣化管理指標に対する h 回目の観測時点である.劣 化管理指標の観測時点間隔を $d_h^i = t_h^i - t_{h-1}^i$ と定義す る.本研究では、劣化管理指標の観測状況に応じて、2 種類の尤度関数を定式化する. ただし, 劣化管理指標 x_h^i $(h = 1, \dots, H_i)$ は、その値が大きくなるほど劣化が 進展していることを表す. 図-2には、本研究で対象と する2種類のデータ獲得パターンを示している.記号 「-」は,実際に観測されモデル推定に利用可能なデー タであることを意味する. 同図の各点において観測さ れる部分的な情報を用いて,灰色で示した劣化管理指 標の時間的推移を推定することを考える. 図-2(a) で は,施設 i において,供用開始時点,あるいは,直近 の補修・更新時点が記録されている場合を想定し,1回 目の調査間隔 $\overline{d_1}$ は調査データとして既知である.しか し、現実には、供用開始時点(あるいは、過去の補修 時点)に遡って劣化管理指標を観測しておらず、最近の 実測データのみに基づいて,劣化ハザードモデルを推 定せざるを得ない場合も少なくない. 図-2(b) は, こ のような不完全データが獲得されるようなデータ観測 スキームを表している. この図は,供用開始時点,あ るいは、直近の補修・更新時点に関する情報が残され ておらず、更新時点(あるいは補修時点)から最初の 調査時点までの調査間隔 di が未知であるような状況を 模式的に示している.

施設*i*の劣化管理指標に関する調査サンプルの情報 $\hat{\Xi}_i$ (*i* = 1,…,*I*)を $\hat{\Xi}_i$ = ($\bar{x}_i, \bar{d}_i, \bar{z}_i$)と表す.ただし, \bar{z}_i = ($\bar{z}_i^1, \dots, \bar{z}_i^M$)は施設*i*の劣化特性を表すベクトル であり, \bar{z}_i^m (*m* = 1,…,*M*)は施設*i*の*m*番目の劣化 特性を表している.また, \bar{z}_i は時間的に一定であると 仮定する.さらに,調査間隔ベクトル \bar{d}_i は,パターン 1の場合, \bar{d}_i = ($\bar{d}_1^i, \dots, \bar{d}_{H_i}^i$)であり,パターン2では, \bar{d}_i = ($\bar{d}_2^i, \dots, \bar{d}_{H_i}^i$)と表される. \bar{x}_i = ($\bar{x}_1^i, \dots, \bar{x}_{H_i}^i$)で ある.一般性を損なうことなく,施設*i* = 1,…,*I*/に 関してはパターン1による調査サンプルが獲得できる が,残りの施設*i* = *I*'+1,…,*I*に関してはパターン2 の調査サンプルが獲得されていると考える.

a) パターン1

まず,データ獲得パターン1での尤度関数は,実寿 命の条件付き確率密度関数(7)により,

$$\mathcal{L}_{i}(\bar{\Xi}_{i}, \beta, \theta, \sigma)$$

$$= \prod_{h=1}^{H_{i}} \tau(\bar{t}_{h}^{i} | \bar{x}_{h}^{i}, \bar{z}_{i})$$

$$= \prod_{h=1}^{H_{i}} \left[\frac{f_{d}(\bar{t}_{h}^{i})}{\sigma f(\bar{t}_{h}^{i})} \right]$$

$$\cdot \exp\left\{ -\exp\left(-\frac{\ln f(\bar{t}_{h}^{i}) - \ln \bar{x}_{h}^{i} - \bar{z}_{i}\theta'}{\sigma}\right) \right\}$$

土木学会論文集D3(土木計画学), Vol. 72, No. 2, 191-210, 2016.

$$-\frac{\ln f(\bar{t}_h^i) - \ln \bar{x}_h^i - \bar{z}_i \theta'}{\sigma} \bigg\} \bigg]$$
(13)
(*i* = 1, ..., *I'*)

と表現できる.ただし, $\overline{t}_{h}^{i} = \sum_{a=1}^{h} \overline{d}_{a}^{i}$ である.なお, 式中では, $f(t, \boldsymbol{\beta})$ をf(t)と簡略化して表記する.

b) パターン 2

続いて、データ獲得パターン2での尤度関数を定式化 する.パターン2においては、1回目の調査間隔 $d_1^i = t_1^i$ が観測されていないため、寿命 t_1^i を確率変数として取 り扱う.寿命 t_1^i と実調査間隔 $(\bar{d}_2^i \cdots, \bar{d}_{H_i}^i)$ の同時生起 確率は、寿命 t_1^i の生起確率 $\tau(t_1^i | \bar{x}_1^i, \bar{z}_i)$ と劣化ハザー ドモデルによる寿命の生起確率 $\tau(t_1^i + \sum_{a=2}^h \bar{d}_a^i | \bar{x}_h^i, \bar{z}_i)$ の混合確率モデルとして表現できる.このとき、調査 データ $\bar{\Xi}_i$ に関する尤度関数は、積分計算により、

$$\mathcal{L}_i(\bar{\boldsymbol{\Xi}}_i, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\theta}, \sigma)$$

$$= \int_{0}^{\infty} \tau(t_{1}^{i} | \bar{x}_{1}^{i}, \bar{z}_{i}) \prod_{h=2}^{H_{i}} \tau\left(t_{1}^{i} + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_{a}^{i} | \bar{x}_{h}^{i}, \bar{z}_{i}\right) dt_{1}^{i}$$

$$= \int_{0}^{\infty} \frac{f_{d}(t_{1}^{i})}{\sigma f(t_{1}^{i})}$$

$$\cdot \exp\left\{-\exp\left(-\frac{\ln f(t_{1}^{i}) - \ln \bar{x}_{1}^{i} - \bar{z}_{i} \theta'}{\sigma}\right)\right)$$

$$-\frac{\ln f(t_{1}^{i}) - \ln \bar{x}_{1}^{i} - \bar{z}_{i} \theta'}{\sigma}\right\}$$

$$\cdot \prod_{h=2}^{H_{i}} \left[\frac{f_{d}(t_{1}^{i} + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_{a}^{i})}{\sigma f(t_{1}^{i} + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_{a}^{i})}$$

$$\cdot \exp\left\{-\exp\left(-\frac{\ln f(t_{1}^{i} + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_{a}^{i})}{\sigma}\right)$$

$$-\frac{\ln f(t_{1}^{i} + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_{a}^{i}) - \ln \bar{x}_{h}^{i} - \bar{z}_{i} \theta'}{\sigma}\right\}\right] dt_{1}^{i}$$

$$(i = I' + 1, \cdots, I)$$
(14)

と表現することができる.

ただし、本研究では、同一の施設に対する複数の調 査データ間の誤差項に対して、誤差項の系列相関を考 慮せず、独立に同一の確率分布(3)に従うと仮定してい る.5.(1)で言及するように、本研究の適用事例では、 FWD 調査が同一測定点において複数回実施されること は稀(それぞれの時系列データのサンプルサイズが小 さい)であり、数多くの測定点におけるデータを同時 に用いてモデルを推定するため誤差項の系列相関の影 響は少ないが、他の種類の施設への適用にあたっては、 誤差項の系列相関を明示的に考慮することが望ましい 場合も存在する.

本研究では、マルコフ連鎖モンテカルロ(Markov Chain Monte Carlo,以下 MCMC)法の反復計算によ り、本研究で提案する連続量を用いた劣化ハザードモ デルの未知パラメータの事後分布に従う乱数を発生さ せ,統計量を算出することによりモデル推定を行う.その際,尤度関数(14)内の積分計算に起因した計算負荷 が問題となる.本研究では,尤度関数の完備化操作に より,その計算負荷を軽減したような劣化ハザードモ デルのベイズ推定法を提案する.

(4) リスクマネジメント指標

劣化管理指標の低下過程に劣化カテゴリ間の異質性 が存在し、カテゴリごとの劣化特性が異なる.本研究 で提案する劣化ハザードモデルでは、劣化管理指標の 寿命が確率分布する.個々の劣化カテゴリに対して、初 期時点からある一定の時間T_iが経過した時点での劣化 管理指標の確率分布も知ることができる. このように, 劣化管理指標の低下に関するリスク管理指標を「劣化 リスク管理指標」と呼ぶ.一方,劣化ハザードモデルを 用いた場合,任意の経過時間に対して,劣化管理指標が 管理水準 x_i まで到達していない確率を生存関数 (10) を 用いて表現できる. 生存関数は劣化管理指標が所与の 管理水準まで到達する経過時間分布を表している. 生 存関数(10)を用いて、劣化管理指標が所与の水準に到 達するまでの経過時間の確率分布も定式化することが できる.このように、経過時間に関するリスク管理指 標を「余寿命指標」と呼ぶ、本研究では、劣化管理指 標の低下特性を表すリスク指標として、1)劣化リスク 管理指標,2)余寿命指標を設定する.

a) 劣化リスク管理指標

初期時点から一定の時間 T_i が経過した現時点を考える. 未知パラメータ (β , θ , σ) を所与としたとき,式(2) より,劣化管理指標 x_i は

$$x_i = \exp(-\bar{\boldsymbol{z}}_i \hat{\boldsymbol{\theta}}' - \hat{\sigma} w_i) f(T_i, \hat{\boldsymbol{\beta}})$$
(15)

と表される.ただし、記号「[^]」は推定値を意味する. ここで、確率誤差項 w_i が式(3)の確率密度関数 $g_w(w_i)$ に従うことを考慮すれば、変数変換

$$w_i = \frac{\ln f(T_i, \hat{\boldsymbol{\beta}}) - \ln x_i - \bar{\boldsymbol{z}}_i \hat{\boldsymbol{\theta}}'}{\hat{\sigma}} \quad (i = 1, \cdots, n) \quad (16)$$

により,経過時間 T_i における対数劣化管理指標 $\iota_i = \ln x_i$ の条件付き分布を表す確率密度関数は,

$$f_{\iota}(\iota_i|T_i, \bar{\boldsymbol{z}}_i) = \frac{1}{\hat{\sigma}} f_w \left(\frac{\ln f(T_i, \hat{\boldsymbol{\beta}}) - \iota_i - \bar{\boldsymbol{z}}_i \hat{\boldsymbol{\theta}}'}{\hat{\sigma}} \right) (17)$$

と表すことができる. さらに,変数変換 $x_i = \exp(\iota_i)$ より,経過時間 T_i における劣化管理指標 x_i の条件付き確率密度関数は,

$$f_{x_i}(x_i|T_i, \bar{\boldsymbol{z}}_i) = \frac{1}{\hat{\sigma}x_i} f_w \left(\frac{\ln f(T_i, \hat{\boldsymbol{\beta}}) - \ln x_i - \bar{\boldsymbol{z}}_i \hat{\boldsymbol{\theta}}'}{\hat{\sigma}} \right)$$
$$= \frac{\kappa x_i^{\kappa - 1}}{\rho_i(T_i)} \exp\left(-\frac{x_i^{\kappa}}{\rho_i(T_i)}\right)$$
(18)

と表すことができる. ただし,

$$\kappa = \frac{1}{\sigma}$$
(19a)
$$\rho_i(T_i) = \left\{ \exp\left(\frac{\bar{\boldsymbol{z}}_i \hat{\boldsymbol{\theta}}' - \ln f(T_i, \hat{\boldsymbol{\beta}})}{\hat{\sigma}}\right) \right\}^{-1}$$
(19b)

である. すなわち, 劣化管理指標 x_i はワイブル 分布 $\mathcal{W}(\mu(T_i), \nu^2(T_i))$ に従うことになる. ただし, $\mu(T_i), \nu^2(T_i)$ はワイブル分布の期待値, および分散で あり,

$$\mu(T_i) = \rho(T_i)^{1/\kappa} \Gamma\left(\kappa^{-1} + 1\right)$$
(20a)
$$\nu^2(T_i) = \rho(T_i)^{2/\kappa} \left\{ \Gamma\left(\frac{2}{-} + 1\right) - \Gamma^2\left(\frac{1}{-} + 1\right) \right\}$$
(20b)

と表せる.
$$\Gamma(\cdot)$$
 はガンマ関数である. さらに,劣化管
理指標の確率分布を表す分布関数 $H(x_i|T_i, z_i)$ は

$$H(x_i|T_i, \bar{z}_i) = 1 - \exp\left\{-\frac{x_i^{\kappa}}{\rho(T_i)}\right\}$$
(21)

と表せる.このとき、リスク管理水準を $\varepsilon \times 100\%$ とした VaR (Value at Risk) 指標 $x_{[VaR],i}(\varepsilon)$ は、

$$H(x_{[\text{VaR}],i}(\varepsilon)|T_i, \boldsymbol{z}_i) = 1 - \varepsilon$$
(22)

を満足するような $x_{[VaR],i}(\varepsilon)$ として定義できる.すな わち, $x_{[VaR],i}(\varepsilon)$ は,経過時間 T_i において,それを満 たさない(指標自体の数値が上回るような)劣化管理 指標値が出現する超過確率が ε となるような臨界的な 劣化管理指標値を表す.また,経過時間 T_i における期 待劣化管理指標値 $E[x_i]$ は,式 (20a) より

$$E[x_i] = \Gamma\left(\frac{1}{\kappa} + 1\right) \exp\left(\frac{\ln f(T_i, \hat{\boldsymbol{\beta}}) - \bar{\boldsymbol{z}}_i \hat{\boldsymbol{\theta}}'}{\kappa \hat{\sigma}}\right) (23)$$

となる. さらに、上式において経過時間 T_i の値を変化 させ、経過時間 T_i と期待劣化管理指標値 $E[x_i]$ の関係 を表した曲線を本研究では「劣化パフォーマンスカー ブ」と呼ぶ.

b) 余寿命指標

劣化管理指標に対して管理水準 <u>X</u> を設定する.施設 の新設から管理水準 <u>X</u> まで到達するまでの経過時間を 寿命 η_i と呼ぶこととする.現時点において,施設 i の 劣化管理指標の低下が管理水準にまで到達せず,寿命 η_i に対して $\eta_i > T_i$ が成立している場合を考える.劣 化管理指標が管理水準 <u>X</u> まで到達していないという条 件の下で,今後さらに τ 以上の期間にわたって当該施 設を補修しないで供用できる条件付き確率(以下,余 寿命分布と呼ぶ) $\tilde{F}_i(\tau|X,T_i)$ は,

 $\tilde{F}_i(\tau | \underline{X}, T_i) = \Pr[\eta_i \ge T_i + \tau | \underline{X}, \eta_i \ge T_i] \quad (24)$

と定義できる.すなわち,確率 $\tilde{F}_i(\tau | \underline{X}, T_i)$ は,経過時 間 T_i の施設iが管理水準 \underline{X} に到達するまでの余寿命が τ 以上となる確率を表している.生存確率 $S_t(T_i | \underline{X}, \overline{z}_i)$ を用いれば,余寿命分布 $\tilde{F}(\tau|X,T_i)$ は,

$$\tilde{F}_i(\tau|\underline{X}, T_i) = \frac{S_t(T_i + \tau|\underline{X}, \bar{z}_i)}{S_t(T_i|\underline{X}, \bar{z}_i)}$$
(25)

と表される.ただし, $S_t(T_i|\underline{X}, z_i)$ は,本研究で提案する連続量を用いた劣化ハザードモデルの生存関数であり,式(10)で表される.劣化管理指標が管理水準に到達した時点で施設iの補修を実施する場合,余寿命分布は,補修タイミングの確率分布を表している.さらに,劣化管理指標の低下が管理水準以上に進展する超過確率を ζ に設定すれば,それと対応する補修タイミング τ^* は,

$$\tilde{F}_i(\tau^*) = 1 - \zeta \tag{26}$$

を満足するような τ^* として求まる.なお,期待余寿命 (Remaining Mean Distribution)は,部分積分により,

$$RMD(T_i) = E[\eta_i - T_i | \eta_i \ge T_i]$$

=
$$\frac{\int_{T_i}^{\infty} (u - T_i) d\tilde{F}_i(u) du}{\tilde{F}_i(T_i)}$$

=
$$\frac{1}{\tilde{F}_i(T_i)} \int_{T_i}^{\infty} \tilde{F}_i(u) du \qquad (27)$$

と表される.初期時点における施設 *i* の劣化管理指標の期待寿命は,

$$RMD(0) = \lim_{\varepsilon \to 0} \int_{\varepsilon}^{\infty} \tilde{F}_i(u) du$$
 (28)

となる.

4. 推定手法

(1) 尤度関数の非凸性とベイズ推定

本研究で提案する劣化ハザードモデルの尤度関数 (13)、あるいは次節で定式化する完備化尤度関数は、分 散パラメータσに関して凸性が保証されない. 最尤推 定法による同モデルの尤度関数最大化問題を考えた場 合, 尤度関数の非凸性により, 直接探索法とニュート ン・ラフソン法を組み合わせた段階的な最尤推定法を 用いる必要があった.一方,本研究では,MCMC法に より分散パラメータ σ を含む全ての未知パラメータを 事後分布として同時推定する.このことにより、モデ ルの推定作業の効率化と, 尤度関数の局所的な凸性を 未知パラメータの多峰的な事後分布として明示的に評 価することができる. さらに,本研究で提案する劣化 ハザードモデルにおいて、ベースラインモデル $f(t_i, \beta)$ をフレキシブル関数 $\tilde{f}(t_i, \boldsymbol{\beta})$ を用いて近似することを目 的とする.この場合、フレキシブル関数がベースライ ンモデルとしての性質を満足するためにパラメータベ クトル β の推定値が式(12)に示すような定義域 $\Omega_f(\beta)$ の内部に含まれる必要がある.このような複雑な構造 を持つ推定問題に対して、以下では、MCMC 法を用い たアプローチを試みる.

(2) 尤度関数の完備化操作

いま,施設 $i = I' + 1, \dots, I$ に対して獲得された調査 サンプルがデータ獲得パターン 2 に該当し,更新・補修 時点におけるデータが観測されていないと考える.こ の場合,1回目の調査間隔 $d_1^i = t_1^i$ に関する実測値は観 測不可能であるが,仮にその値が ξ_i である場合を考え る.このとき,調査間隔 ξ_i の場合に,調査データ $\bar{\Xi}_i$ が 観測される尤度関数は,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{i}(\bar{\Xi}_{i},\xi_{i},\beta,\theta,\sigma) \\ &= \tau(\xi_{i}|\bar{x}_{1}^{i},\bar{z}_{i}) \prod_{h=2}^{H_{i}} \tau\left(\xi_{i}+\sum_{a=2}^{h} \bar{d}_{a}^{i}\Big|\bar{x}_{h}^{i},\bar{z}_{i}\right) \\ &= \frac{f_{d}(\xi_{i})}{\sigma f(\xi_{i})} \\ &\cdot \exp\left\{-\exp\left(-\frac{\ln f(\xi_{i})-\ln \bar{x}_{1}^{i}-\bar{z}_{i}\theta'}{\sigma}\right)\right. \\ &\left.-\frac{\ln f(\xi_{i})-\ln \bar{x}_{1}^{i}-\bar{z}_{i}\theta'}{\sigma}\right\} \\ &\cdot \prod_{h=2}^{H_{i}} \left[\frac{f_{d}(\xi_{i}+\sum_{a=2}^{h} \bar{d}_{a}^{i})}{\sigma f(\xi_{i}+\sum_{a=2}^{h} \bar{d}_{a}^{i})} \\ &\cdot \exp\left\{-\exp\left(-\frac{\ln f(\xi_{i}+\sum_{a=2}^{h} \bar{d}_{a}^{i})-\ln \bar{x}_{h}^{i}-\bar{z}_{i}\theta'}{\sigma}\right)\right. \\ &\left.-\frac{\ln f(\xi_{i}+\sum_{a=2}^{h} \bar{d}_{a}^{i})-\ln \bar{x}_{h}^{i}-\bar{z}_{i}\theta'}{\sigma}\right\}\right] \\ &\left.(i=I'+1,\cdots,I) \end{aligned}$$
(29)

と表現でき, パターン 1 の尤度関数 (13) に一致する. 以上の操作を完備化という. 完備化された尤度関数 (以 下,完備化尤度関数) (29) の計算負荷は,通常の尤度 関数 (14) より大幅に低減されていることが理解できる. ただし,完備化尤度関数の中に含まれる潜在変数ベク トル $\boldsymbol{\xi} = (\xi_{I'+1}, \dots, \xi_I)$ は,観測できない変数である. そこで完備化尤度関数を用いて,潜在変数の確率分布 を推定することを考える.完備化尤度関数を用いて,潜 在変数 ξ_i ($i = I' + 1, \dots, I$) に関する全条件付き事後確 率 $\Pr[\xi_i | \bar{\Xi}_i, \beta, \theta, \sigma]$ は,

$$\Pr[\xi_{i}|\Xi_{i},\beta,\theta,\sigma]$$

$$\propto \frac{f_{d}(\xi_{i})}{f(\xi_{i})}$$

$$\cdot \exp\left\{-\exp\left(-\frac{\ln f(\xi_{i}) - \ln \bar{x}_{1}^{i} - \bar{z}_{i}\theta'}{\sigma}\right) - \frac{\ln f(\xi_{i})}{\sigma}\right\}$$

$$\cdot \prod_{h=2}^{H_{i}}\left[\frac{f_{d}(\xi_{i} + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_{a}^{i})}{f(\xi_{i} + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_{a}^{i})}$$

$$\cdot \exp\left\{-\exp\left(-\frac{\ln f(\xi_{i} + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_{a}^{i}) - \ln \bar{x}_{h}^{i} - \bar{z}_{i}\theta'}{\sigma}\right)$$

$$-\frac{\ln f(\xi_{i} + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_{a}^{i})}{\sigma}\right\}\right]$$
(30)

土木学会論文集D3(土木計画学), Vol. 72, No. 2, 191-210, 2016.

と表現できる. 全条件付き事後確率 (30) には,未知パ ラメータ β , θ , σ が含まれるため,潜在変数 ξ_i の全条件 付き事後確率を先験的に求めることは不可能である. そ こで,本研究では,全条件付き事後確率 (30) を用いて潜 在変数 ξ_i を MCMC 法により,未知パラメータ β , θ , σ と同時に反復的にランダム発生させる. このような手 続きにより,完備化尤度関数を用いて求めたパラメー タのベイズ推定値が,尤度関数 (14) を用いて求めたパ ラメータの最尤推定値に収束することが証明されてい る ¹⁴⁾.

本研究では、上記の完備化尤度関数を用いて、MCMC 法により劣化予測モデルの未知パラメータと潜在変数 を同時にサンプリングする. 完備化尤度関数を用いた MCMC 法による社会基盤施設の劣化予測モデルのベイ ズ推定に関しては、既往研究¹⁵⁾⁻¹⁷⁾においても説明さ れているが、読者の便宜を図るため、本稿でも付録に おいて詳細な説明を加えている. なお、付録において、 未知パラメータ β に関して許容集合 $\Omega_f(\beta)$ に含まれる かどうかを判定するプロセスは本研究の特徴的な点で あるため留意されたい.

5. 適用事例

(1) 適用事例の概要

本研究では、連続量を用いた劣化ハザードモデルの 適用事例として高速道路の舗装耐荷力の低下過程を取 り上げる.その際,NEXCOが管理する全国の高速道 路の道路区間を舗装構成を加味した上で無作為に抽出 し, Falling Weight Deflectometer によるたわみ量調査 (以下, FWD 調査)を通して獲得した舗装たわみ量に 関するデータベースを用いる. 対象となった路線は全 48 路線である. FWD 調査は最も古い道路区間で 2006 年4月,最も新しい道路区間では2014年3月と、約8 年にわたって実施されている.また、最も古い路線は、 供用開始から 50 年近くが経過している. データベース には、1)支社、事務所などの管理者情報、2)路線名、 車線区分,キロポストなどの位置情報,3)交通量など の路線情報,4)供用開始年月日,舗装補修年月日,表 層や路盤に用いている混合物の種類, アスファルト混 合物層(以下, As 層)の厚さなどの舗装に関する情報, そして 5) FWD 調査を実施した日時,調査によって得 られる舗装の耐荷力を示すたわみ量などの FWD 調査 に関する情報が高速道路舗装上の地点ごとに記載され ている.これらのデータベースを,さらに車線区分が 走行車線(走行車線,第一走行車線,第二走行車線)で あり、かつ、測定位置が OWP (外側車輪位置), IWP (内側車輪位置) であるものに限定してデータを選別し た. NEXCO では,獲得されたたわみ量に基づき,舗

劣化特性カテゴリ		-Hr -E #F	ご カ料	データ数 平均 平均	平均
i	地域特性×路盤種別×As 層厚	地点数	テータ数	調査間隔 [日]	D_i 値
1	一般 × 粒状 ×220mm 未満	697	1,850	334.1	907.7
2	一般×粒状×220-260mm	292	787	367.1	224.9
3	一般 × 粒状 ×260mm 以上	695	1,763	374.4	539.5
4	一般 × セメ安 ×220mm 未満	190	555	386.7	548.8
5	一般 × セメ安 ×220-260mm	105	239	350.6	133.0
6	一般 × セメ安 ×260mm 以上	424	1,124	431.2	401.9
7	積寒 × 粒状 ×220mm 未満	376	1,018	501.3	882.9
8	積寒 × 粒状 ×220-260mm	116	348	429.0	274.3
9	積寒 × 粒状 ×260mm 以上	206	506	540.6	499.8
10	積寒 × セメ安 ×220mm 未満	334	809	481.4	911.8
11	積寒 × セメ安 ×220-260mm	428	1,181	410.7	251.0
12	積寒 × セメ安 ×260mm 以上	142	455	565.2	448.2
	計	4,005	10,635	417.1	571.7

表-1 調査データ概要

装耐荷力を As 層の損傷として評価するための損傷指標 D_i を

$$D_i = \frac{D_0 - D_{90}}{h}$$
(31)

と定義している^{18),19)}. ここに, D_0 は重錘の載荷点直 下のたわみ量 (mm), D_{90} は載荷点から 90cm 離れた地 点のたわみ量 (mm), h は As 層の設計厚 (mm) である. 本適用事例においても,損傷指標 D_i を耐荷力指標とし て採用する.ただし,以下では表記の都合上,損傷指 標 D_i に 10⁶ を乗じた値を D_i 値と表記する.

一般に, FWD 調査が実施される測定点は, 定期的に 路線全体で実施される路面性状調査とは異なり,目視点 検により得られる路面の損傷状況を考慮した上で、管 理者の経験に基づいて選定される.したがって、FWD 調査が同一測定点において複数回実施されることは稀 であり,通常,FWD 調査による健全度情報は1時点の みしか得られないことが少なくない.補修によって舗 装の耐荷力が回復することから、直近の補修時点を最 も健全な状態として各時点間の健全度推移情報を作成 し、推定に用いるデータベースを構成することも可能 ではある.しかし,例えば切削オーバーレイなどの表 層・基層部のみに対して行われる補修では、舗装が最も 健全な状態に回復するわけではない. 一方で, 供用開 始時点を最も健全な状態とすることも可能ではあるが, 高速道路の供用開始時点は、古い道路で1963年であり、 1) FWD 調査が実施される前に舗装が補修されている 場合や、2)舗装の補修の記録が抜け落ちている場合が あり、供用開始時点と FWD 調査実施時点の間の健全 度推移情報が正確でない場合も少なくない. そのため, 本研究では後述するように、全ての道路区間の耐荷力 低下に関する初期時点を未知として劣化ハザードモデ ルを推定した.

(2) モデル推定の方針

連続量を用いた劣化ハザードモデルを,実際の高速道 路において 2006 年から 2014 年の間に獲得された FWD 調査データに適用する.表-1に当該調査データの諸元 を示す.なお、表層種別は排水性舗装(NEXCO にお ける, 高機能舗装 I 型) のみを対象とする. 対象とした 道路区間は、一般地域と積雪寒冷地域(図表中では「一 般」と「積寒」)に大別される.2種類の地域内それぞ れに、粒状路盤とセメント安定処理路盤(図表中では 「粒状」と「セメ安」)という2種類の路盤を有する舗装 区間が存在する. さらに、対象とする道路区間内では、 As 層の設計層厚(220mm 未満, 220mm 以上 260mm 未満(以下, 220-260mm), 260mm以上)も地点によ り異なる.このとき,特性変数間に交互作用⁹⁾が存在 する可能性がある.そこで本研究では、これら3種類の 舗装特性の組み合わせに応じて、合計 12 種類の劣化特 性カテゴリを定義する. 当然のことながら, 各特性変数 に対して特性変数 zi を設定することも考えられる.こ れらの特性変数の設定に関しては、推定精度、特性変数 の数,汎用性などを考慮して設定することが望ましい. 表-1には、このように定義した劣化特性カテゴリごと の地点数,調査データ数(FWD 調査実施回数),平均 調査間隔,平均 D_i 値を掲載している.当該調査データ では 4.005 個の全ての地点において,供用開始年月日, あるいは、耐荷力の回復を伴う補修・更新の直近の実 施年月日を獲得できなかった.そのため、I' = 0とし, 全ての地点において潜在変数 *ξi* を定義している. ただ し、全ての地点において、全ての調査時点の間には、補 修・更新が実施されていないことを確認している. ま た,平均調査間隔は,観測された $\bar{d}_1^i, \bar{d}_2^i, \cdots$ の平均値で ある.全ての地点において、本適用事例では、複数回







図-4 調査間隔と D_i 値増加量

FWD 調査が実施されている.ある地点に対して何度調 査が実施されたか(何個のデータが獲得されているの か)を示す地点ごとのデータ数分布を図—3 に示すので 併せて参照されたい.本研究においては計画的に FWD 調査を実施したために,基本的に同一地点において 2~ 3回のデータが得られている.また,FWD 調査の実施 間隔と D_i 値の変化量の関係を図—4 に示す.同図に示 す D_i 値の時間的な変化過程を劣化ハザードモデルによ り表現する.

表-2には、従来の5段階の離散的健全度を用いた方 法における D_i 値と健全度の対応関係を路盤種別と As 層厚に応じて示している.同一の D_i 値が観測された場 合でも、 D_i 値の定義 (31)に As 層の設計層厚が含まれ ているため、上記 12 種類の劣化特性カテゴリに応じて 耐荷力に対する評価は異なる.表-2において、健全度 土木学会論文集D3(土木計画学), Vol. 72, No. 2, 191-210, 2016.

5の上限値となる D_i 値は, それぞれの劣化特性カテゴ リにおいて観測される可能性のある最大の D; 値である と考える.また,健全度4の上限値(=健全度5の下 限値)となる D_i 値をひとまず個々の劣化特性カテゴリ におけるアスファルト層全層(表層,基層,加熱アス ファルト安定処理上層路盤)の損傷(「全層破壊」)と 考える.なお、同表は一般地域、積雪寒冷地域の双方 に対して適用できる.2.で述べたように、多くの既往 研究では、表-2を用いた耐荷力の離散化プロセスにお いて、連続量として観測された耐荷力に関する情報の 欠落が生じる.本研究で提案する劣化ハザードモデル は連続量として観測された劣化指標を直接用いて劣化 予測を行うため、上記の情報の欠落が生じることはな い. さらに, 従来の離散的健全度を用いて劣化予測を 行う方法では、表-2のような健全度の判定基準が変更 される度に, 改めて劣化予測を行う必要があった. 一 方で,本研究で推定される連続量を用いた劣化過程は, 事後的に離散的な健全度に分割することが可能である. そのため, 例えば, 健全度判定基準を変更した場合の 劣化過程の変動を容易に定量化することができ、維持 管理高度化・詳細化に向けたリスク管理水準の変更や 多様化を積極的に支援することができると考える.

なお,本研究で提案する劣化ハザードモデルでは,耐 荷力の低下過程を供用開始からの経過時間の関数とし て表現している.一方で,主に舗装工学の分野では,耐 荷力の低下過程を含め舗装の劣化過程を交通量や軸数 の関数で表現する考え方も存在する²⁰⁾.当然のことな がら、単位時間あたりの交通量などが観測された場合 は、本研究で提案する劣化ハザードモデルを交通量に 応じた耐荷力の低下モデルへと変換することができる. 本研究の適用事例においても,対象とする道路区間に 応じて交通量が異なり、交通量を特性変数として採用 した劣化ハザードモデルを推定したが、交通量の増加 に伴い耐荷力の低下速度も増加するという結果が得ら れなかった. その理由として, 現行のアスファルト舗 装の設計手法である TA 法では考慮されていない表層 種別や地域特性が耐荷力の低下過程に大きな影響を及 ぼし、交通量や大型車交通量が耐荷力の低下過程やそ の差異に有意な影響を与えていない可能性が考えられ る²¹⁾.そのため、後述の推定結果において交通量の影 響には言及しないが,今後の課題として,アスファル ト舗装の設計手法や交通量が舗装の耐荷力の低下過程 に与える影響を継続的に議論する必要がある.

(3) ベースラインモデルの特定化

本研究で提案する劣化ハザードモデルの特徴は、ベー スラインモデルとして力学的モデルを許容する点にあ る.一方で、本適用事例のようにデータ数が極めて少な

表-2 耐荷力による健全度ランク

表層種別		排水性舗装(高機能舗装 I 型)					
路盤種別		粒状路盤			セメント安定処理路盤		
As 層厚		220mm 未満	220-260mm	260mm 以上	220mm 未満	220-260mm	260mm 以上
健全度	1	$0 \leq D_i \leq 375$	$0 \leq D_i \leq 200$	$0 \leq D_i \leq 125$	$0 \leq D_i \leq 300$	$0 \leq D_i \leq 200$	$0 \leq D_i \leq 100$
	2	$375 < D_i \le 750$	$200 < D_i \le 400$	$125 < D_i \le 250$	$300 < D_i \le 600$	$200 < D_i \le 400$	$200 < D_i \le 300$
	3	$750 < D_i \le 1,125$	$400 < D_i \le 600$	$250 < D_i \le 375$	$600 < D_i \le 900$	$400 < D_i \le 600$	$200 < D_i \le 300$
	4	$1,\!125 < D_i \le 1,\!500$	$600 < D_i \le 800$	$375 < D_i \le 500$	$900 < D_i \le 1,200$	$600 < D_i \le 800$	$300 < D_i \le 400$
	5	$1,500 < D_i \le 3,000$	$800 < D_i \le 1,600$	$500 < D_i \le 1,000$	$1,200 < D_i \le 2,400$	$800 < D_i \le 1,600$	$400 < D_i \le 800$

表--3 ベースラインモデルの候補と AIC

モデル	$f(t, oldsymbol{eta})$	AIC
多項式	$\beta_1 t^2 + \beta_2 t + \beta_3$	59,753
べき乗関数	$\beta_1 t^{\beta_2} + \beta_3$	$50,\!870$
指数関数	$\beta_1 \beta_2{}^t + \beta_3$	$46,\!077$
ワイブル分布関数	$C\left[1 - \exp\{-(t/\beta_1)^{\beta_2}\}\right] + \beta_3$	$78,\!648$

くない場合には、ベースラインモデルについても統計的 に推定することも可能である.本適用事例においては, 任意の経過時間における D_i 値の逓増,急増過程を柔軟 に表現するため,時間の経過に対し単調増加する関数 の中から,パラメータに応じて上に凸,下に凸となる ような関数を考慮し、表-3に示す4種類の関数(多項 式モデル、べき乗関数モデル、指数関数モデル、ワイブ ル分布関数モデル)をベースラインモデルの候補とし た. ただし、これらの候補以外にもベースラインモデル の候補となり得る関数は無数に存在し、フレキシブル 関数をベースラインモデルとして代替的に利用する場 合には、より多くの候補の中から最適なベースライン モデルを決定していくことが望ましい.なお、ワイブ ル分布関数のCは、舗装耐荷力指標に応じた基準化定 数である.本研究では舗装耐荷力指標に関して D_i 値を 用いており、調査データ内の最大値は2,895 であったた め、*C* = 3,000 と事前に設定してモデル推定を行った. また,表-3には,個々のモデルに対する AIC²²⁾も示 している.同表より,指数関数モデルをベースライン モデルとしたモデルにおいて, AIC の値が相対的に最 も小さい値を取ったことから,指数関数モデルを4種 類の候補の中で最も望ましいベースラインモデル(以 下,本研究での最適ベースラインモデル)と決定した.

(4) 推定結果

以下では、本研究での最適ベースラインモデルであ る指数関数モデルを有する劣化ハザードモデルの推定 結果に関して説明する.本研究では、モデル内のパラ

表-4 未知パラメータベクトルβ, σの推定結果

	事後分布統計量			
パラメータ	期待値	上限 5%	Geweke	
		下限 5%	検定統計量	
ß	2.807	2.780	0.484	
ρ_1		2.833	0.404	
Ba	1.360	1.358	0.147	
<i>p</i> 2		1.363	0.147	
ß	19.990	19.553	-0.598	
ρ3		20.389		
_	0.140	0.137	0.791	
σ		0.142	0.731	

メータをベイズ推定により全て同時に推定するが,本 稿では,以下で個々のパラメータの推定結果について 順次説明する.

a) ベースラインモデル

表-4 には、MCMC 法において $\beta_{n_1} = (\beta_{n_1}^{(n+1)}, \cdots, \beta_{n_1}^{(n)})$ ($n_1 = 1, \cdots, N_1$), $\sigma = (\sigma^{(n+1)}, \cdots, \sigma^{(n)})$ として サンプリングされたベースラインモデルの未知パラメー タの事後分布に関する統計量を示す. 同表に示すよう に、90%ベイズ信用域, Geweke 検定統計量²³⁾を用い ることにより,推定された未知パラメータの信頼性と 事後分布への収束性を議論することができる. 本研究 では、Geweke 検定統計量の絶対値が 1.96 を下回った 場合,有意水準 5%で,MCMC 法によるサンプルが事 後分布に収束しているという帰無仮説を棄却できない と判断した. 以下では、事後分布の期待値をそれぞれ の未知パラメータの推定値として劣化ハザードモデル による劣化予測結果を説明する.

図-5には、未知パラメータの推定値 β , $\hat{\sigma}$ を用いて、 本研究での最適ベースラインモデルにおける舗装耐荷 力指標の劣化パフォーマンスカーブを黒線で示した.同 パフォーマンスカーブは、全ての区間の平均的な劣化 過程を示している.ただし、本研究では、確率変動項 w_i の期待値を γ (= 0.57722...)としたため、同図では



図-5 舗装耐荷力パフォーマンスカーブ

劣化特性カテゴリ		事後分布統計量			
i	特性	期待値	下限 5%	上限 5%	Geweke 検定統計量
1	一般 × 粒状 ×220mm 未満	-2.155	-2.165	-2.144	-0.393
2	一般×粒状×220-260mm	-1.716	-1.723	-1.707	-0.212
3	一般 × 粒状 ×260mm 以上	-0.495	-0.506	-0.483	-0.350
4	一般 × セメ安 ×220mm 未満	-1.483	-1.499	-1.468	-0.217
5	一般 × セメ安 ×220-260mm	-0.918	-0.930	-0.904	-0.464
6	一般 × セメ安 ×260mm 以上	0.113	0.092	0.136	-0.025
7	積寒 × 粒状 ×220mm 未満	-2.278	-2.286	-2.268	-0.467
8	積寒 × 粒状 ×220-260mm	-1.413	-1.427	-1.395	0.429
9	積寒 × 粒状 ×260mm 以上	-0.373	-0.393	-0.358	-0.522
10	積寒 × セメ安 ×220mm 未満	-1.889	-1.900	-1.878	-0.235
11	積寒 × セメ安 ×220-260mm	-1.490	-1.507	-1.472	-0.611
12	積寒 × セメ安 ×260mm 以上	-0.897	-0.908	-0.886	-0.145

表-5 未知パラメータベクトル 0 の推定結果

ベースラインモデル $f(t, \hat{\boldsymbol{\beta}})$ を γ (= 0.57722 ···) で基準 化した基準化ベースラインモデル $f(t, \hat{\boldsymbol{\beta}})/\gamma$ を用いたパ フォーマンスカーブを示している.

ベースラインモデルや以下で説明する個々の劣化特 性カテゴリの *D_i* 値の劣化パフォーマンスカーブの形状 は,図–5 に示すように,初期時点からある程度の期間 はパフォーマンスの低下が緩やかであり,その後,急速 に *D_i* 値が増加するような上に凸の形状を示している. このことより,初期時点から 10~15 年間は耐荷力の急 激な低下は見られないが,一方で,初期時点から 10~ 15 年が経過したのちに,一旦耐荷力が低下し始めると, その後は加速度的に耐荷力が低下していく様子が推定 結果から確認できる.このことは,図–4 を用いて事後 的に考察することもできる.同図において,調査間隔は 3年以上と比較的長いが D_i 増加量が 600 以下と小さい グループ,調査間隔は 2.5 年以下と比較的短いが D_i 増 加量が 700 以上と大きいグループが確認でき,前者は 初期時点からの経過年数が短い舗装区間,後者は耐荷 力が急激に低下する初期時点から 10 年以上経過した舗 装区間であると考えられる.既に述べたように,本研究 の適用事例では,舗装構成ごとに獲得サンプル数を十 分に確保するという条件のもと目視点検結果に関係な く無作為に FWD 調査実施箇所を選定したため,調査 データ内に選択性バイアスは存在しない.一方で,一 般的な FWD 調査実施スキームに着目した場合,耐荷 力が低下していない区間に比べ,耐荷力の低下した区 間の調査データが頻繁に測定されるという自己選択性 バイアスが存在する可能性も考えられる.このような



図-6 舗装耐荷力の基準化パフォーマンスカーブ

場合には,選択性バイアスを考慮したデータ整理手法 や劣化予測モデルを用いる必要がある.

b) 劣化特性カテゴリ間の異質性

本研究で提案する劣化ハザードモデルを用いること により、連続量による舗装耐荷力の低下指標を直接的 に用いて、個々の劣化特性カテゴリで耐荷力の低下過 程を定量化することが可能となる.表-5 には、 $\theta_i = (\theta_i^{(n+1)}, \dots, \theta_i^{(n)})$ による未知パラメータベクトル θ の 事後分布の統計量を示した.なお、 θ に関して、本適用 事例では劣化特性カテゴリに応じて、

$$z_i^c = \begin{cases} 1 & 地点 i \ o 劣化特性カテゴリが c \ o とき \\ 0 & それ以外のとき \end{cases}$$

$$(c = 1, \cdots, 12) \tag{32}$$

と特性変数を設定した.以下では、事後分布の期待値を 推定値 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ として用いる.式(23)と $\hat{\boldsymbol{\theta}}$, $\hat{\boldsymbol{\beta}}$, $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ を用いるこ とにより,個々の劣化特性カテゴリごとに劣化パフォー マンスカーブを求めることができる. 図-5には、これ らの劣化パフォーマンスカーブも併せて示している.同 図より、例えば、初期時点から15年経過した時点にお いて, D_i 値の期待値は約 250 から約 2,750 と個々の劣 化特性カテゴリに応じて多様に変化している様子を、連 続量を用いた劣化ハザードモデルを用いて表現できて いることが確認できる.なお、個々の劣化パフォーマン スカーブの終点は、表-2におけるそれぞれの劣化特性 カテゴリにおいて観測される可能性のある最大の D_i 値 であり,調査データ内においても全てのカテゴリにおい てそれらの値以上の FWD 指標は観測されていなかっ た. さらに, 図-6には劣化特性カテゴリにおいて観測 される可能性のある最大の D_i 値が 1.0 となるように基 準化した D_i 値を用いた劣化パフォーマンスカーブであ



図-7 劣化特性カテゴリごとの期待寿命

る. 基準化 D_i 値は D_i 値と比べて直感的な理解をしに くいものの,各カテゴリ間のパフォーマンスカーブや耐 荷力の低下速度の差異をより容易に相対比較すること ができる.また,図-7 には,個々の劣化特性カテゴリ に関して,リスク管理水準を表-2 の健全度4の上限値 とした場合の期待寿命を示した.図-7 から、「一般×粒 状×220-260mm」,「積寒×粒状×220mm 未満」にお いて,12.6年,12.8年と他の劣化特性カテゴリと比較 して期待寿命が短くなることが見て取れる.一方、「一 般×セメ安×260mm 以上」や「積寒×粒状×260mm



図-8 経過年数の分布

以上」では、16.6年、15.7年と期待寿命が長くなってい る.「一般×粒状×220-260mm」において期待寿命が短 い傾向にあることと、「一般×セメ安×260mm以上」、 「積寒×粒状×260mm以上」において期待寿命が長い 傾向にあることは、既往研究⁹⁾においても同様の知見 が獲得されている.これらの期待寿命の差異は、実際 の劣化過程の差異に起因し発生する場合とリスク管理 水準の設定値の差異に起因し発生する場合が考えられ る.NEXCOにおいて、排水性舗装(高機能I型)の表 層が採用されてから日が浅いこともあり、今後、劣化 特性カテゴリごとの劣化特性の差異とリスク管理水準 の設定方法を継続的に議論していくことが重要である. このような議論に対して、本研究で提案する方法論は 有用な知見を提供することができると考える.

本適用事例の推定結果を使用する上で、推定された耐 荷力低下過程が観測された FWD 調査データに対して 外挿されるような経過年数あるいは D_i 値においては, その信頼性が低下する可能性がある.図-8には、対象 とした 4,005 地点それぞれにおいて初期時点から最後の 観測時点 (H_i 回目) までの経過年数 $\bar{\xi}_i + \sum_{a=2}^{H_i} \bar{d}_a^i$ の分 布を示している.ただし、初期時点から第1回目の調査 までの経過年数 $\overline{\xi_i}$ は,MCMC 法においてサンプリン グされた潜在変数を用いて $\bar{\xi_i} = \sum_{n=n+1}^{\overline{n}} \xi_i^{(n)} / (\overline{n} - \underline{n})$ とした. 図-5 では経過年数が 20 年までの耐荷力の低 下過程を記述したが、図-8より、経過年数が20年以上 のサンプルも含みモデルを推定できており、経過時間 に関して推定された耐荷力低下過程が外挿されていな いことが確認できる. さらに, 表-6には劣化特性カテ ゴリごとの観測 D_i 値の最大値を示した.各劣化特性カ テゴリにおいて,最大 D_i値が図-5における耐荷力低

表-6 劣化特性カテゴリごとの観測 D_i 値の最大値

	劣化特性カテゴリ	■	
i	特性	取八 D_i 他	
1	一般 × 粒状 ×220mm 未満	2,895.0	
2	一般 × 粒状 ×220-260mm	$1,\!600.0$	
3	一般 × 粒状 ×260mm 以上	965.4	
4	一般 × セメ安 ×220mm 未満	2,300.0	
5	一般 × セメ安 ×220-260mm	1,576.9	
6	一般 × セメ安 ×260mm 以上	416.7	
7	積寒 × 粒状 ×220mm 未満	2,722.2	
8	積寒 × 粒状 ×220-260mm	1,504.0	
9	積寒 × 粒状 ×260mm 以上	833.3	
10	積寒 × セメ安 ×220mm 未満	2,394.4	
11	積寒 × セメ安 ×220-260mm	1,554.5	
12	積寒 × セメ安 ×260mm 以上	763.0	



図-9 劣化リスク指標分布の時間的推移

下過程の終点付近となっているのが確認できるが、例 えば、カテゴリ「一般×セメ安×260mm以上」におい ては、耐荷力低下過程の終点を $D_i = 800$ としているが 最大 D_i 値が416.7であり、最大 D_i 値以上の耐荷力低 下過程に関しては、その信頼性が十分でない場合があ ることに留意せねばならない.

(5) リスクマネジメント指標の算定結果

a) 劣化リスク管理指標

本研究で提案する劣化ハザードモデルのパラメータ の推定値と式 (18) により,任意の時点に生起する舗装 耐荷力指標の確率密度を求めることができる.図-9 に は,劣化特性カテゴリ「一般×粒状×260mm 以上」を 対象として,初期時点からの劣化リスク指標分布の時 間的推移を,5年後,10年後,13年後,15年後を例に 示している.当然のことながら,初期時点からの時間の 経過とともに劣化リスク指標分布は D_i 値が増加するよ うな方向に推移する.本研究で提案する劣化ハザードモ



図-10 カテゴリ間の劣化リスク指標分布の差異



図-11 リスク管理水準 5%での舗装耐荷力指標

デルの推定結果を用いることにより,任意の将来時点に おける耐荷力の低下過程(D_i 値の増加過程)を確率分 布として図–9のように定量化することができる.また, 図–10には、3種類の劣化特性カテゴリ(「一般×粒状 ×220mm 未満」,「一般×粒状×220-260mm」,「一般× 粒状×260mm 以上」)を例に,供用開始時点から13年 後の劣化リスク指標分布を示している.劣化リスク指 標分布に関しても,前節で示した劣化パフォーマンス カーブと同様に劣化特性カテゴリ間の差異を評価する ことができ,同図からも,初期時点から同一の時間が経 過した場合,「一般×粒状×220mm 未満」で最も D_i 値 の増加量が多く,次いで,「一般×粒状×220-260mm」, 「一般×粒状×260mm 以上」と増加量が少なくなる傾 向が見て取れる.

さらに、図-11 には、式 (22) によって求まる VaR 指標 *x*_{[VaR],*i*}(0.05) の時間的推移を劣化特性カテゴリ単



図-12 余寿命分布

位で示した. 同図と図-5を比較すると, 劣化パフォー マンスカーブよりリスク管理水準 5%での D_i 値を示す カーブの方が、全ての劣化特性カテゴリにおいて1~2 年早く D_i 値が低下していることがわかる. このように, 本研究で提案する方法論により、すでに述べた劣化パ フォーマンスカーブ(各劣化特性カテゴリでの劣化リ スク指標の期待値)のみならず,舗装耐荷力指標分布を 考慮した臨界的な劣化管理指標を求めることができる. 実際に耐荷力の低下リスクを詳細に考慮して舗装の調 査・補修業務を行うためには、VaR 指標 x_{[VaR],i}(0.05) を用いて意思決定を行うことが重要となる.これらの 劣化リスク指標に関して、例えば、劣化パフォーマンス カーブはライフサイクル費用評価などネットワークレ ベル(複数の路線や支社単位)での分析に対して, VaR 指標はプロジェクトレベル(個々の出張所や事務所単 位)における調査・補修・更新の意思決定に対して有用 な知見を提供できると考えられる.

b) 余寿命指標

社会基盤施設のアセットマネジメントを実施するに あたり,個々の施設の残存価値を定量化することも重要 となる. 図-12 には,式(25)により算出した,管理水準 を X = 1,000 とした場合の供用開始時点から 10 年が経 過した時点で当該地点が管理水準 X = 1,000 に達して いないという条件付きの余寿命分布 *F*(τ|1,000, 10[年]) を,3種類の劣化特性カテゴリ(「一般×粒状×220mm 未満」,「一般×粒状×220-260mm」,「一般×粒状 ×260mm以上」)を例として示した. 同図から, 例え ば、「一般×粒状×220mm 未満」において、当該時点 から5年以内にリスク管理水準X = 1,000 に到達する 確率は約80%である、といったことが読み取れる.当 |然のことながら,表-2において観測され得る最大の D_i 値 が最も大きい「一般 × 粒状 ×260mm 以上」におい て,管理水準 <u>X</u> = 1,000 という条件のもとでは余寿命 が最も長くなっている.図-12においては、劣化特性カ

テゴリ間の相対評価のために管理水準<u>X</u>を一律に設定 した例を示したが,任意の管理水準と経過年数のもと で余寿命分布を定量化することが可能である.このよ うに,現時点や任意の将来時点での余寿命分布を用い ることにより,各施設の残存価値を定量化し,将来の 維持管理計画を立案していくことが望ましい.

(6) 今後の展望

現行のアセットマネジメントは多段階のレーティン グカテゴリにより離散化された健全度情報が中心となっ て構成されている. これは社会基盤施設に対する目視 点検との整合性を図る(目視点検データを実務に活用 する)ことを目的としている.目視点検は実務で根幹と なる点検手法であるが、社会基盤施設の外観評価、序 数評価に過ぎないことも事実である.ただし,多くの 目視点検マニュアルにおいては, 目視点検の判定結果 (健全度情報)と補修・更新アクションが連動している ために,維持管理計画の立案やライフサイクル費用評 価を行う上では目視点検に基づくアセットマネジメン トは実務との整合性が高い.一方で,社会基盤施設を維 持管理していく上での実務的要請として, パフォーマ ンス評価に対する要望が依然として強い. このときに は,目視点検データとは異なり,モニタリング情報やセ ンサー情報のような連続量が主たる情報となる.しか し、従来ではこれらの連続量もあえて離散化して、健 全度情報に変換してきた.舗装分野では路面性状調査 車がすでに実用化されてはいるものの、連続量である 調査データを直接的に分析に活用するような方法論は 存在しない.本研究で提案した劣化ハザードモデルは, この課題を解決するものであり、図-5 は対象道路区間 における実際のパフォーマンスカーブを提示している. これにより発展的には、目視点検データに基づくアセッ トマネジメントから、モニタリングデータに基づくア セットマネジメントへの移行に言及することも可能で ある.しかし、その移行にはハードウェアの制約も伴 うことから,当面はモニタリングが目視点検を補完す る役割を担うような緩やかなものとなる.統計的劣化 予測分野においては、健全度情報であるひび割れ率と、 連続量である舗装耐荷力の相互作用を考慮した複合的 劣化予測モデルの開発と、それに基づく FWD 調査区 間の選定のためのスクリーニング手法の構築, 舗装更 新モデルの開発があげられる.また,舗装耐荷力のパ フォーマンスカーブに対する舗装工学の観点からの考 察も重要な研究課題である. さらに, パフォーマンス を根拠にしたレーティングカテゴリの設定や劣化管理 限界の設定にパフォーマンスカーブを活用することも 考えられる.

6. おわりに

本研究では、調査データを用いて劣化予測を行うた めの連続量を用いた劣化ハザードモデルとそのベイズ 推定法を開発した.同モデルの利点として,1)連続量 として観測される劣化指標を直接用いて劣化過程を記 述できる点、2) ベースラインモデルに対して力学的劣 化過程モデルを用いることにより力学的手法と統計的 手法のハイブリッド型劣化予測モデルとして劣化過程 を予測する枠組みを採用している点,があげられる.モ デル推定手法に関しても, 尤度関数の完備化操作と潜 在変数を用いた MCMC 法を開発することにより,供 用開始時点が観測されていないような施設の調査デー タも用いたモデル推定を可能とした.また,推定され た劣化ハザードモデルを用いて複数のリスクマネジメ ント指標を定義した. これらのリスクマネジメント指 標を用いることにより、詳細な劣化リスク評価と施設 の余寿命評価が可能となる. さらに, 実在の高速道路 で獲得された舗装耐荷力データを用いて,提案した方 法論の有用性を議論した.

一方で、本研究に関して今後に残された課題がいく つかある。第1に、力学的劣化過程モデルの蓄積と継続 的改善があげられる.本稿の適用事例では,連続量を用 いた劣化ハザードモデルのベースラインモデルも調査 データを用いて統計的に推定した.本研究で提案した 方法論は、力学的手法と統計学的手法のハイブリッド 型モデルとして利用可能であることを特徴とする.力 学的に劣化過程が定義されているような社会基盤施設 に対して, 更なる適用事例を蓄積することが望ましい. 第2に、舗装耐荷力に対しても更なる適用事例を蓄積 する必要がある、本研究の適用事例で推定された劣化 過程とリスクマネジメント指標は、当該道路区間での み利用可能である.都市高速道路や国道などの一般道 に対しても本研究で提案した方法論を適用し、舗装耐 荷力の低下過程に関する普遍的知見を獲得していくこ とが望ましい. 第3に、本研究で得られた知見をイン フラ会計のための情報に変換する必要がある.本研究 で提案する劣化ハザードモデルによるリスクマネジメ ント指標に関して,例えば余寿命指標は個々の施設の 将来時点での残存価値とみなすことができる. これら の結果を用いて, インフラ会計において有用となる情 報を整備していく必要がある.第4に,3.(3)で述べた ように、FWD 測定点ごとの測定データ数が増加した場 合,個々の測定点における測定データを時系列データ として考え, 誤差項間の系列相関を考慮する必要があ る場合もある.その際には、1) 推定されたベースライ ンモデルと実際の劣化過程の間にランダムな推定残差 ではなく劣化過程の時間的推移の形状に起因したシス

テム的な推定残差が生じているかをダービン・ワトソ ン検定^{24),25)} などの仮説検定で判断し,2) システム的 な推定残差が生じている場合には,時系列データにお ける誤差間に自己回帰モデルなどを適用することが望 ましい.

謝辞:本研究の一部は,日本学術振興会科学研究費助 成事業「特別研究員奨励費」により実施された.ここ に記して感謝の意を表する.

付録 MCMC 法によるベイズ推定

(1) 事前確率密度関数の設定

劣化ハザードモデルの未知パラメータ β, θ, σ のベイ ズ推定を考える.まず,それぞれの未知パラメータに 対し、事前確率密度関数を設定する. βは、ベースライ ンモデルの未知パラメータであり、その要素数を N1 と する. $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \cdots, \beta_{n_1}, \cdots, \beta_{N_1})$ の要素それぞれに対 し,別個に事前分布を設定する.本研究の適用事例で用 いるベースラインモデルでは、想定するスプライン関 数の形状により β_{n_1} の定義域が、1)($-\infty,\infty$)、もしく は2) [0,∞) という2つの場合が起こり得る.事前分布 として,前者のパラメータに対しては正規分布を用い, $\beta_{n_1} \sim \mathcal{N}(a_{\beta_{n_1}}, b_{\beta_{n_1}})$ と,後者のパラメータに対しては ガンマ分布を用い, $\beta_{n_1} \sim \mathcal{G}(a_{\beta_{n_1}}, b_{\beta_{n_1}})$ とする. ただし, $a_{\beta_{n_1}}$ は、正規分布の期待値、または、ガンマ分布の形 状パラメータ、 $b_{\beta_{n_1}}$ は、正規分布の分散、または、ガン マ分布の尺度パラメータを表す. $a_{\beta} = (a_{\beta_1}, \cdots, a_{\beta_{N_1}}),$ $\boldsymbol{b}_{\beta} = (b_{\beta_1}, \cdots, b_{\beta_{N_1}})$ とする. $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \cdots, \theta_I)$ に対して は, I 次元正規分布を事前分布として用いる. ただし, 事前確率密度関数を想定する場合,式(12)に示すパラ メータ β の許容集合 $\Omega_f(\beta)$ を考慮していないことを付 記しておく. パラメータ β が許容されるかどうかとい う判定は、ギブスサンプリングを実施する段階で考慮 することとする.また、 $\boldsymbol{\theta} \sim \mathcal{N}_{I}(\boldsymbol{a}_{\theta}, \boldsymbol{b}_{\theta})$ であり、 \boldsymbol{a}_{θ} は 期待値ベクトル, b_{θ} は分散共分散行列である. σ に関 しては, $\sigma \sim \mathcal{G}(a_{\sigma}, b_{\sigma})$ とし, 形状パラメータ a_{σ} , 尺度 パラメータ b_σのガンマ分布を事前分布とする.

(2) 事後確率密度関数の定式化

事後確率密度関数は、尤度関数と事前確率密度関数との積で表現できる. $\bar{\Xi} = (\bar{\Xi}_1, \dots, \bar{\Xi}_I), \xi = (\xi_{I'+1}, \dots, \xi_I)$ を所与としたときの、完備化事後確率密度関数 $\Pi(\beta, \theta, \sigma | \bar{\Xi}, \xi)$ は、

$$\begin{aligned} &\Pi(\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\theta},\sigma|\bar{\boldsymbol{\Xi}},\boldsymbol{\xi}) \\ &\propto \prod_{i=1}^{I'} \prod_{h=1}^{H_i} \left[\frac{f_d(\bar{t}_h^i)}{\sigma f(\bar{t}_h^i)} \right] \\ &\cdot \exp\left\{ -\exp\left(-\frac{\ln f(\bar{t}_h^i) - \ln \bar{x}_h^i - \bar{\boldsymbol{z}}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right) \end{aligned}$$

土木学会論文集D3(土木計画学), Vol. 72, No. 2, 191-210, 2016.

$$-\frac{\ln f(\bar{t}_{h}^{i}) - \ln \bar{x}_{h}^{i} - \bar{z}_{i}\theta'}{\sigma} \bigg\} \bigg]$$

$$\cdot \prod_{i=I'+1}^{I} \bigg[\frac{f_{d}(\xi_{i})}{\sigma f(\xi_{i})}$$

$$\cdot \exp \bigg\{ - \exp \bigg(-\frac{\ln f(\xi_{i}) - \ln \bar{x}_{1}^{i} - \bar{z}_{i}\theta'}{\sigma} \bigg)$$

$$- \frac{\ln f(\xi_{i}) - \ln \bar{x}_{1}^{i} - \bar{z}_{i}\theta'}{\sigma} \bigg\}$$

$$\cdot \prod_{h=2}^{H_{i}} \bigg[\frac{f_{d}(\xi_{i} + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_{a}^{i})}{\sigma f(\xi_{i} + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_{a}^{i})}$$

$$\cdot \exp \bigg\{ - \exp \bigg(-\frac{\ln f(\xi_{i} + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_{a}^{i}) - \ln \bar{x}_{h}^{i} - \bar{z}_{i}\theta'}{\sigma} \bigg)$$

$$- \frac{\ln f(\xi_{i} + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_{a}^{i}) - \ln \bar{x}_{h}^{i} - \bar{z}_{i}\theta'}{\sigma} \bigg\} \bigg] \bigg]$$

$$\cdot \prod_{n_{1}=1}^{N_{1}} \bigg[\bigg[\exp \bigg\{ -\frac{(\beta_{n_{1}} - a_{\beta_{n_{1}}})^{2}}{\sigma} \bigg\} \bigg] \bigg]$$

$$\cdot \bigg\{ \beta_{n_{1}}^{a\beta_{n_{1}} - 1} \exp \bigg(-\frac{\beta_{n_{1}}}{b\beta_{n_{1}}} \bigg) \bigg\}^{1 - \psi_{n_{1}}} \bigg]$$

$$\cdot \exp \bigg\{ -\frac{1}{2} (\theta - a_{\theta}) b_{\theta}^{-1} (\theta - a_{\theta})' \bigg\}$$

$$\cdot \bigg\{ \sigma^{a_{\sigma} - 1} \exp \bigg(-\frac{\sigma}{b_{\sigma}} \bigg) \bigg\}$$

$$(\ddagger 1)$$

と定式化できる.ただし、 ψ_{n_1} は、使用するベースライ ンモデルの n_1 番目のパラメータの定義域が $(-\infty, \infty)$ のときには1を、 $[0, \infty)$ のときには0をとるダミー変数である.

(3) 条件付き事後確率密度関数の定式化

MH (Metropolis Hastings) 法により, 劣化ハザード モデルの未知パラメータの同時事後確率密度関数(付1) と潜在変数の全条件付き事後確率 (30) から、単一のア ルゴリズム内で未知パラメータと潜在変数を同時に反 復的にサンプリングすることを考える. その際, モデ ルの全ての未知パラメータあるいは潜在変数を同時に 更新するマルチムーブサンプラーでは、未知パラメー タベクトルの次元数により, 収束が遅くなることが懸 念される. そこで、本研究では、未知パラメータベク トルの各要素に対し定義される条件付き事後確率密度 関数を用いたギブスサンプラーによるシングルムーブ サンプラーを用いることにより次元の呪いを解消する. さらに, ギブスサンプラーにおいて, 同時事後確率密度 関数ではなく,条件付き事後確率密度関数から各未知 パラメータ要素をサンプリングすることにより、計算 負荷も軽減することが可能となる. ただし, 未知パラ メータ β に関しては、すべてのパラメータ $\beta_1, \dots, \beta_{N1}$ をサンプリングした段階で,許容集合 $\Omega_f(\beta)$ に含まれ るかどうかを判定するプロセスを追加する.許容集合 に含まれないことが判明した場合,当該のパラメータ ベクトルβを廃棄し,改めてパラメータサンプルを発 生させることになる.以下では,個々の未知パラメータ に対し,その条件付き事後確率密度関数を定式化する.

未知パラメータベクトル β から要素 β_{n_1} を除い た部分ベクトルを β_{-n_1} とする. β_{-n_1} , θ , σ , $\overline{\Xi}$, $\boldsymbol{\xi}$ を 所与としたときのベースラインモデルのパラメータ β_{n_1} $(n_1 = 1, \dots, N_1)$ の条件付き事後確率密度関数 $\Pi(\beta_{n_1}|\boldsymbol{\beta}_{-n_1}, \boldsymbol{\theta}, \sigma, \overline{\Xi}, \boldsymbol{\xi})$ は,

$$\begin{aligned} \mathbf{\Pi}(\beta_{n_{1}}|\beta_{-n_{1}},\boldsymbol{\theta},\sigma,\bar{\mathbf{\Xi}},\boldsymbol{\xi}) \\ \propto \prod_{i=1}^{I'} \prod_{h=1}^{H_{i}} \left[\frac{f_{d}(\bar{t}_{h}^{i})}{f(\bar{t}_{h}^{i})} \right] \\ \cdot \exp\left\{-\exp\left(-\frac{\ln f(\bar{t}_{h}^{i}) - \ln \bar{x}_{h}^{i} - \bar{z}_{i}\boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right) - \frac{\ln f(\bar{t}_{h}^{i})}{\sigma}\right\} \right] \\ \cdot \prod_{i=I'+1}^{I} \left[\frac{f_{d}(\xi_{i})}{f(\xi_{i})} \right] \\ \cdot \exp\left\{-\exp\left(-\frac{\ln f(\xi_{i}) - \ln \bar{x}_{1}^{i} - \bar{z}_{i}\boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right) - \frac{\ln f(\xi_{i})}{\sigma}\right\} \\ \cdot \prod_{h=2}^{H_{i}} \left[\frac{f_{d}(\xi_{i} + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_{a}^{i})}{f(\xi_{i} + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_{a}^{i})} \right] \\ \cdot \exp\left\{-\exp\left(-\frac{\ln f(\xi_{i} + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_{a}^{i}) - \ln \bar{x}_{h}^{i} - \bar{z}_{i}\boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right) - \frac{\ln f(\xi_{i} + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_{a}^{i})}{\sigma}\right\} \\ \cdot \left[\frac{\ln f(\xi_{i} + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_{a}^{i})}{\sigma} \right] \\ \cdot \left[\frac{\ln f(\xi_{i} + \sum_{a=2}^{h} \bar{d}_{a}^{i})}{2b_{\beta_{n_{1}}}} \right] \right]^{\psi_{n_{1}}} \\ \cdot \left\{ \beta_{n_{1}}^{a\beta_{n_{1}}-1} \exp\left(-\frac{\beta_{n_{1}}}{b_{\beta_{n_{1}}}}\right) \right\}^{1-\psi_{n_{1}}} \\ \left[\frac{(\not{t} \ 2)}{\sigma} \right] \end{aligned}$$

と表現できる.

未知パラメータベクトル θ から要素 θ_i を除いた部分 ベクトルを θ_{-i} とする. β , θ_{-i} , σ , $\bar{\Xi}$, ξ を所与としたと きのパラメータ θ_i ($i = 1, \dots, I$)の条件付き事後確率密 度関数 $\Pi(\theta_i | \beta, \theta_{-i}, \sigma, \bar{\Xi}, \xi)$ は,

$$\begin{aligned} &\Pi(\theta_i|\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\theta}_{-i}, \sigma, \boldsymbol{\Xi}, \boldsymbol{\xi}) \\ \propto \prod_{i=1}^{I'} \prod_{h=1}^{H_i} \\ & \left[\exp\left\{ -\exp\left(-\frac{\ln f(\bar{t}_h^i) - \ln \bar{x}_h^i - \bar{\boldsymbol{z}}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right) + \frac{\bar{z}_i \theta_i}{\sigma} \right\} \right] \\ \cdot \prod_{i=I'+1}^{I} \\ & \left[\exp\left\{ -\exp\left(-\frac{\ln f(\xi_i) - \ln \bar{x}_1^i - \bar{\boldsymbol{z}}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right) + \frac{\bar{z}_i \theta_i}{\sigma} \right\} \end{aligned}$$

土木学会論文集D3(土木計画学), Vol. 72, No. 2, 191-210, 2016.

$$\cdot \prod_{h=2}^{H_i} \left[\exp\left\{-\exp\left(-\frac{\ln f(\xi_i + \sum_{a=2}^h \bar{d}_a^i) - \ln \bar{x}_h^i - \bar{z}_i \theta'}{\sigma}\right) + \frac{\bar{z}_i \theta_i}{\sigma}\right\} \right] \right] \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2} \left(\theta - a_\theta\right) b_\theta^{-1} \left(\theta - a_\theta\right)'\right\}$$
(^(† 3))

と表現できる.

 β, θ, Ξ, ξ を所与としたときのパラメータ σ の条件付 き事後確率密度関数 $\Pi(\sigma|\beta, \theta, \Xi, \xi)$ は,

$$\begin{aligned} \mathbf{\Pi}(\sigma|\boldsymbol{\beta},\boldsymbol{\theta},\mathbf{\Xi},\boldsymbol{\xi}) \\ \propto \prod_{i=1}^{I'} \prod_{h=1}^{H_i} \left[\frac{1}{\sigma} \exp\left\{ -\exp\left(-\frac{\ln f(\bar{t}_h^i) - \ln \bar{x}_h^i - \bar{\boldsymbol{z}}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right) \right. \\ \left. -\frac{\ln f(\bar{t}_h^i) - \ln \bar{x}_h^i - \bar{\boldsymbol{z}}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma} \right\} \right] \\ \cdot \prod_{i=I'+1}^{I} \left[\frac{1}{\sigma} \exp\left\{ -\exp\left(-\frac{\ln f(\xi_i) - \ln \bar{x}_1^i - \bar{\boldsymbol{z}}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right) \right. \\ \left. -\frac{\ln f(\xi_i) - \ln \bar{x}_1^i - \bar{\boldsymbol{z}}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma} \right\} \\ \cdot \prod_{h=2}^{H_i} \left[\exp\left\{ -\exp\left(-\frac{\ln f(\xi_i + \sum_{a=2}^h \bar{d}_a^i) - \ln \bar{x}_h^i - \bar{\boldsymbol{z}}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma}\right) \right. \\ \left. -\frac{\ln f(\xi_i + \sum_{a=2}^h \bar{d}_a^i) - \ln \bar{x}_h^i - \bar{\boldsymbol{z}}_i \boldsymbol{\theta}'}{\sigma} \right\} \\ \cdot \left\{ \sigma^{a_{\sigma}-1} \exp\left(-\frac{\sigma}{b_{\sigma}}\right) \right\} \end{aligned}$$
(ff 4)

と表現できる.

また,潜在変数の全条件付き事後確率密度は式 (30) としてすでに与えられている.個々の条件付き事後確 率密度関数 (30),(付 2)~(付 4)から未知パラメータお よび潜在変数のサンプリングを行う.本研究で提案す る劣化ハザードモデルでは,条件付き事後確率密度関 数を用いた場合であっても,それらの分布を解析に求 めることが不可能であるため,MH法を用いて反復的 に条件付き事後確率密度からのサンプリングを行うこ とにより,未知パラメータの事後分布と潜在変数分布 を推定し,推定された分布に関する統計量を用いて劣 化過程やその特性を記述する.

(4) 推定フロー

本研究で提案する劣化ハザードモデルのベイズ推定 法の具体的な推定フローを以下と**付図-1**で説明する.

土木学会論文集D3(土木計画学), Vol. 72, No. 2, 191-210, 2016.

ステップ1 ロ 事前分布のパラメータ $a_{\beta}, b_{\beta}, a_{\theta}, b_{\theta}, a_{\sigma}, b_{\sigma}$ を設定する ネ知パラメータの初期値 β⁽⁰⁾,θ⁽⁰⁾,σ⁽⁰⁾ を設定する □ 潜在変数の初期値 ξ⁽⁰⁾を設定する □ バーンインⁿ, アルゴリズムの終了回数ⁿを設定する □ n=1とする ステップ2 ロ 未知パラメータ $\boldsymbol{\beta}^{(n)}, \boldsymbol{\theta}^{(n)}, \sigma^{(n)}$ を以下の順序で反復的に サンプリングする 未知パラメータ $\beta_1^{(n)}$ を $\Pi(\beta_1^{(n)} | \boldsymbol{\beta}_{-1}^{(n-1)}, \boldsymbol{\theta}^{(n-1)}, \sigma^{(n-1)},$ $\overline{\Xi}, \overline{\zeta}^{(n-1)})$ からランダムサンプリングする 未知パラメータ $\beta_{N}^{(n)}$ を $\Pi(\beta_{N}^{(n)} | \boldsymbol{\beta}_{N}^{(n-1)}, \boldsymbol{\theta}^{(n-1)}, \sigma^{(n-1)}, \sigma^{($ $\overline{\Xi}, \boldsymbol{\xi}^{(n-1)})$ からランダムサンプリングする $\boldsymbol{\beta}^{(n)} \in \Omega_{f}(\boldsymbol{\beta})$ 未知パラメータ $\theta_1^{(n)} \in \Pi(\theta_1^{(n)} | \boldsymbol{\beta}^{(n)}, \boldsymbol{\theta}_{-1}^{(n-1)}, \sigma^{(n-1)}, \overline{\Xi}, \boldsymbol{\xi}^{(n-1)})$ からランダムサンプリングする < 未知パラメータ $\theta_I^{(n)}$ を $\Pi(\theta_I^{(n)} | \boldsymbol{\beta}^{(n)}, \boldsymbol{\theta}_{-I}^{(n-1)}, \sigma^{(n-1)}, \overline{\Xi}, \boldsymbol{\xi}^{(n-1)})$ からランダムサンプリングする

< 未知パラメータ $\sigma^{(n)}$ を $\Pi(\sigma^{(n)} | \boldsymbol{\beta}^{(n)}, \boldsymbol{\overline{\Xi}}, \boldsymbol{\xi}^{(n-1)})$ から ランダムサンプリングする ステップ3 □ 潜在変数 ξ⁽ⁿ⁾を反復的にサンプリングする ✓ 潜在変数 $\xi_{t'+1}^{(n)}$ を Pr[$\xi_{t'+1}^{(n)}$ | $\overline{\Xi}_{t'+1}$, $\beta^{(n)}$, $\theta^{(n)}$, $\sigma^{(n)}$] からランダ ムサンプリングする ✓ 潜在変数 $\xi_{I}^{(n)}$ を Pr[$\xi_{I}^{(n)}$ | $\overline{\Xi}_{I}$, $\beta^{(n)}$, $\theta^{(n)}$, $\sigma^{(n)}$] からランダム サンプリングする ステップ4 □ 収束判定 n = n + 1n > nNo Yes $\boldsymbol{\beta}^{(n)}, \boldsymbol{\theta}^{(n)}, \sigma^{(n)}, \boldsymbol{\xi}^{(n)}$ を記録 ステップ5 □ アルゴリズムの終了判定 n = n + 1 $n \ge \overline{n}$ No Yes アルゴリズムの終了

付図-1 推定フロー

ステップ1 初期設定

事前分布のパラメータ a_{β} , b_{β} , a_{θ} , b_{θ} , a_{σ} , b_{σ} を 設定する.未知パラメータの初期値 $\beta^{(0)}$, $\theta^{(0)}$, $\sigma^{(0)}$ を 設定する.潜在変数についても初期値 $\xi^{(0)}$ を設定する. これらの初期値の影響は、サンプリング回数 n が増加 するにつれ薄くなる. MCMC 法のバーンイン回数 <u>n</u>, アルゴリズムの終了回数 n を設定する. n = 1とする. ステップ2 未知パラメータのサンプリング 未知パラメータ $\beta^{(n)}, \theta^{(n)}, \sigma^{(n)}$ をサンプリングする. ステップ 2-1 $\beta^{(n)}$ のサンプリング $\land \Pi(\beta_1^{(n)}|\beta_{-1}^{(n-1)}, \theta^{(n-1)}, \sigma^{(n-1)}, \Xi, \xi^{(n-1)})$ か ら

◇ $\Pi(\beta_{N_1}^{(n)}|\beta_{-N_1}^{(n-1)}, \theta^{(n-1)}, \sigma^{(n-1)}, \bar{\Xi}, \xi^{(n-1)})$ から $\beta_{N_1}^{(n)}$ をランダムサンプリングする.

 $\beta_1^{(n)}$ をランダムサンプリングする.

サンプリングしたパラメータベクトル $\beta^{(n)}$ が許容集合 $\Omega_f(\beta)$ に含まれるとき,ステップ 2-2 に進む.そうで ない場合,サンプリングしたパラメータベクトルを廃 棄し,改めてパラメータベクトル $\beta^{(n)}$ をランダムサン プリングする.

- ステップ 2-2 $\theta^{(n)}$ のサンプリング
- ◇ Π(θ₁⁽ⁿ⁾ | β⁽ⁿ⁾, θ⁽ⁿ⁻¹⁾₋₁, σ⁽ⁿ⁻¹⁾, Ξ, ξ⁽ⁿ⁻¹⁾) から θ₁⁽ⁿ⁾ を ランダムサンプリングする.
- ◇ $\Pi(\theta_I^{(n)}|\boldsymbol{\beta}^{(n)}, \boldsymbol{\theta}_{-I}^{(n-1)}, \sigma^{(n-1)}, \bar{\Xi}, \boldsymbol{\xi}^{(n-1)})$ から $\theta_I^{(n)}$ を ランダムサンプリングする.
- ステップ 2-3 $\sigma^{(n)}$ のサンプリング
- ◇ Π(θ₁⁽ⁿ⁾ | β⁽ⁿ⁾, θ⁽ⁿ⁻¹⁾₋₁, σ⁽ⁿ⁻¹⁾, Ξ, ξ⁽ⁿ⁻¹⁾) から θ₁⁽ⁿ⁾ を ランダムサンプリングする.
- ステップ3 潜在変数のサンプリング
 - ◇ Pr[ξ⁽ⁿ⁾_{I'+1}|Ξ_{I'+1}, β⁽ⁿ⁾, θ⁽ⁿ⁾, σ⁽ⁿ⁾] から ξ⁽ⁿ⁾_{I'+1} をラン ダムサンプリングする.
 - ÷
 - ♦ $\Pr[\xi_{I}^{(n)} | \bar{\Xi}_{I}, \beta^{(n)}, \theta^{(n)}, \sigma^{(n)}]$ から $\xi_{I}^{(n)}$ をランダムサ ンプリングする.

ステップ4 収束判定

サンプリング回数 n が予め設定したバーンイン回数 <u>n</u> より大きい場合, $\beta^{(n)}$, $\theta^{(n)}$, $\sigma^{(n)}$, $\xi^{(n)}$ を記録し, ステップ 5 へ進む.それ以外の場合,n = n + 1とし, ステップ 2 へ戻る.

ステップ5 アルゴリズムの終了判定

サンプリング回数 n が予め設定したアルゴリズム終 了回数 n に到達した場合,アルゴリズムを終了する.そ れ以外の場合,それ以外の場合,n = n + 1とし,ス テップ2へ戻る.

参考文献

- 津田尚胤,貝戸清之,青木一也,小林潔司:橋梁劣化予 測のためのマルコフ推移確率の推定,土木学会論文集, No.801/I-73, pp.68-82, 2005.
- 2) Shin, H. C. and Madanat, S.: Development of a stochastic model of pavement distress initiation,

土木学会論文集D3(土木計画学), Vol. 72, No. 2, 191-210, 2016.

Journal of Infrastructure Planning & Management, No.744/IV-61, pp.61-67, 2003.

- 青木一也、山本浩司、小林潔司:劣化予測のためのハ ザードモデルの推計、土木学会論文集, No.791/VI-67, pp.111-124, 2005.
- 4) 貝戸清之,小林潔司:マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定,土木学会論文集A, Vol.63, No.2, pp.336-355, 2007.
- 青木一也、山本浩司、津田尚胤、小林潔司:多段階ワイブ ル劣化ハザードモデル、土木学会論文集,No.798/VI-68, pp.125-136,2005.
- 6) 下村泰造,小濱健吾,貝戸清之,小林潔司:空港舗装ア セットマネジメントのためのハイブリッド型地盤沈下モ デル,土木学会論文集 F, Vol.64, No.4, pp.463-482, 2008.
- 7) 田中尚,藤森裕二,貝戸清之,小林潔司,安野貴人:加速 劣化ハザードモデル:コンクリート中性化予測への適用, 土木学会論文集 D, Vol.66, No.3, pp.329-341, 2010.
- Chen, Y. Q. and Wang, M. C.: Analysis of accelerated hazards models, *Journal of the American Statistical* Association, Vol.95, No.450, pp.608-618, 2000.
- 9) 大井明, 宮崎文平, 小濱健吾, 貝戸清之, 小林潔司, 山口 清人: 定期的な FWD 調査データを用いた高速道路舗装の 劣化予測, 土木学会論文集 E1, Vol.70, No.2, pp.11-25, 2014.
- Lancaster, T.: The Econometric Analysis of Transition Data, Cambridge University Press, 1990.
- 11) Gourieroux, C.: *Econometrics of Qualitative Dependent Variables*, Cambridge University Press, 2000.
- Lee, E. T. and Wang, J. W.: Statistical Methods for Survival Data Analysis, John Wiley & Sons, 2003.
- Cox, D. R. and Oakes, D.: Analysis of Survival Data, Chapman & Hall/CRC, 1998.
- 14) Diebolt, J. and Robert, C. P.: Estimation of finite mixture distributions through Bayesian sampling, *Journal of the Royal Statistical Society*, Series B, Vol.56, pp.363-375, 1994.

- 15) 小林潔司, 貝戸清之, 林秀和: 測定誤差を考慮した隠れ マルコフ劣化モデル, 土木学会論文集 D, Vol.64, No.3, pp.493-512, 2008.
- 16) Nam, L. T., 貝戸清之,小林潔司,起塚亮輔:ポアソン 隠れマルコフ劣化モデルによる舗装劣化過程のモデル化, 土木学会論文集 F4, Vol.68, No.2, pp.62-79, 2012.
- 17) 水谷大二郎, 貝戸清之, 小林潔司, 秀島栄三, 山田洋 太, 平川恵士: 判定基準変更を考慮した隠れマルコフ劣 化ハザードモデル, 土木学会論文集 D3, Vol.71, No.2, pp.70-89, 2015.
- 18) 神谷恵三,田中敏弘,風戸崇之:高速道路舗装の補修設計 手法に関する一考察,舗装工学論文集,土木学会,Vol.12, pp.1-7, 2007.
- 19) 神谷恵三,風戸崇之:高速道路舗装の損傷評価に関する 研究,舗装工学論文集,土木学会,Vol.13, pp.171-178, 2008.
- American Association of State Highway and Transportation Officials: AASHTO Guide for Design of Pavement Structures, 1993.
- 21) 佐藤正和, 貝戸清之, 小林潔司, 小濱健吾, 宮崎文平: T_A 法と舗装劣化寿命誤差, 土木学会論文集 E1, Vol.71, No.1, pp.1-18, 2015.
- 22) Akaike, H.: Information theory and an extension of the maximum likelihood principle, *Proceedings of the* 2nd International Symposium on Information Theory, pp.267-281, 1973.
- 23) Geweke, J.: Evaluating the accuracy of samplingbased approaches to calculating posterior moments, *Bayesian Statistics*, Vol.4, pp.169-193, 1992.
- 24) Durbin, J. and Watson, G. S.: Testing for serial correlation in least squares regression, I, *Biometrika*, Vol.37, No.3/4, pp.409-428, 1950.
- 25) Durbin, J. and Watson, G. S.: Testing for serial correlation in least squares regression, II, *Biometrika*, Vol.38, No.1/2, pp.159-178, 1951.

(2015.7.1 受付)

A CONTINUOUS DETERIORATION HAZARD MODEL: APPLICATION TO PAVEMENT STRUCTURE

Daijiro MIZUTANI, Kiyoshi KOBAYASHI, Takayuki KAZATO, Kiyoyuki KAITO and Kakuya MATSUSHIMA

In this study, the authors develop a deterioration prediction model with respect to deterioration management indicators by using continuous variables. Quite a few deterioration management indicators of infrastructure are observed as continuous values. It is possible to discretize these continuous values and predict deterioration with a Markov chain model, but in order to obtain more precise deterioration prediction results, it is desirable to develop a direct model of the time variation in continuous values. In this study, the authors formulate a continuous deterioration hazard model including characteristic variables that vary according to the structural characteristics and environmental conditions of infrastructure, and propose a Bayesian estimation method using the Markov Chain Monte Carlo method. Furthermore, the authors attempt to empirically analyze the applicability of the methodology proposed in this study.